

УПРУГО-СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В ДВУХФАЗНОЙ ФЕРРОМАГНИТНОЙ  
КОНСТРУКЦИИ С МАГНИТНЫМ ЭКРАНОМ

Агаян К.Л., Атоян Л.А.

**Ключевые слова:** упруго-спиновые волны, ферромагнитное полупространство, ферромагнитный слой, магнитный экран.

Aghayan K.L., Atoyan L.A.

Elastic-spin waves in a two-phase ferromagnetic structure with a magnetic screen

**Key words:** elastic-spin waves, ferromagnetic half-space, ferromagnetic layer, magnetic screen.

This paper examines elastic-spin wave processes associated with reflection and refraction at the boundary of a ferromagnetic half-space and a ferromagnetic layer with a magnetic screen. The described structure is in a constant external magnetic field. The corresponding wave fields were found, and the dependence of the reflection and refraction coefficients on the intensity of the external magnetic field was studied. For a particular case, the corresponding graphs were constructed.

Աղայան Կ.Լ., Աթոյան Լ.Ա.

Առաձգասպինային ալիքներ մագնիսական էկրանով երկֆազ ֆերոմագնիսական կառուցվածքում

**Բանալի բառեր՝** առաձգասպինային ալիքներ, ֆերոմագնիսական կիսատարածություն, ֆերոմագնիսական սալ, մագնիսական էկրան:

Աշխատանքում ուսումնասիրվում են ֆերոմագնիսական կիսատարածության և մագնիսական էկրանով ֆերոմագնիսական շերտի միացման սահմանին առաձգասպինային ալիքների անդրադարձման և բեկման գործընթացները: Նկարագրված ֆերոմագնիսական կառուցվածքը գտնվում է մշտական արտաքին մագնիսական դաշտում: Գտնվել են համապատասխան ալիքային դաշտերը, ուսումնասիրվել են անդրադարձման և բեկման գործակիցների կախվածությունը արտաքին մագնիսական դաշտի ինտենսիվությունից: Մասնավոր դեպքում կառուցվել են համապատասխան գրաֆիկներ:

В данной работе рассматриваются упруго-спиновые волновые процессы, связанные с отражением и преломлением на границе ферромагнитного полупространства и ферромагнитного слоя с магнитным экраном. Описанная конструкция находится в постоянном внешнем магнитном поле. Найлены соответствующие волновые поля, а также исследована зависимость коэффициентов отражения и преломления от интенсивности внешнего магнитного поля. Для частного случая построены соответствующие графики.

**1. Введение.** Задачи магнитоупругого взаимодействия в магнитоупорядоченных средах привлекают все большее внимание исследователей в связи с ростом практического интереса к производству приборов и устройств спинтроники. Общая теория упруго-спиновых волн развивалась в работах [1-4], чисто спиновые волны исследовались в работах [3,4,9,14], в работах [5-8,10,12,13,15,16] рассматривались магнитоупругие волны.

В предлагаемой работе рассматриваются задачи отражения и преломления упруго-спиновых волн в ферромагнитной конструкции, представляющей собой ферромагнитное полупространство (подложка) и примыкающий к нему ферромаг-

нитный слой с магнитным экраном на его поверхности (Фиг.1). Предполагается, что вся конструкция находится во внешнем постоянном магнитном поле  $\vec{H}_0$ , направленном по оси  $Oz$ . Помимо упомянутых задач исследуются также зависимости амплитуд отраженной, преломленной и сопутствующих волн от интенсивности внешнего магнитного поля. Приведены соответствующие графики зависимостей.

