ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 79, №3, 2026 Механика
УДК 539.3 DOI: 10.54503/0002-3051-2026.79.3-22

УПРУГО-СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В МАГНИТНОЙ СТРУКТУРЕ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ СЛОЕМ

Агаян К.Л., Атоян Л.А.

Ключевые слова: упруго-спиновые волны, ферромагнитное полупространство, диэлектрический слой.

Aghayan K.L., Atoyan L.A.

Elastic-Spin Waves in a Magnetic Structure with a Dielectric Layer

Key words: elastic-spin waves, ferromagnetic half-space, dielectric layer.

This paper examines the propagation of an elastic-spin wave through a magneto dielectric structure: a ferromagnetic space with a dielectric layer. The fundamental system of equations is solved exactly using the Fourier transform, and then the dependence of the wave pattern in the structure on the thickness of the dielectric layer and the intensity of the external magnetic field in which the entire structure is located is determined.

Աղայան Կ.Լ., Աթոյան Լ.Ա.

Առաձգա-սպինային ալիքներ դիէլեկտրիկ շերտով մագնիսական կառուցվածքում

Հիմնական բառեր՝ առաձգա-սպինային ալիքներ, ֆերոմագնիսական կիսատարածություն, դիէլեկտրիկ շերտ։

Աշխատանքում ուսումնասիրվում է առաձգա-սպինային ալիքի տարածումը մագնիսադիէլեկտրիկ կառուցվածքով՝ դիէլեկտրիկ շերտով ֆերոմագնիսական տարածությունում։ Հավասարումների հիմնարար համակարգը լուծվում է ճշգրիտ՝ Ֆուրիեի ձևափոխության օգնությամբ, որից հետո որոշվում է կառուցվածքում ալիքային պատկերի կախվածությունը դիէլեկտրիկ շերտի հաստությունից և արտաքին մագնիսական դաշտի ինտենսիվությունից, որում գտնվում է ամբողջ կառուցվածքը։

В работе рассматривается задача прохождения упруго-спиновой волны через магнито-диэлектрическую структуру: ферромагнитное пространство с диэлектрической прослойкой. Основополагающая система уравнений решена точно с использованием преобразования Фурье и далее определена зависимость волновой картины в конструкции от толщины диэлектрического слоя и интенсивности внешнего магнитного поля, в котором находится вся структура.

1. Введение. В связи с ростом практического интереса к производству приборов и устройств спинтроники задачи магнито-упругого взаимодействия, в частности, вопросы распространения магнитоупругих волн в составных слоистых магнитоупорядоченных структурах, в настоящее время привлекают все большее внимание исследователей [1-8,10,11].

Взаимодействие упругой и спиновой волн происходит на ультразвуковой и гиперзвуковой частотах в диапазоне $10^8 < \omega < 5*10^{10}$ Гц. Магнитоупругие и магнитостатические волны находят свое применение в производстве фильтров частот, линий задержки, шумоуловителей, конвольверов и прочих устройств.

В предлагаемой работе рассматривается задача распространения магнитоупругой гибридной волны в составной структуре ферромагнит/диэлектрик/ферромагнит. Найдены волновые поля в указанной конструкции, а также найдены зависимости амплитуд преломленных волн от толщины диэлектрической прослойки и интенсивности внешнего магнитного поля, в котором находится вся конструкция.

2. Постановка задачи. Рассматривается структура, состоящая из двух одинаковых ферромагнитных полупространств, разделенных диэлектрическим слоем толщины h. В декартовой системе координат $Oxyz$ структура представляется в виде нижнего полупространства $y>0$, верхнего полупространства $y<-h$ и диэлектрического слоя $-h<y<0.$

Предполагается, что изнутри нижнего ферромагнитного полупространства под углом θ к его поверхности соприкосновения с диэлектрическим слоем $y=0$ падает упруго-спиновая волна с парциальными компонентами:

$$\begin{aligned} w_I(x,y,t) &= W_I e^{-iqy} e^{i(px-\omega t)},\\ \mu_I(x,y,t) &= M_I e^{-iqy} e^{i(px-\omega t)},\\ \nu_I(x,y,t) &= N_I e^{-iqy} e^{i(px-\omega t)},\\ \varphi_I(x,y,t) &= \Phi_I e^{-iqy} e^{i(px-\omega t)}, \end{aligned} \qquad (1)$$

