## ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱՉԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա

76, №2, 2023

Механика

# УДК 539.3

### DOI: 10.54503/0002-3051-2023.76.2-3 УПРУГО – СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В ФЕРРОМАГНИТНОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ С МАГНИТНЫМ ЭКРАНОМ Агаян К.Л., Атоян Л.А.

Ключевые слова: упруго-спиновые волны, ферромагнитное полупространство, магнитный экран.

#### Aghayan K.L., Atoyan L.A.

#### Elastic-Spin Waves in a Ferromagnetic Half-Space with a Magnetic Screen

Key words: elastic-spin waves, ferromagnetic half-space, magnetic screen.

In the proposed work, the problem of reflection of an elastic-spin wave incident from the inside of a ferromagnetic half-space onto its screened surface is solved. A general solution is found for the system describing the wave field in the structure. The question of the dependence of the amplitude of a magneto-elastic wave on the angle of incidence, frequency, and intensity of the external magnetic field has been studied. Corresponding graphs are constructed.

#### Աղայան Կ.Լ., Աթոյան Լ.Հ.

### Առաձգասպինային ալիքները մագնիսական էկրանով ֆերոմագնիսական կիսատարածությունում

**Բանալի բառեր՝** առաձգա-սպինային ալիքներ, ֆերոմագնիսական կիսատարածություն, մագնիսական էկրան**։** 

Առաջարկվող աշխատանքում լուծված է առաձգա-սպինային ալիքի անդրադարձման խնդիրը ֆերոմագնիսական կիսատարածության էկրանավորված մակերեսից։ Ընդհանուր լուծում է գտնվել կառուցվածքում ալիքային դաշտը նկարագրող համակարգի համար։ Ուսումնասիրվել է մագնիսառաձգական ալիքի ամպլիտուդի կախվածության հարցը ալիքի անկման անկյունից, ալիքի համախականությունից, արտաքին մագնիսական դաշտի ինտենսիվությունից։ Կառուցված են համապատասխան գրաֆիկներ։

В предлагаемой работе решается задача отражения упруго-спиновой волны, падающей изнутри ферромагнитного полупространства на его экранированную поверхность. Построено общее решение системы, описывающее волновое поле в конструкции. Исследован вопрос зависимости амплитуды магнитоупругой волны от угла падения и частоты падающей волны, а также интенсивности внешнего магнитного поля. Построены соответствующие графики.

**1.Введение.** Упруго-спиновые, или иначе магнитоупругие волны (МУВ) представляют собой взаимосвязанные упругие и спиновые (магнитные) парциальные волны. Если скорости парциальных волн сильно различны, то магнитоупругая связь имеет мгновенный характер, если близки, то взаимодействие длительное и этот процесс называется гибридизацией. В безграничном ферромагнетике эффект гибридизации возникает для волновых чисел с  $k = 10^{-5} cm^{-1}$  и скорость гибридной волны равна скорости звука. В тонких пленках их скорости для  $k = 10^{-2} cm^{-1}$  в сто раз выше.

МУВ может быть использован для преобразования упругих волн в спиновые и обратно. Легче возбудить спиновую волну, чем упругую. В железо-иттриевом

гранате (ЖИГ) гибридизация происходит на частотах □ 10<sup>9</sup> Гц. Взаимодействие упругой и спиновой волн происходит на ультразвуковой и гиперзвуковой частотах в диапазоне  $10^8 < \omega < 5*10^{10}$  Гц. МУВ и магнитостатические волны находят свое применение в производстве фильтров частот, линий задержки, шумоуловителей, конвольверов и прочих устройств спинтроники.

Распространение спиновых волн в ферромагнитных средах разной структуры, находящихся в постоянном магнитном поле, рассмотрено во многих работах. В этой связи отметим монографии [1]-[3], и некоторые работы [4,5,9,13,15], где рассмотрены вопросы связанные с распространением спиновых волн в недеформируемых средах, а также в деформируемых [5-12,14] и др.

Работа относится к ферромагнитному полупространству с примыкающим к его поверхности магнитным экраном. Конструкция находится в постоянном магнитном поле. Магнитный экран — это сверхпроводник в виде тонкой пластины или мембраны, изготовленный из железа, свинца, олова или молибдена, которые хорошо экранируют магнитное поле. Рассматривается задача отражения упруго-спиновой волны, падающей на поверхность изнутри ферромагнитного полупространства. Решение задачи основано на использовании решения системы определяющих уравнений, описывающих волновую картину в конструкции. Проведено численное исследование задачи. Исследована зависимость амплитуды волны от угла падения МУВ и ее частоты, а также от интенсивности внешнего магнитного поля. Построены соответствующие графики.