**2. Постановка задачи.** Рассмотрим ферромагнитное полупространство, в декартовой системе координат  $Oxyz$  занимающее область  $(-\infty < x; z < \infty; y > 0)$ , и примыкающий к нему ферромагнитный слой  $(-\infty < x; z < \infty; -h < y < 0)$  с магнитным экраном на свободной поверхности (Фиг.1). Полагаем, что вся конструкция находится в постоянном внешнем магнитном поле  $\vec{H}_0(0,0,H_0)$ , направленном по оси  $Oz$ . Вектор объёмной намагниченности насыщения ферромагнетика  $\vec{M}_0(0,0,M_0)$  также направлен по оси  $Oz$ . Предполагается, что из бесконечности на поверхность ферромагнитного полупространства под углом  $\vartheta$  падает заданная сдвиговая плоская упруго-спиновая волна с парциальными компонентами:

$$w_I(x, y, t) = w_\infty(x, y)e^{-i\omega t} = W_I e^{-iqy} e^{i(px-\omega t)}$$

$$\mu_I(x, y, t) = \mu_\infty(x, y)e^{-i\omega t} = M_I e^{-iqy} e^{i(px-\omega t)}$$

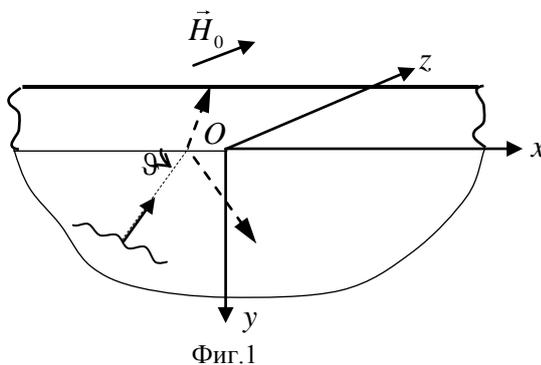
$$v_I(x, y, t) = v_\infty(x, y)e^{-i\omega t} = N_I e^{-iqy} e^{i(px-\omega t)}$$

$$\Phi_I(x, y, t) = \Phi_\infty(x, y)e^{-i\omega t} = \Phi_I e^{-iqy} e^{i(px-\omega t)}$$

$$q = k \sin \vartheta, p = k \cos \vartheta$$

где  $w_\infty(x, y), \mu_\infty(x, y), v_\infty(x, y), \Phi_\infty(x, y)$  - амплитуды компонент упруго-спиновых волн,  $W_I, M_I, N_I, \Phi_I$  - постоянные,  $p, q$  - компоненты волнового вектора  $\vec{k}$ ,  $\omega$  - круговая частота,  $0 < \vartheta < \pi/2$  - угол скольжения падающих волн,  $t$  - время.

Задача рассматривается в рамках антиплоской деформации, т.е. у перемещений только  $z$  компонента отлична от нуля, т.е.  $\vec{w}(0,0,w(x,y,t))$ . Определяющая система уравнений, описывающая механические перемещения и движение плотности намагниченности в ферромагнитном теле представляется в виде [1-3, 6]:



Фиг.1

$$w_{tt} = \bar{S}^2 \Delta w + B(\mu_x + \nu_y), \quad \dot{\mu} = \omega_M (\varphi_y + \hat{b}\nu + Bw_y) \quad (1)$$

$$\dot{\nu} = -\omega_M (\varphi_x + \hat{b}\mu + Bw_x), \quad \Delta \varphi = \mu_x + \nu_y$$

где  $\omega_M = \gamma M_0$ ,  $M_0 = \rho \mu_0$ ,  $\rho$  - плотность материала,  $\gamma$  - гиромагнитное отношение,  $\bar{\mu}_0(\mu, \nu, 0)$  массовая плотность насыщения намагниченности среды,  $B = (b + \bar{f})\mu_0$ ,  $\hat{b} = b + \frac{H_0}{M_0}$ ;  $b, \bar{f}$  - магнитоупругие коэффициенты связи,  $\bar{S}^2 = \frac{G}{\rho}$ ,  $G$  - модуль сдвига,  $\bar{S}$  - скорость упругой волны,  $\varphi$  - магнитный потенциал.