где $q=k\sin\theta,\ p=k\cos\theta,\ k=\sqrt{p^2+q^2}$ - волновое число; W_I, M_I, N_I, Φ_I - постоянные, $w_I(x,y,t)$ - упругое перемещение по оси Oz; $\mu_I(x,y,t), \nu_I(x,y,t)$ - компоненты вектора намагниченности $\vec{\mu}(\mu_I, \nu_I, 0)$; φ_I -магнитный потенциал падающей волны; ω - круговая частота; t - время.

Предполагается также, что вся рассматриваемая конструкция находится во внешнем постоянном магнитном поле $\vec{H}_0$, направленном по оси Oz.

Система основополагающих уравнений, описывающая волновой процесс в ферромагнитной упругой среде, представляется в виде [1,2,3]:

$$\begin{aligned} w_{tt} &= S_1^2 \Delta w + \rho B(\mu_x + \nu_y),\\ \mu_t &= \omega_M(\varphi_y + \hat{b}\nu + Bw_y),\\ \nu_t &= -\omega_M(\varphi_x + \hat{b}\mu + Bw_x),\\ \Delta\varphi_1 &= \mu_x + \nu_y, \end{aligned} \qquad (2)$$

где $B=(b+f)\mu_0,\ \omega_M=\overline{\gamma}M_0,\ \hat{b}=H_0/M_0,\ S_1=\sqrt{G_1/\rho}$ - скорость упругой волны; G_1 - модуль сдвига, ρ - плотность материала ферромагнетика, μ_0 - массовая плотность намагниченности насыщения; b, f - магнитоупругие коэффициенты связи, $M_0=\rho\mu_0$ - объёмная плотность намагниченности насыщения, $\overline{\gamma}$ - гиромагнитное

отношение, H_0 - напряженность внешнего постоянного магнитного поля, φ_1 - магнитный потенциал намагниченности, μ, ν -компоненты плотности вектора намагниченности $\vec{\mu}(\mu, \nu, 0)$, $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ - оператор Лапласа.

Уравнения, описывающие волновые процессы в диэлектрическом слое для перемещений и магнитостатического потенциала имеют вид [13]:

$$\ddot{w}_2(x, y, t) = S_2^2 \Delta w_2(x, y, t) \tag{3}$$

$$\Delta\varphi_2(x, y, t) = 0, \tag{4}$$

S_2 -скорость упругой волны в диэлектрике. Впредь будем полагать, что индексы 1,2 и 3 относятся к нижнему полупространству, диэлектрическому слою и к верхнему полупространству, соответственно.

Граничные и контактные условия нашей задачи:

$$\begin{aligned}
&w_1|_{y=0} = w_2|_{y=0},\ (G_1 w_{1y} + \rho B \nu_1)_{y=0} = (G_2 w_{2y})_{y=0},\\
&\varphi_1|_{y=0} = \varphi_2|_{y=0},\ (\varphi_{1y} - \rho\nu_1)_{y=0} = (\varphi_{2y})_{y=0},\\
&w_2|_{y=-h} = w_3|_{y=-h},\ (G_2 w_{2y})_{y=-h} = (G_1 w_{3y} + \rho B \nu_3)_{y=-h},\\
&\varphi_2|_{y=-h} = \varphi_3|_{y=-h},\ (\varphi_{2y})_{y=-h} = (\varphi_{3y} - \rho\nu_3)_{y=-h}.
\end{aligned} \tag{5}$$

В группе условий (5) первое это условие непрерывности перемещений, второе – непрерывность напряжений, третье – непрерывность магнитного потенциала, четвертое – равенство магнитных индукций на нижней поверхности диэлектрического слоя. Аналогично представлены и условия на верхней поверхности диэлектрического слоя при $y = -h$. Необходимо найти волновые поля в конструкции, а также зависимости амплитуд преломленных волн от толщины диэлектрической прослойки и интенсивности внешнего магнитного поля.