**2.Постановка задачи.** Рассматривается ферромагнитная среда, отнесенная к декартовой системе координат Oxyz (фиг.1), в виде полупространства, занимающего область  $\Omega_0 (-\infty < x < \infty; 0 < y < \infty; -\infty < z < \infty)$ . К граничной плоскости (y = 0) примыкает магнитный экран в виде сверхпроводящей пластины. Относительно магнитного экрана будем полагать, что он либо абсолютно жесткий ( $G = \infty$ ), либо абсолютно податливый. В первом случае имеем жесткое закрепление, во втором – поверхность свободна от напряжений. Конструкция находится в постоянном, внешнем магнитном поле  $\vec{H}_0 = (0, 0, H_0)$ , направленном по оси Oz, объемная намагниченность насыщения ферромагнетика  $\vec{M}_0(0, 0, M_0)$  также направлена по оси Oz. Задача рассматривается в рамках антиплоской деформации, т.е. предполагается, что отлична от нуля только компонента смещения по направлению оси Oz - w(x, y, t), а также соответствующие компоненты магнитных параметров.



4

Предполагается также, что из бесконечности на поверхность ферромагнитного полупространства  $\Omega_0$  под углом  $\mathcal{G}$  падает заданная сдвиговая плоская упругоспиновая волна с парциальными компонентами:

$$w_{I}(x, y, t) = w_{\infty}(x, y)e^{-i\omega t} = W_{I}e^{-iqy}e^{i(px-\omega t)}$$

$$\mu_{I}(x, y, t) = \mu_{\infty}(x, y)e^{-i\omega t} = M_{I}e^{-iqy}e^{i(px-\omega t)}$$

$$v_{I}(x, y, t) = v_{\infty}(x, y)e^{-i\omega t} = N_{I}e^{-iqy}e^{i(px-\omega t)}$$

$$\phi_{I}(x, y, t) = \phi_{\infty}(x, y)e^{-i\omega t} = \Phi_{I}e^{-iqy}e^{i(px-\omega t)}$$

$$q = k\sin \vartheta, p = k\cos \vartheta$$
(1)

где  $W_{\infty}(x, y), \mu_{\infty}(x, y), \nu_{\infty}(x, y), \varphi_{\infty}(x, y)$ -амплитуды компонент упруго-спиновых волн,  $W_I, M_I, N_I, \Phi_I$ -постоянные, p, q-компоненты волнового вектора  $\vec{k}$ ,  $\omega$ круговая частота,  $0 < \vartheta < \pi/2$  - угол скольжения падающих волн, t-время.

Для следующих двух случаев граничных условий на поверхности y=0 ставится задача определения магнитоупругого волнового поля в конструкции с приведенными выше магнитными и упругими параметрами (временной множитель  $e^{-i\omega t}$  здесь, и в дальнейшем, опущен).

1. Жесткое закрепление поверхности с магнитным экраном:

$$w(x, y)\Big|_{y=0} = 0, \qquad \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \rho v\right)\Big|_{y=0} = 0$$
 (2)

2. Свободный край с магнитным экраном:

$$(Gw_{y} + \rho vB)|_{y=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial \varphi}{\partial y} - \rho v\right)|_{y=0} = 0$$
(3)

Требуется определить распределение отраженных и дифрагированных волновых полей в области  $\Omega_0$ , а также выявить зависимости амплитуды магнитоупругой волны от параметров задачи: угла падения, частоты и интенсивности внешнего магнитного поля.