Граничные и контактные условия задаются в следующем виде:

$$\varphi_1(x, y, t)|_{y=0} = \varphi_2(x, y, t)|_{y=0}$$

$$w_1|_{y=0} = w_2|_{y=0}$$

$$[\varphi_{1y} - \rho_1 \nu_1]_{y=0} = [\varphi_{2y} - \rho_2 \nu_2]_{y=0} \quad (2)$$

$$[G_1 w_{1y} + B_1 \rho_1 \nu_1]_{y=0} = [G_2 w_{2y} + B_2 \rho_2 \nu_2]_{y=0}$$

$$[\varphi_{2y} - \rho_2 \nu_2]_{y=-h} = 0$$

$$w_2|_{y=-h} = 0$$

Выше индексы 1 и 2 относятся соответственно к подложке и полосе (что верно и впрямь). Первое соотношение (2) это условие параллельности векторов магнитного поля на границе соприкосновения, второе - это условие равенства перемещений, третье - условие параллельности магнитных индукций, четвертое - условие равенства магнитоупругих напряжений, пятое - условие равенства нулю магнитной индукции на магнитном экране, шестое - условие закрепления. Рассмотрен также случай, когда вместо шестого условия (2) берется условие свободного края:  $[G_2 w_{2y} + B_2 \rho_2 \nu_2]_{y=-h} = 0$ .

Ставится задача определения волновых полей в рассматриваемой конструкции, а также установление зависимости амплитуд упруго-спиновых волн от величины внешнего магнитного поля.

**3. Решение задачи.** Решение системы (1) ищем в виде плоских гармонических волн:

$$(w, \mu, \nu, \varphi) = (\tilde{W}, \tilde{M}, \tilde{N}, \tilde{\Phi}) e^{i\bar{q}y} e^{i(\bar{p}x - \omega t)} \quad (3)$$

где  $\tilde{W}, \tilde{M}, \tilde{N}, \tilde{\Phi}$  - постоянные,  $\bar{p}, \bar{q}$  - компоненты волнового вектора упруго-спиновых волн,  $\omega$  - круговая частота,  $t$  - время.

Подставив (3) в (1), получим следующую однородную систему уравнений для определения безразмерных амплитуд  $\tilde{W}, \tilde{M}, \tilde{N}, \tilde{\Phi}$ :

$$(\Omega^2 - kS^2)\tilde{W} + i\bar{p}\tilde{M} + i\bar{q}\tilde{N} = 0$$

$$i\bar{q}\tilde{B}\tilde{W} + i\Omega\tilde{M} + \hat{b}\tilde{N} + i\bar{q}\tilde{\Phi} = 0 \quad (4)$$

$$i\bar{p}\tilde{B}\tilde{W} + \hat{b}\tilde{M} - i\Omega\tilde{N} + i\bar{p}\tilde{\Phi} = 0$$

$$i\bar{p}\tilde{M} + i\bar{q}\tilde{N} + k^2\tilde{\Phi} = 0$$

где безразмерные величины определяются по формулам:

$$\tilde{W} = \sqrt{\lambda}W, \quad \tilde{M} = \mu_0 M, \quad \tilde{N} = \mu_0 N, \quad \tilde{\Phi} = \sqrt{\lambda}\Phi, \quad \bar{S}^2 = \lambda\omega_M^2 S^2,$$

$$\bar{f} = \lambda\gamma^2 \rho f, \quad \omega = \omega_M \Omega, \quad \bar{p} = \sqrt{\lambda}p, \quad \bar{q} = \sqrt{\lambda}q, \quad k^2 = p^2 + q^2$$

где  $\lambda$  - коэффициент обменного взаимодействия. Из (4) следуют характеристическое уравнение и соотношения между амплитудами парциальных волн:

$$k^2[(\Omega^2 - k^2 S^2)(\Omega^2 - \Omega_{SV}^2) - \hat{b}Bk^2] = 0 \quad (5)$$

$$M = \frac{B(ip\hat{b} - q\Omega)}{\Omega^2 - \Omega_{SV}^2} W; \quad N = \frac{B(p\Omega + iq\hat{b})}{\Omega^2 - \Omega_{SV}^2} W; \quad \Phi = \frac{B\hat{b}}{\Omega^2 - \Omega_{SV}^2} W \quad (6)$$

где  $\Omega_{SV}^2 = \hat{b}^2 + \hat{b}$ .

