

ОСОБЕННОСТИ ПОСТРОЕНИЯ ШЛЯПКООБРАЗНОЙ МОДЕЛИ ДРУКЕРА-ПРАГЕРА ДЛЯ НЕСПЕЧЕННЫХ ПОРОШКОВЫХ МАТЕРИАЛОВ

Петросян Г.Л., Бабаян А.А.

Ключевые слова: неспеченный порошковый материал, видоизмененная шляпкообразная модель Друкера-Прагера, угол внутреннего трения, коэффициент сцепления порошковых частиц, эволюционный параметр.

G.L. Petrosyan, A.A. Babayan

Peruevanties of Constructing the Drucker-Prager Flow Model for Unsintered Powder Materials

Keywords. unsintered powder material, Drucker-Prager modified helmet model, internal contact angle, dust holding coefficient, natural parameter.

A composite model of powder materials has been constructed based on the Mor-Coulon and Drucker-Prager plasticity conditions. However, most studies were carried out using the Drucker-Prager plasticity condition. A simplified version of the plasticity condition for the curved part of the Drucker-Prager Cap-shaped model in the case of plastic deformation of powder materials is shown.

To build a real typical Drucker-Prager model, tabular data on the values of the four main parameters of powder materials were used, obtained in cases of various volumetric plastic deformations \mathcal{E}_{vol}^P based on experimental data. Computer simulation of the process was carried out in the MS EXCEL software environment. Based on the obtained results, plots of a typical Drucker-Prager Cap-shaped model are constructed.

Պետրոսյան Գ.Լ., Բաբայան Ա.Ա.

Չեռակալված փոշենյութերի դրուկեր-պրագերի գլխարկաձև մոդելի կառուցման արանձնահատկությունները

Հիմնաբանը. չեռակալված փոշենյութ, Դրուկեր-Պրագերի ձևափոխված գլխարկաձև մոդել, ներքին շփման անկյուն, փոշեհատիկների կառուցման գործակից, բնաշրջության պարամետր:

Չեռակալված փոշենյութերի բաղադրյալ գլխարկային մասով մոդելները կառուցվել են Մոր-Կուլոնի և Դրուկեր-Պրագերի պլաստիկության պայմանների հիման վրա, սակայն ավելի շատ հետազոտություններ կատարվել են օգտագործելով Դրուկեր-Պրագերի պլաստիկության պայմանը: Ցույց է տրվում փոշենյութի պլաստիկ դեֆորմացման Դրուկեր-Պրագերի գլխարկաձև մոդելի կոր մասի պարզեցումը:

Դրուկեր-Պրագերի տիպային գլխարկաձև մոդելի իրական տեսքը կառուցելու համար օգտագործվել են փորձարարական տվյալների հիման վրա տարբեր ծավալային պլաստիկ դեֆորմացիաների \mathcal{E}_{vol}^P դեպքերում ստացված փոշենյութի չորսը հիմնական պարամետրերի արժեքների աղյուսակային տվյալները: MS EXCEL ծրագրային միջավայրում կատարվել է գործընթացի համակարգչային մոդելավորում և ստացված արդյունքների հիման վրա կառուցվել են Դրուկեր-Պրագերի տիպային գլխարկաձև մոդելի գրաֆիկները:

На основе условий пластичности Мора-Кулона и Друкера-Прагера построены модели с составной шляпкообразной частью неспеченных порошковых материалов, однако большинство исследований проведено с использованием условия пластичности Друкера-Прагера. Показано упрощение изогнутой части модели Друкера-Прагера при пластической деформации порошкового материала.

Для построения реального вида типовой шляпкообразной модели Друкера-Прагера использованы табличные данные значений четырех основных параметров порошкового материала, полученные на основе экспериментальных данных при различных объемных пластических деформациях ϵ_{vol}^P . В программной среде MS EXCEL выполнено компьютерное моделирование процесса. На основе полученных результатов построены графики типовой шляпкообразной модели Друкера-Прагера.

Введение. Одним из основных технологических процессов в порошковой металлургии является холодное формование порошков в качестве неспеченной заготовки.

Известно, что условия пластичности (УП) Мора-Кулона и Друкера-Прагера для неспеченных порошковых материалов, являются обобщением, из которых получаются УП сплошных материалов Треска-Сен-Венана и Хубера-Мизеса [1]. Это означает, что модели неспеченных порошковых материалов с составной шляпкообразной частью будут построены на условиях пластичности Мора-Кулона и Друкера-Прагера.