**3.Общее решение определяющей системы.** Система определяющих уравнений, описывающая механические перемещения и движение плотности намагниченности в ферромагнитном теле представляется в виде [1-3,6]:

$$w_{tt} = S^{2} \Delta w + B(\mu_{x} + \nu_{y})$$
  

$$\mu_{t} = \omega_{M} (\phi_{y} + \hat{b}\nu + Bw_{y})$$
  

$$\nu_{t} = -\omega_{M} (\phi_{x} + \hat{b}\nu + Bw_{x})$$
  

$$\Delta \phi = (\mu_{x} + \nu_{y})$$
  
(4)

5

где  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$  - оператор Лапласа,  $\vec{\mu}_0(\mu, \nu, 0)$  -плотность намагниченности,  $\varphi$  - магнитный потенциал,  $S = \sqrt{G/\rho}$  - скорость упругой волны, G -модуль сдвига,  $\rho$  - плотность материала,  $\omega_M = \overline{\gamma}M_0$ ,  $\overline{\gamma}$  -гиромагнитное отношение,  $B = (b+f)\mu_0$ ,  $\mu_0 = M_0/\rho$  - массовая намагниченность насыщения, b, f -магнитоупругие коэффициенты связи.

Подставляя выражения (1) в систему уравнений (4), получим однородную систему линейных уравнений, условие разрешимости которой дает следующие соотношения между постоянными  $W_I, M_I, N_I, \Phi_I$ :

$$M_{I} = \alpha W_{I}, \quad \alpha = \frac{B(ipb - q\Omega)}{\Omega^{2} - \Omega_{SV}^{2}}$$
(5)

$$N_{I} = \beta W_{I}, \quad \beta = \frac{B(iqb + p\Omega)}{\Omega^{2} - \Omega_{SV}^{2}}$$
(6)

$$\Phi_I = \lambda W_I, \quad \lambda = \frac{Bb}{\Omega^2 - \Omega_{SV}^2} \tag{7}$$

с характеристическим уравнением:

$$k^{2} \left[ \left( \omega^{2} - k^{2} S^{2} \right) \left( \Omega^{2} - \Omega_{SV}^{2} \right) - \hat{b} B k^{2} \right] = 0,$$

$$\text{ rge } k^{2} = q^{2} + p^{2}; \quad \Omega = \omega / \omega_{M}; \quad \Omega_{SV}^{2} = \hat{b}^{2} + \hat{b}.$$

$$(8)$$

Отметим, что характеристическое уравнение (8) определяет связь между частотой  $\omega$  и волновым числом k падающей волны.

Общее решение системы (4) ищем в виде:

$$w(x, y, t) = w_I(x, y, t) + W(x, y)e^{-i\omega t}, \quad v(x, y, t) = v_I(x, y, t) + N(x, y)e^{-i\omega t}$$

$$\mu(x, y, t) = \mu_I(x, y, t) + M(x, y)e^{-i\omega t}, \quad \varphi(x, y, t) = \varphi_I(x, y, t) + \Phi(x, y)e^{-i\omega t}$$
(9)
ГДЕ  $w_I, \mu_I, v_I, \varphi_I$  - определяются соотношениями (1),

 $W(x, y), M(x, y), N(x, y), \Phi(x, y)$  - неизвестные амплитуды.

Подставим (9) в систему (4) и учтем, что функции (1) удовлетворяют этой системе. В результате, без учета временного множителя  $e^{-i\omega t}$ , мы придем к системе уравнений для определения неизвестных функций  $W, M, N, \Phi$ :

$$W + \frac{S^2}{\omega^2} \Delta W + \frac{B}{\omega^2} (M_x + N_y) = 0, \quad \Omega_M M - \hat{b}N = BW_y + \Phi_y,$$
  
$$\hat{b}M + \Omega_M N = -BW_x - \Phi_x, \quad \Delta \Phi = M_x + N_y; \quad (\Omega_M = -\frac{i\omega}{\omega_M}).$$
(10)

Отсюда выразим M, N через  $W, \Phi$ :

$$M(x, y) = C_1 W_y - C_2 W_x + C_3 \Phi_y - C_4 \Phi_x,$$

$$N(x, y) = -C_1 W_x - C_2 W_y - C_3 \Phi_x - C_4 \Phi_y$$
rde  $C_1 = \frac{B\Omega_M}{\overline{\Omega}_M}, C_2 = \frac{B\hat{b}}{\overline{\Omega}_M}, C_3 = \frac{\Omega_M}{\overline{\Omega}_M}, C_4 = \frac{\hat{b}}{\overline{\Omega}_M}; \overline{\Omega}_M^2 = \Omega_M^2 + \hat{b}^2.$ 
(11)

Подставим (11) в первое и четвертое уравнения системы (10), получим:

$$\Delta \Phi = -\frac{C_2}{1+C_4} \Delta W; \qquad \Delta W + r^2 W = 0, \tag{12}$$