Из характеристического уравнения (5) для поперечных компонент волнового вектора получаем следующие соотношения:

$$q_{1,2} = \pm q_0 \quad (7)$$

$$q_{3,4} = \pm ip \quad (8)$$

$$q_0 = \sqrt{\frac{\Omega^2(\Omega^2 - \Omega_{SV}^2)}{S^2(\Omega^2 - \tilde{\Omega}_{SV}^2)} - p^2}; \quad \tilde{\Omega}_{SV}^2 = \Omega_{SV}^2 - \hat{b}BS^{-2} \quad (9)$$

В подложке решения  $q_1 = -q_0, q_2 = q_0$  соответствуют падающей и отраженной волнам ( $q_0$  - это величина  $q_0$  в подложке, а  $q_0$  - в слое),  $q_3 = ip$  соответствует сопутствующей, неоднородной волне в подложке,  $q_4 = -ip$  в подложке не имеет физического смысла.

Преломленной и сопутствующей волнам в слое соответствуют поперечные компоненты волнового вектора:  $q_{5,6} = \pm q_0, q_{7,8} = \pm ip$ .

Таким образом, упруго-спиновая волна в полупространстве представляется в виде совокупности парциальных волн:

$$\mu_1 = \mu_I + \mu_R + \mu_{S1}, \quad v_1 = v_I + v_R + v_{S1} \quad (10)$$

$$\varphi_1 = \varphi_I + \varphi_R + \varphi_{S1}, \quad w_1 = w_I + w_R + w_{S1}$$

Решения в слое имеют вид:

$$\mu_2 = \mu_T^{(1)} + \mu_T^{(2)} + \mu_{S2}^{(1)} + \mu_{S2}^{(2)}, \quad v_2 = v_T^{(1)} + v_T^{(2)} + v_{S2}^{(1)} + v_{S2}^{(2)} \quad (11)$$

$$\varphi_2 = \varphi_T^{(1)} + \varphi_T^{(2)} + \varphi_{S2}^{(1)} + \varphi_{S2}^{(2)}, \quad w_2 = w_T^{(1)} + w_T^{(2)} + w_{S2}^{(1)} + w_{S2}^{(2)}$$

Индексы  $I, R, T, S1, S2$  относятся соответственно к падающей, отраженной, преломленной и сопутствующим волнам в подложке и слое.

Падающая волна в подложке имеет вид:

$$(\mu_I, v_I, \varphi_I, w_I) = (M_I, N_I, \Phi_I, W_I) e^{-iq_0 y} e^{i(px - \omega t)} \quad (12)$$

Отраженная в подложке:

$$(\mu_R, v_R, \varphi_R, w_R) = (M_R, N_R, \Phi_R, W_R) e^{iq_0 y} e^{i(px - \omega t)} \quad (13)$$

Сопутствующая в подложке:

$$(\mu_{S1}, v_{S1}, \varphi_{S1}, w_{S1}) = (M_{S1}, N_{S1}, \Phi_{S1}, W_{S1}) e^{-py} e^{i(px - \omega t)} \quad (14)$$