В [2] обсуждаются особенности условий пластичности Мора-Кулона и составной модели упрочнения с эллиптической шляпкообразной частью. Большинство исследований проведено с использованием условия пластичности Друкера-Прагера. Так, например, в [3-9] рассматриваются составные модели упрочнения с эллиптической шляпкообразной частью, созданные на основе условия пластичности Друкера-Прагера.

В [3] разработана составная шляпкообразная модель теории пластичности металлических порошков. На основе законов механики в координатных осях второго инварианта девiatorа напряжений и среднего напряжения были теоретически получены уравнения прямолинейной и изогнутой ветвей составной модели теории пластичности металлических порошков. Для порошковых материалов используются созданные для них прямолинейной ветвью УП Друкера-Прагера и изогнутая эллиптическая шляпкообразная часть, пересекающая ось среднего напряжения. Показано, что уравнения, полученные с помощью теории пластичности, позволяют определять не только компоненты напряженно-деформированного состояния (НДС), но и текущую пористость материала.

В [4] показано, что путем анализа УП и характеристики упрочнения металлических порошков можно дать инвариантные принципы учета их упрочнения, не зависящие от типа НДС. При этом можно также выбрать простой метод испытания металлических порошков одноосным прессованием в цилиндрической матрице. По известным экспериментальным данным были рассчитаны параметры составной поверхности текучести железного порошка и на их основе построены кривая предельной средней деформации - объемная пластическая деформация, и график сжатия материала. Рассмотрены различные случаи сжатия металлических порошков: простой, основанный на уравнении прямой линии текучести; трехосный, основанный на уравнении эллиптической кривой, и сжатие в цилиндрической матрице, основанный на уравнениях двух ветвей составной модели теории пластичности.

В [5] выполнен детальный анализ видоизмененной шляпкообразной модели Друкера-Прагера для порошковых материалов, проведенный с использованном работ

[6-9]. Показано, что на основе модели, состоящей из двух основных частей, осуществляется процесс осаждения частиц порошка. При этом эти части связаны друг с другом небольшим переходным участком, учет которого довольно усложняет решение проблемы, и поэтому в данной работе он не обсуждается.

Для решения задачи используются:

1) уравнение основной поверхности, ограниченной кривой линией BD (рис.1) видоизмененной шляпкообразной модели пластической деформации порошкового материала Друкера-Прагера [6-9]:

$$f_{BD} = F_c = \sqrt{(p - p_a)^2 + (Rq)^2} - R(d + p_a \tan \beta) = 0, \quad (1)$$

где p - среднее напряжение; q - квадратный корень из второго инварианта девиатора напряжения; β - угол внутреннего трения порошковых частиц; d - коэффициент сцепления порошковых частиц; R - децентрализованный параметр, характеризующий свойство материала; p_a - эволюционный параметр, который представляет объемную пластическую деформацию и обусловлен упрочнением или размягчением материала.

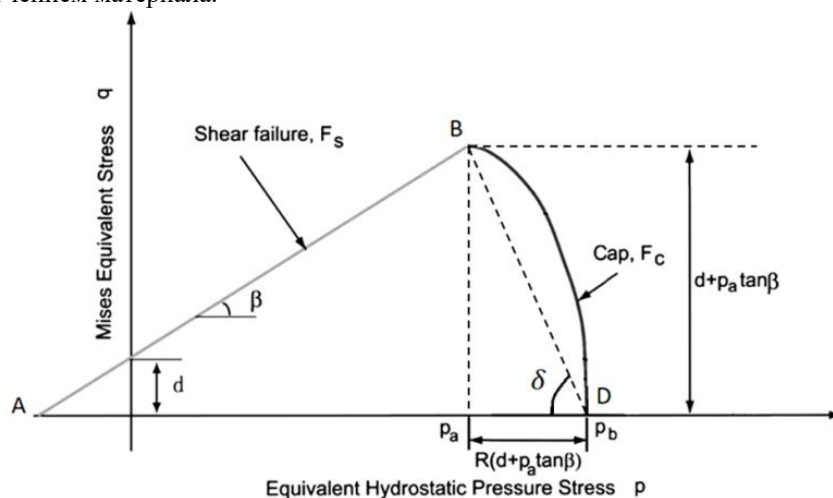


Рис. 1. Вид типовой шляпкообразной модели Друкера-Прагера, состоящей из двух основных частей

2) экспериментальные данные, на основе анализа которых в [5] составлена таблица четырех основных, постоянных для данного материала, параметров β, d, R и p_b , зависящих от величины объемных деформаций ϵ_{vol}^p (см. табл. 1).