3.Решение задачи. Подставив функции (1) в систему (2), получим алгебраическую систему линейных уравнений относительно постоянных W_I, M_I, N_I, Φ_I. Из условия разрешимости системы следует характеристическое уравнение, а также получаются связи между амплитудами парциальных волн:

$$k^2[(\Omega^2 - k^2 S_1^2)(\Omega^2 - \Omega_{SV}^2) - \hat{b} B k^2] = 0; \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
&M_I = \alpha W_I, \qquad \alpha = \frac{B(ip\hat{b} - q\Omega)}{\Omega^2 - \Omega_{SV}^2},\\
&N_I = \beta W_I, \qquad \beta = \frac{B(iq\hat{b} + p\Omega)}{\Omega^2 - \Omega_{SV}^2},\\
&\Phi_I = \lambda W_I, \qquad \lambda = \frac{B\hat{b}}{\Omega^2 - \Omega_{SV}^2},
\end{aligned} \tag{7}$$

где $\Omega = \omega / \omega_M$, $\Omega_{SV}^2 = \hat{b}^2 + \hat{b}$.

Из характеристического уравнения (6) следуют значения поперечных компонент волнового вектора падающей волны:

$$q_{1,2} = \mp q, \quad q_{3,4} = \pm ip \tag{8}$$

где

$$q = \sqrt{\frac{\Omega^2(\Omega^2 - \Omega_{SV}^2)}{S_1^2(\Omega^2 - \tilde{\Omega}_{SV}^2)} - p^2}, \qquad \tilde{\Omega}_{SV}^2 = \Omega_{SV}^2 - \rho\hat{b}BS_1^{-2}. \tag{9}$$

Значения $q_1 = -q, \ q_2 = +q$ соответствуют падающей и отраженной волнам, а поверхностной затухающей волне соответствуют значения $q_3 = +ip$ и $q_4 = -ip$, обеспечивающие выполнение условий затухания на бесконечности.

Фурье-трансформанты решений в ферромагнитных верхнем и нижнем полупространствах имеют вид [10]:

$$\begin{aligned}
&\bar{w}_1(\sigma, y) = 2\pi W_I e^{-iqy}\delta(p+\sigma) + Q_1 e^{-\gamma y},\\
&\bar{\nu}_1(\sigma, y) = 2\pi N_I e^{-iqy}\delta(p+\sigma) + \tau_1 Q_1 e^{-\gamma y} + \tau_2 \sigma R_1 e^{-\sigma y},\\
&\bar{\varphi}_1(\sigma, y) = 2\pi \Phi_I e^{-iqy}\delta(p+\sigma) + \tau_0 Q_1 e^{-\gamma y} + R_1 e^{-\sigma y},\\
&\bar{w}_3(\sigma, y) = Q_3 e^{\gamma y}, \ \bar{\nu}_3(\sigma, y) = \tau_3 Q_3 e^{\gamma y} + \sigma\tau_4 R_3 e^{\sigma y}, \ \bar{\varphi}_3(\sigma, y) = \tau_0 Q_3 e^{\gamma y} + R_3 e^{\sigma y}.
\end{aligned} \tag{11}$$

где R_1, R_3, Q_1, Q_3 - постоянные, σ - параметр Фурье, $\delta(x)$ - функция Дирака,

$$\tau_0 = \frac{B\hat{b}}{\Omega^2 - \Omega_{SV}^2}, \ \gamma^2 = \sigma^2 - r^2, \ r^2 = \frac{\Omega^2(\Omega^2 - \Omega_{SV}^2)}{S_1^2(\Omega^2 - \tilde{\Omega}_{SV}^2)}, \ C_1 = \frac{B\Omega_M}{\bar{\Omega}_M}, \ C_2 = \frac{B\hat{b}}{\bar{\Omega}_M},$$