Преломленные волны в слое представлены в виде:

$$\begin{aligned}
(\mu_T^{(1)}, \nu_T^{(1)}, \varphi_T^{(1)}, w_T^{(1)}) &= (M_T^{(1)}, N_T^{(1)}, \Phi_T^{(1)}, W_T^{(1)}) e^{-iq_{02}y} e^{i(px-\omega t)} \\
(\mu_T^{(2)}, \nu_T^{(2)}, \varphi_T^{(2)}, w_T^{(2)}) &= (M_T^{(2)}, N_T^{(2)}, \Phi_T^{(2)}, W_T^{(2)}) e^{iq_{02}y} e^{i(px-\omega t)} \\
(\mu_{S_2}^{(1)}, \nu_{S_2}^{(1)}, \varphi_{S_2}^{(1)}, w_{S_2}^{(1)}) &= (M_{S_2}^{(1)}, N_{S_2}^{(1)}, \Phi_{S_2}^{(1)}, W_{S_2}^{(1)}) e^{py} e^{i(px-\omega t)} \\
(\mu_{S_2}^{(2)}, \nu_{S_2}^{(2)}, \varphi_{S_2}^{(2)}, w_{S_2}^{(2)}) &= (M_{S_2}^{(2)}, N_{S_2}^{(2)}, \Phi_{S_2}^{(2)}, W_{S_2}^{(2)}) e^{-py} e^{i(px-\omega t)}
\end{aligned} \tag{15}$$

Подставив (10) и (11) в граничные условия (2), относительно неизвестных амплитуд получим систему:

$$\begin{aligned}
\Phi_I + \Phi_R + \Phi_{S_1} &= \Phi_T^{(1)} + \Phi_T^{(2)} + \Phi_{S_2}^{(1)} + \Phi_{S_2}^{(2)}; \\
W_I + W_R + W_{S_1} &= W_T^{(1)} + W_T^{(2)} + W_{S_2}^{(1)} + W_{S_2}^{(2)}; \\
-iq_{01}\Phi_I + iq_{01}\Phi_R - p\Phi_{S_1} - \rho_1(N_I + N_R + N_{S_1}) &= -iq_{02}\Phi_T^{(1)} + iq_{02}\Phi_T^{(2)} + \\
+ p\Phi_{S_2}^{(1)} - p\Phi_{S_2}^{(2)} - p\Phi_{S_2}^{(2)} - \rho_2(N_T^{(1)} + N_T^{(2)} + N_{S_2}^{(1)} + N_{S_2}^{(2)}); \\
G_1(-iq_{01}W_I + iq_{01}W_R - pW_{S_1}) + \rho_1 B_1(N_I + N_R + N_{S_1}) &= \\
= G_2(-iq_{02}W_T^{(1)} + iq_{02}W_T^{(2)} + pW_{S_2}^{(1)} - pW_{S_2}^{(2)}) + \\
+ \rho_2 B_2(N_T^{(1)} + N_T^{(2)} + N_{S_2}^{(1)} + N_{S_2}^{(2)}); \\
(-iq_{02}\Phi_T^{(1)} e^{iq_{02}h} + iq_{02}\Phi_T^{(2)} e^{-iq_{02}h} + p\Phi_{S_2}^{(1)} e^{-ph} - p\Phi_{S_2}^{(2)} e^{ph}) - \rho_2(N_T^{(1)} e^{iq_{02}h} + \\
+ N_T^{(2)} e^{-iq_{02}h} + N_{S_2}^{(1)} e^{ph} + N_{S_2}^{(2)} e^{-ph}) &= 0; \\
W_T^{(1)} e^{iq_{02}h} + W_T^{(2)} e^{-iq_{02}h} + W_{S_2}^{(1)} e^{-ph} + W_{S_2}^{(2)} e^{ph} &= 0;
\end{aligned} \tag{16}$$

Далее, воспользовавшись соотношениями (6), выразим амплитуды парциальных волн через амплитуду перемещения и, введя обозначения:  $K_R = \frac{W_R}{W_I}, K_{S_1} = \frac{W_{S_1}}{W_I}$ ,

$$K_T^{(1)} = \frac{W_T^{(1)}}{W_I}, K_T^{(2)} = \frac{W_T^{(2)}}{W_I}, K_{S_2}^{(1)} = \frac{W_{S_2}^{(1)}}{W_I}, K_{S_2}^{(2)} = \frac{W_{S_2}^{(2)}}{W_I},$$