Отметим, что p_b - величина объемной пластической деформации для определения закона упрочнения и связь между эволюционным параметром p_a и напряжением упрочнения (рис.1) имеет следующий вид [5]:

$$p_a = \frac{p_b - Rd}{1 + Rtg\beta}. \quad (2)$$

Исследования показывают, что решение технологических проблем на основе формулы (1) связано с большими трудностями, и эти вопросы мало исследованы. Поэтому выполнение подобных работ является актуальным.

Целью работы является упрощение формулы изогнутой части шляпкообразной модели пластической деформации порошкового материала Друкера-Прагера.

Методы исследования

Приведем вид замены кривой BD (рис.1), ограничивающей основную поверхность видоизмененной шляпкообразной модели пластической деформации порошкового материала Друкера-Прагера [6-9], на прямую BD, точно так же, как в [10] УП Мизеса заменяется УП Треска-Сен-Венана, введением коэффициента m_1 :

$$Rq_s + p = m_1 p_b, \quad (3)$$

где m_1 - коэффициент замены изогнутой линии BD прямой линией BD; q_s - упрощенный квадратный корень из второго инварианта девиатора напряжения, имеющий следующий вид:

$$q_s = (m_1 p_b - p) / R. \quad (4)$$

Отметим, что для построения реального вида шляпкообразной модели Друкера-Прагера (кривая q-p) используются табличные данные [4], составленные на основе значений четырех основных параметров порошкового материала при различных объемных пластических деформациях ε_{vol}^p (полученных на основе экспериментальных данных [7]).

Таблица 1 Зависимость данных параметров β, d, R и p_b , полученных в результате испытаний образцов железного порошкового материала, от ε_{vol}^p [7]

ε_{vol}^p	0,50	0,55	0,60	0,65	0,70	0,75
β	72,0	71,8	71,6	71,4	71,2	71,0
d (МПа)	1,0	1,5	2,5	4,0	6,2	11,0
R	0,61	0,65	0,69	0,73	0,76	0,79
p_b (МПа)	60	75	100	135	185	240
p_a (МПа)	20	25	32	42	56	70

Для этого, задавая по формуле (1) значения p , определим q по следующей формуле:

$$q = \sqrt{(d + p_a \tan\beta)^2 - \frac{(p - p_a)^2}{R^2}}. \quad (5)$$

Результаты исследования.

В программной среде MS EXCEL выполнено компьютерное моделирование процесса и в таблице 2 приведены данные q_s и q , рассчитанные по формулам (4) и (5) при различных значениях p для следующих случаев объемных пластических деформаций: $\varepsilon_{vol}^p = 0,6; 0,65; 0,7$:

Таблица 2 Данные q_s и q при различных значениях p , вычисленные по формулам (4) и (5)

$\varepsilon_{vol}^p = 0,6; (p_b = 100; p_a = 32; d = 2,5) \text{ МПа}; \beta = 71,6; R = 0,69$											
p_1	32,0	38,8	45,6	52,4	59,2	66	72,8	79,6	86,4	93,2	100
q_{s1}	113,0	103,2	93,3	83,5	73,6	63,8	53,9	44,1	34,2	24,3	14,5
q_1	98,7	98,2	96,7	94,2	90,5	85,5	79,0	70,6	59,4	43,3	5,3
$\varepsilon_{vol}^p = 0,65; (p_b = 135; p_a = 42; d = 4) \text{ МПа}; \beta = 71,4; R = 0,73$											
p_2	42	51,3	60,6	69,9	79,2	88,5	97,8	107,1	116,4	125,7	135
q_{s2}	145,9	133,1	120,4	107,7	94,9	82,2	69,4	56,7	43,9	31,2	18,5
q_2	128,8	128,1	126,2	122,9	118,2	111,9	103,6	92,9	78,7	58,6	18,9
$\varepsilon_{vol}^p = 0,7; (p_b = 185; p_a = 56; d = 6,2) \text{ МПа}; \beta = 71,2; R = 0,76$											
p_3	56	68,9	81,8	94,7	107,6	120,5	133,4	146,3	159,2	172,1	185
q_{s3}	194	177,1	160,1	143,2	126,2	109,2	92,3	75,3	58,3	41,3	24,3
q_3	170,7	169,8	167,3	162,9	156,6	148,1	136,9	122,5	103,4	76,2	18

На основе полученных значений объемных пластических деформаций построены рис. 2 и 3.