$$C_3 = \frac{\Omega_M}{\bar{\Omega}_M}, \ C_4 = \frac{\hat{b}}{\bar{\Omega}_M}, \ \Omega_M = i\Omega, \ \bar{\Omega}_M = \hat{b}^2 - \Omega^2, \ \tau_1 = i\sigma C_1 + \gamma C_2 + i\sigma C_3\tau_0 + \gamma C_4\tau_0,$$

$$\tau_2 = iC_3 + C_4, \ \tau_3 = i\sigma C_1 - \gamma C_2 + i\sigma C_3\tau_0 - \gamma C_4\tau_0, \ \tau_4 = iC_3 - C_4.$$

Решения уравнений (3) и (4) в диэлектрической полосе представляются в виде:

$$w_2(x, y, t) = (A_1 e^{iay} + A_2 e^{-iay}) e^{i(px - \omega t)}, \tag{12}$$

$$\varphi_2(x, y, t) = (B_1 e^{py} + B_2 e^{-py}) e^{i(px - \omega t)}, \tag{13}$$

где A_1, A_2, B_1, B_2 - постоянные, $a^2 = \frac{\omega^2}{S_2^2} - p^2$.

После применения преобразования Фурье (ПФ) к функциям (12) и (13) будем иметь:

$$\bar{w}_2(\sigma, y) = 2\pi(A_1 e^{iay} + A_2 e^{-iay})\delta(p+\sigma), \tag{14}$$

$$\bar{\varphi}_2(\sigma, y) = 2\pi(B_1 e^{py} + B_2 e^{-py})\delta(p+\sigma). \tag{15}$$

Временной фактор здесь опущен. Далее сделаем ПФ граничных и контактных условий (5) и подставим туда функции (11), (14) и (15), получим систему линейных уравнений для определения постоянных $Q_1, R_1, Q_3, R_3, A_1, A_2, B_1, B_2$:

$$
\begin{aligned}
&2\pi W_I\delta(p+\sigma)+Q_1=2\pi(A_1+A_2)\delta(p+\sigma),\\
&-G_1(iq2\pi W_I\delta(p+\sigma)+\gamma Q_1)+\rho B[2\pi N_I\delta(p+\sigma)+i\sigma C_1Q_1+\gamma C_2Q_1+i\sigma C_3(R_1+\tau_0Q_1)+\\
&+i\sigma C_3(R_1+\tau_0Q_1)+C_4(\sigma R_1+\tau_0Q_1\gamma)]=i2\pi aG_2(A_1-A_2)\delta(p+\sigma),\\
&2\pi\Phi_I\delta(p+\sigma)+R_1+\tau_0Q_1=2\pi(B_1+B_2)\delta(p+\sigma),\\
&-iq2\pi\Phi_I\delta(p+\sigma)-\sigma R_1-\gamma\tau_0Q_1-\rho[2\pi N_I\delta(p+\sigma)+i\sigma C_1Q_1+\gamma C_2Q_1+\\
&+i\sigma C_3(R_1+\tau_0Q_1)+C_4(\sigma R_1+\tau_0Q_1\gamma)]-2\pi p(B_1-B_2)\delta(p+\sigma)=0,\\
&2\pi(A_1e^{-iah}+A_2e^{iah})\delta(p+\sigma)=Q_3e^{-\gamma h},\\
&2\pi iaG_2(A_1e^{-iah}-A_2e^{iah})\delta(p+\sigma)-\gamma G_1Q_3e^{-\gamma h}-\rho B[i\sigma C_1Q_3e^{-\gamma h}-\\
&-\gamma C_2Q_3e^{-\gamma h}+i\sigma C_3(R_3e^{-\sigma h}+\tau_0Q_3e^{-\gamma h})-C_4(\sigma R_3e^{-\sigma h}+\gamma\tau_0Q_3e^{-\gamma h})]=0,\\
&2\pi(B_1e^{-ph}+B_2e^{ph})\delta(p+\sigma)=R_3e^{-\sigma h}+\tau_0Q_3e^{-\gamma h},\\
&2\pi p(B_1e^{-ph}-B_2e^{ph})\delta(p+\sigma)=\sigma R_3e^{-\sigma h}+\gamma\tau_0Q_3e^{-\gamma h}.
\end{aligned}
\qquad (16)
$$