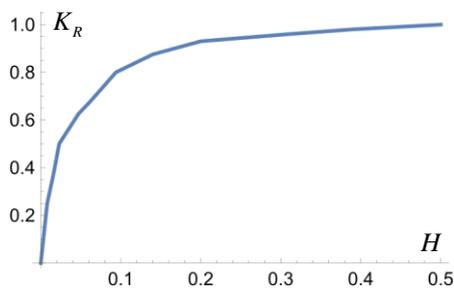
мы получим неоднородную систему

уравнений для определения неизвестных  $K_R, K_{S_1}, K_T^{(1)}, K_T^{(2)}, K_{S_2}^{(1)}, K_{S_2}^{(2)}$ .

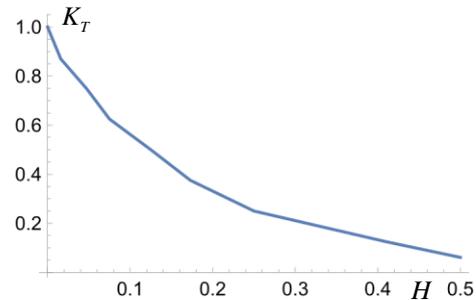
Решение этой системы приводит нас к определению волновых полей упруго-спиновых волн в рассматриваемой конструкции. Ввиду громоздкости, соответствующие вычисления здесь не приводятся.

Перейдем к нахождению зависимостей коэффициентов отраженных и преломленных волн от интенсивности внешнего постоянного магнитного поля  $\vec{H}_0$ . Результаты численного исследования этих зависимостей приведены на фиг.2-5 для частного случая, когда и подложка, и слой собой представляют железо-иттриевый гранат (ЖИГ) при фиксированной частоте волны  $\Omega=0.1$  и фиксированном угле падения. На фиг.2 и фиг. 3 изображены зависимости коэффициентов отраженной и преломленной волн от величины внешнего магнитного поля. На фиг. 4 и фиг.5 представлены зависимости коэффициентов сопутствующих волн в подложке и слое от интенсивности внешнего магнитного поля. Как видно из графиков величины отраженной, преломленной и сопутствующих волн сильно зависят от интенсивности внешнего магнитного поля.

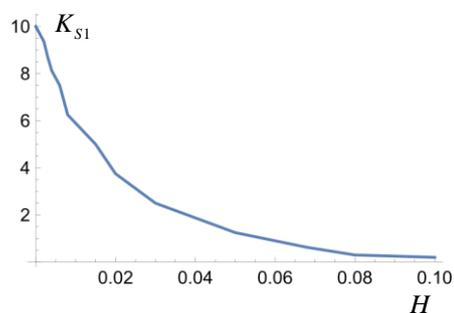
Резюмируя, можно утверждать, что с помощью внешнего магнитного поля возможно контролировать величину (энергию) отраженных, преломленных и сопутствующих волн в нашей конструкции.



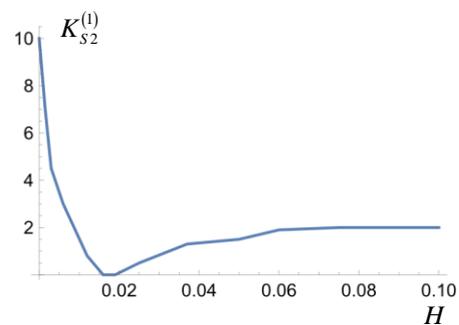
Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4



Фиг. 5

**4. Заключение.** Рассмотрена задача отражения и преломления упруго-спиновой волны в конструкции, где к ферромагнитному полупространству примыкает ферромагнитный слой с магнитным экраном. Вся конструкция находится во внешнем постоянном магнитном поле.

Найдены волновые поля в рассматриваемой конструкции, а также показано, что кроме отраженных и преломленных волн могут возникать еще сопутствующие неоднородные волны с экспоненциальным законом затухания вглубь полупространства.