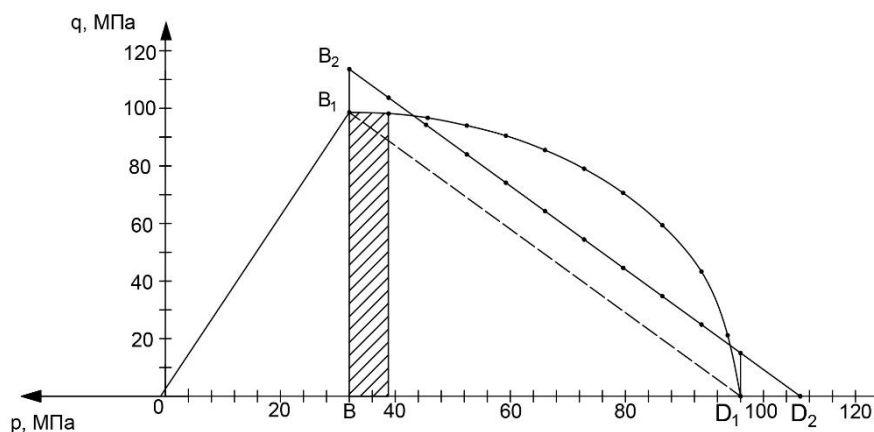


Рис. 2. График типовой шляпообразной модели Друкера-Прагера при $p_b = 100$ МПа

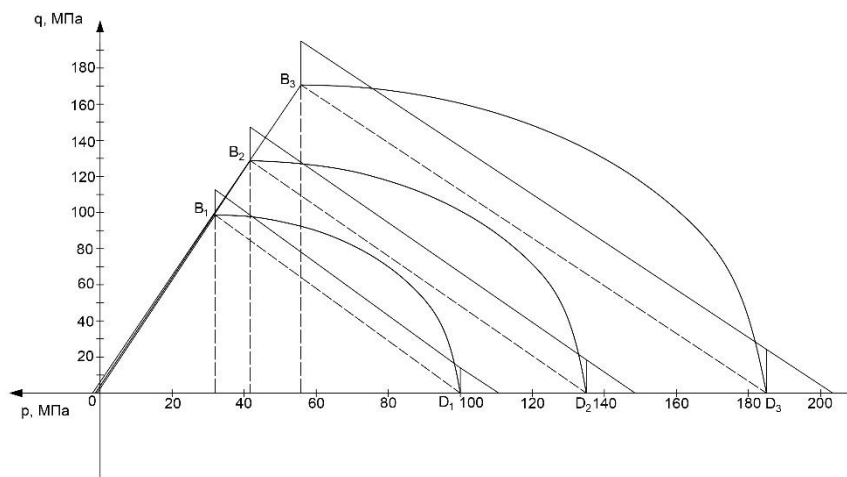


Рис. 3. Графики типовой шляпообразной модели Друкера-Прагера при $p_b = 100, 135$ и 185 МПа

Для определения m_1 можно использовать метод наименьших квадратов [7]. Но будет проще, если мы воспользуемся условием выравнивания поверхностей шляпообразной модели Друкера-Прагера, ограниченной кривой линией (B_1D_1) , и видом замены кривой (B_1D_1) , на прямую (B_2D_2) .

Для этого сначала определим BD_2 из подобия условия прямоугольных треугольников B_1BD_1 и B_2BD_2 :

$$\frac{BD_2}{BD_1} = \frac{q_s}{q},$$

откуда мы получим $BD_2 = BD_1 \frac{q_s}{q} = (p_b - p_a) \frac{q_s}{q}$.

Затем, с учетом формулы (4), получим формулу площади треугольника B_2BD_2 :

$$S_1 = (p_b - p_a) \frac{q_s}{q} \frac{q_s}{2} = \frac{q_s^2}{2q} (p_b - p_a). \quad (6)$$

Подставляя в (6) величины $p_b - p_a = 68$ МПа, $q = 98,7$ МПа, $p_a = 32$ МПа, и $R = 32$, получим:

$$S_1 = \frac{(m_1 p_b - p_a)^2 68}{2 \cdot 98,7 R^2} = \frac{100^2 (m_1 - 0,32)^2}{2,903 \cdot (0,69)^2} = 7235,27 (m_1 - 0,32)^2.$$