Найденные отсюда постоянные подставляем в (11), (14), (15) и делаем обратное преобразование Фурье, после чего приходим к искомым функциям:

$$
\begin{aligned}
&w_1(x,y,t)=(W_Ie^{-iqy}+Q_1e^{iqy})e^{i(px-\omega t)},\\
&\mu_1(x,y,t)=(M_Ie^{-iqy}+\tau_5Q_1e^{iqy}+\tau_6R_1e^{-py})e^{i(px-\omega t)},\\
&\nu_1(x,y,t)=(N_Ie^{-iqy}+\tau_5Q_1e^{iqy}+p\tau_2R_1e^{-py})e^{i(px-\omega t)},\\
&\varphi_1(x,y,t)=(\Phi_Ie^{-iqy}+\tau_0Q_1e^{iqy}+R_1e^{-py})e^{i(px-\omega t)},\\
&w_3(x,y,t)=Q_3e^{-iqy}e^{i(px-\omega t)},\\
&\mu_3(x,y,t)=(\tau_7Q_3e^{-iqy}+\tau_8R_3e^{py})e^{i(px-\omega t)},\\
&\nu_3(x,y,t)=(\tau_6Q_3e^{-iqy}+p\tau_7R_3e^{py})e^{i(px-\omega t)},\\
&\varphi_3(x,y,t)=(\tau_0Q_3e^{-iqy}+R_3e^{py})e^{i(px-\omega t)}.
\end{aligned}
\qquad (17)
$$

где $\tau_5=-C_1\gamma+i\sigma C_2-\tau_0\gamma C_3+i\sigma C_4\tau_0,\quad \tau_6=-C_3+iC_4,$

$\tau_7=C_1\gamma+i\sigma C_2+\tau_0\gamma C_3+i\sigma C_4\tau_0,\quad \tau_8=C_3+iC_4.$

Для краткости громоздкие значения постоянных опущены. Полученные функции (12), (13) и (17) полностью определяют волновую картину в рассматриваемой конструкции. Волновое поле в нижнем ферромагнитном полупространстве описывается следующими составляющими:

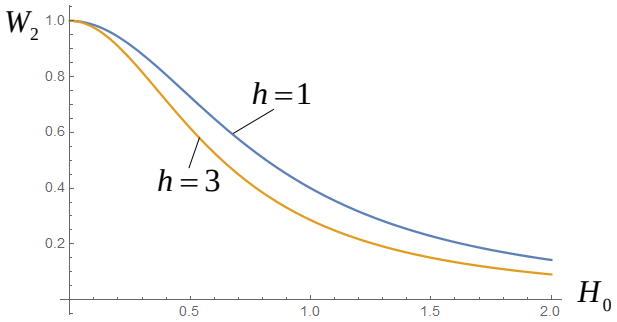
- падающая и отраженная сдвиговые волны упругого перемещения,

- падающая, отраженная и локализованная у поверхности сопутствующие волны магнитного потенциала и компонент плотности намагниченности.

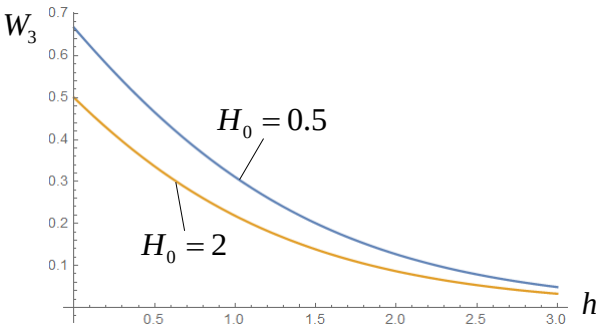
В верхнем полупространстве волновое поле состоит из преломленной сдвиговой упругой волны перемещения, а также преломленных и локализованных у поверхности сопутствующих волн магнитного потенциала и компонент плотности намагниченности. Амплитуды сопутствующих волн, локализованных у поверхности, стремятся к нулю при $y \to \infty$.