В результате численного исследования выявлена сильная зависимость коэффициентов отражения и преломления от интенсивности внешнего магнитного поля. Это дает основание полагать, что изменением интенсивности магнитного поля можно контролировать величину отраженных и преломленных магнито-упругих волн. Для частного случая приведены графики зависимостей коэффициентов отраженной, преломленной и сопутствующих волн от величины внешнего магнитного поля.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Мир, 1991, 560 стр.
2. Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и ферромагнетиках. Москва: Наука, 1973 стр.591.
3. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.

4. Даноян З.Н., Атоян Л.А., Саакян С.Л., Даноян Н.З. “Квазипериодические спиновые волны в одномерной ферромагнитной среде”. Proceed. of VIII Int. Conf. “The problems of dynamics of interaction of deformable media”, 22-25 Sept., 2014, Goris-Stepanakert, p.205-212.
5. Danoyan Z., Piliposian G, Hasanyan D. Reflection of spin and spin-elastic waves at the interface of a ferromagnetic half-space. *Waves Rand. Complex Media* 19(4), 567-584 (2009).
6. Hasanyan D.,Batra R. Antiplane Shear Waves in Two Contacting Ferromagnetic Half Spaces. *J. Elast.* (2011) 103, p.189-203.
7. Parekh J.P. Magneto elastic surface wave in ferrites // *Electron. Lett.* 1969, [Vol 5], №14, - P.322-323.
8. Bernardo L., Mills D.L., Reflection of magneto-elastic waves from ferromagnetic surfaces, *Phys. Rev. B* 22 (1980), pp. 4445 – 4449.
9. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Р., Атоян Л.А., Манукян Г.А. Отражение спиновых волн от границы ферромагнитного полупространства. Тр. VI межд. конф. «Проблемы динамики взаимодействия деформ. сред» 2008, Горис–Степанакерт, с.115-125.
10. Даноян З.Н., Агаян К.Л., Атоян Л.А. Упруго–спиновые волны в слоистой среде ферромагнит–диэлектрик. Тр. IV межд. конф. «Современные проблемы механики сплошной среды», Армения, Цахкадзор, 21-26 сент., 2015г., стр.185-189.
11. Kittel C. Interaction of spin waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals. *Phys. Rev. B* 110, 1958, 836-841.
12. Bagdasarian G.E., Hasanyan D.J. Magneto-elastic interaction between soft ferromagnetic-elastic half-plane with crack and constant magnetic field, *Int. J. Solids Struct.* 37,2000 y., p. 5371-5383.
13. Camley R.E., Maradudin A.A. Pure shear elastic surface wave guided by the interface between two semi-infinite magneto-elastic media. *Appl. Phys. Lett.* 38(8), 1981, 610-612.
14. Nikitov, S.A., Tailhades, Ph., Tsai, C.S. Spin waves in periodic magnetic structures-magnonic crystals. *J.Magnet.Mater*, v.23, 3, 2001, p.p.320-331.
15. Агаян К.Л., Атоян Л.А., Упруго-спиновые волны в ферромагнитном полупространстве с экраном, *Изв. НАН Армении, Механика т.76, 2, 2023 г.*, с. 3-10.
16. Агаян К.Л., Атоян Л.А. Упруго-спиновые волны в ферромагнитной среде с экраном, Тезисы докладов 22-ой Международной конф. “Современные проблемы механики сплошной среды”, г. Ростов-на-Дону, 11-13 окт., 2023 г.

#### **Сведения об авторах:**

**Агаян Каро Леренцович** – д.ф.-м.н., вед. науч.сотр. Института механики НАН РА.  
 Адрес: РА, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24б.  
 E-mail: [karo.aghayan@gmail.com](mailto:karo.aghayan@gmail.com)

**Атоян Левон Арутюнович** – к.ф.-м.н., ст.науч. сотр. Института механики НАН РА.  
 Адрес: РА, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24б.  
 E-mail: [levous@mail.ru](mailto:levous@mail.ru)

Поступила в редакцию 25 января 2024г.