Из полученных 11 точек кривой B_1D_1 со значениями q , опуская перпендикуляры на ось p , получим 10 трапеций (одна из них заштрихована), ограниченных

основаниями q , высотой 6,8 МПа, сумма поверхностей которых будет равна площади поверхности, ограниченной криволинейной линией B_1D_1 :

$$S_2 = \frac{(q_1 + 2q_2 + \dots + 2q_{10} + q_{11}) \cdot 6,8}{2} = 5231,$$

$$S_1 = S_2 = \frac{100^2 (m_1 - 0,32)^2}{2,903 \cdot (0,69)^2} = 5231.$$

Откуда получим

$$(m_1 - 0,32)^2 = \frac{2,903 \cdot (0,69)^2 \cdot 5231}{100^2} = 0,7222,$$

$$m_1 - 0,32 = 0,8498.$$

Окончательно имеем: $m_1 = 1,17$.

Заключение Таким образом, проанализировав модели с составной шляпкообразной частью неспеченных порошковых материалов, построенные на условиях пластичности Друкера-Прагера была показана целесообразность упрощения изогнутой части шляпкообразной модели Друкера-Прагера для пластической деформации порошкового материала.

Построены реальные и упрощенные виды типовой шляпкообразной модели Друкера-Прагера с использованием известных экспериментальных табличных данных значений четырех основных параметров порошкового материала, полученных при различных объемных пластических деформациях ε_{vol}^p . В программной среде MS EXCEL выполнено компьютерное моделирование процесса. На основе результатов моделирования построены графики реальной и упрощенной типовой шляпкообразной модели Друкера-Прагера.

Список литературы

1. Петросян Г.Л., Арзуманян М.Г. Об обобщенных условиях пластичности сплошных и металлических порошковых материалов // Материалы Межд. научн.-техн. конф. "Машиностроительные технологии и техника автоматизации – 2014", 07-12 июля 2014 г.- Ереван, 2014.- С.108-113.
2. Lewis Roland W., Khoei Amir R. A plasticity model for metal powder forming processes // International Journal of Plasticity.-2001.-17.-P.1659-1692.
3. Petrosyan G.L., Kraft T. Application of plasticity theory for simulating compaction of metal powder. Report 1: Equations of plasticity theory of a constitutive model for metal powder // Processing of Engineering academy of Armenia.- 2005.- V.2, N4.- P. 538-543.

4. Petrosyan G.L., Kraft T. Application of plasticity theory for simulating compaction of metal powder. Report 2: Development of method for solving the hardening metal powders compaction processing technologies // Processing of Engineering academy of Armenia.- 2006.- V.3, N2.- P. 234-241.
5. Петросян Г.Л., Арзуманян М.Г., Бабаян А.А. Особенности модифицированной модели текучести Друкера-Прагера в процессах деформирования неспеченных порошковых материалов // Вестник Инженерной академии Армении. -2021.- Вып. 18, No2.-С.211-218.
6. L.H. Han, J.A. Elliott, A.C. Bentham, A. Mills, G.E. Amidon, B.C. Hancock A modified Drucker-Prager Cap model for die compaction simulation of pharmaceutical powders. // International Journal of Solids and Structures.-2008.-45.-P.3088-3106.
7. Doremus P., Toussaint F., Alvain O. Simple tests and standard procedure for the characterization of green compacted powder // Recent developments in computer modeling of powder metallurgy processes.- IOS Press, 2001.- P. 29-41.
8. Goube O., Riedel H. Numerical simulation of powder die compaction with special consideration of cracking // Powder Metallurgy. – 2000.- Vol. 43, N2.- P. 123-131.
9. Rottman G. Mechanisches Verhalten beim Trockenpressen – Triaxialversuche an SiC and Stahlpulver zur Untersuchung von Werkstoffmodellen: Dissertation of Doctor of Material Science.- Fraunhofer IWM , Germany, Mai, 2001. – 102 p.
10. Джонсон У., Меллор П.Б. Теория пластичности для инженеров. - М.: Машиностроение, 1979.- 567 с.

Сведения об авторах.

Петросян Геворг Людвигович – д.т.н., профессор, кафедра, “Механика и машиноведение”, НПУА, E-mail: gevorglp@seua.am

Бабаян Арман Артакович – аспирант, кафедра “Механики и машиноведения”, НПУА, E-mail: babayan.arman.545@gmail.com

Поступила в редакцию 18.04.2023