Численно находится зависимость амплитуды преломленной упругой волны W_2 в диэлектрическом слое от интенсивности внешнего магнитного поля H_0, кроме того выявлена зависимость амплитуды упругой составляющей W_3 в верхнем полупространстве от толщины диэлектрического слоя h.

Соответствующие численные расчеты графически представлены на фигурах 1 и 2.



Фиг. 1. Зависимость амплитуды преломленной упругой волны в диэлектрическом слое от интенсивности внешнего магнитного поля.



.Фиг.2. Зависимость амплитуды упругой составляющей в верхнем полупространстве от толщины диэлектрического слоя

Как видно из графиков, амплитуды упругих волн в диэлектрической полосе $-h < y < 0$ и верхнем ферромагнитном полупространстве $y < -h$ убывают при увеличении интенсивности внешнего постоянного магнитного поля и толщины диэлектрической прослойки, соответственно.

4.Заключение. Рассмотрена задача распространения упруго-спиновой волны в составной структуре ферромагнит/диэлектрик/ферромагнит, находящегося во внешнем магнитном поле. Найдена волновая картина в рассматриваемой конструкции, проведен численный анализ полученных результатов и построены соответствующие графики, откуда видно, что амплитуды упругих волн в диэлектрической полосе и верхнем ферромагнитном полупространстве убывают при увеличении интенсивности внешнего постоянного магнитного поля и толщины диэлектрической прослойки, соответственно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Мир, 1991, 560 с.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и ферромагнетиках. Москва: Наука, 1973, 591с.
3. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
4. Даноян З.Н., Атоян Л.А., Саакян С.Л., Даноян Н.З. “Квазипериодические спиновые волны в одномерной ферромагнитной среде”. Proc. VIII Int. Conf. “The problems of dynamics of interaction of deformable media”, 2014, Goris- Stepanakert, p.205-212.
5. Hasanyan D., Batra R. Antiplane Shear Waves in Two Contacting Ferromagnetic Half Spaces. J. Elast. (2011) 103, p.189-203.
6. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н., Атоян Л.А., Манукян Г.А. Отражение спиновых волн от границы ферромагнитного полупространства. Proc. VI Int. Conf. “The problems of dynamics of interaction of deformable media”, 2008, Goris- Stepanakert, c.115-125.
7. Даноян З.Н., Агаян К.Л., Атоян Л.А. Упруго–спиновые волны в слоистой среде ферромагнит–диэлектрик. Тр. 4-ой межд. конф. по совр. проблем мех. сплош. среды, Армения, Цахкадзор, 21-26 сент., 2015г., стр.185-189.
8. Kittel C. Interaction of spin waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals. Phys. Rev. B110, 1958, 836-841.
9. Nikitov, S.A., Tailhades, Ph., Tsai, C.S. Spin waves in periodic magnetic structures-magnonic crystals. J.Magnet.Mater, v.23, 3, 2001, p.p.320-331.
10. Агаян К.Л., Атоян Л.А. “Упруго-спиновые волны в ферромагнитном полупространстве с экраном”, Изв. НАН Армении, Механика, т.76, 2, 2023 г.
11. Агаян К.Л., Атоян Л.А. “Упруго-спиновые волны в ферромагнитной среде с экраном”, Тезисы докладов 22-ой Международной конф. “Современные проблемы механики сплошной среды”, г. Ростов-на-Дону, 11-13 окт., 2023 г.
12. Э. Дьелесан, Д. Руайе. Упругие волны в твердых телах. М., Наука, 424с.

Сведения об авторах:

Агаян Каро Леренцович – д.ф.-м.н., вед. науч.сотр. Института механики.
E-mail: karoaghayan@gmail.com

Атоян Левон Арутюнович – к.ф.-м.н., ст.науч. сотр. Института механики.
E-mail: levous@mail.ru

Поступила в редакцию 24 июля 2026г.