где 
$$r^2 = \frac{\omega^2 (\Omega^2 - \Omega_{SV}^2)}{S^2 (\Omega^2 - \tilde{\Omega}_{SV}^2)}; \ \tilde{\Omega}_{SV}^2 = \Omega_{SV}^2 - \hat{b}BS^{-2}, \ \Omega_{SV}^2 = \hat{b}^2 + \hat{b}$$
 (13)

Общее решение системы (10) в трансформантах преобразования Фурье представляется в виде:

$$\overline{W}(\sigma, y) = Q_1 e^{-\gamma y} + Q_2 e^{\gamma y}, \quad \overline{\Phi}(\sigma, y) = R_1 e^{-\sigma y} + R_2 e^{\sigma y} + \tau_0 (Q_1 e^{-\gamma y} + Q_2 e^{\gamma y})$$
(14)  
$$\overline{M}(\sigma, y) = C_1 \overline{W}_1 + i\sigma C_2 \overline{W} + C_2 \overline{\Phi}_2 + i\sigma C_4 \overline{\Phi}$$

$$\overline{N}(\sigma, y) = i\sigma C_1 \overline{W} - C_2 \overline{W}_y + i\sigma C_3 \overline{\Phi} - C_4 \overline{\Phi}_y$$
(15)

где 
$$\gamma^2 = \sigma^2 - r^2; \ \tau_0 = \frac{B\hat{b}}{\Omega_{SV}^2 - \Omega^2}; \ Q_1, Q_2, R_1, R_2$$
-постоянные интегрирования,

$$\overline{f}(\sigma, y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{i\sigma x} dx; \ f(x, y) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \overline{f}(\sigma, y) e^{-i\sigma x} d\sigma$$

**4.Решение задачи.** Перейдем к решению поставленных выше задач. Для первой задачи граничные условия (2), после преобразования Фурье, запишутся в виде:

$$\overline{w}(\sigma, y)|_{y=0} = 0, \quad \left(\frac{\partial\overline{\phi}(\sigma, y)}{\partial y} - \rho\overline{v}(\sigma, y)\right)|_{y=0} = 0 \tag{16}$$

Тогда, решение первой задачи можно сформулировать в виде краевой задачи (12), (15), (16), решение которой должно удовлетворять условию затухания при  $y \rightarrow 0$ . Решение, в конечном итоге, представляется в виде:

$$w(x, y, t) = 2\pi W_{I}(e^{-iqy} - e^{iqy})e^{i(px-\omega t)}$$

$$\varphi(x, y, t) = (2\pi \Phi_{I}e^{-iqy} + \tau_{5}e^{-|p|y} - 2\pi W_{I}\tau_{0}e^{iqy})e^{i(px-\omega t)}$$

$$\mu(x, y, t) = (2\pi M_{I}e^{-iqy} + \tau_{2}\tau_{5} | p | e^{-|p|y} - 2\pi W_{I}\tau_{1}e^{iqy})e^{i(px-\omega t)}$$

$$v(x, y, t) = (2\pi N_{I}e^{-iqy} + \tau_{4}\tau_{5} | p | e^{-|p|y} - 2\pi W_{I}\tau_{3}e^{iqy})e^{i(px-\omega t)}$$

$$r_{\text{T}e}$$
(17)

$$\begin{split} \tau_{0} &= \frac{C_{2}}{1+C_{4}}; \quad \tau_{1} = -C_{1}\gamma + iC_{2}\sigma - C_{3}\tau_{0}\gamma + iC_{4}\sigma\tau_{0}; \quad \tau_{2} = iC_{4} - C_{3}; \\ \tau_{3} &= C_{2}\gamma + iC_{1}\sigma + iC_{3}\tau_{0}\sigma + C_{4}\gamma\tau_{0}; \quad \tau_{4} = -iC_{3} + C_{4}; \\ \tau_{5} &= \frac{2\pi[W_{I}(\tau_{0}\gamma + \tau_{3}\rho) - iq_{0}\Phi_{I} - \rho N_{I}]}{|p|(1+\rho\tau_{4})}, \\ -\gamma &= iq, \qquad q = \sqrt{\frac{\omega^{2}(\Omega^{2} - \Omega_{SV}^{2})}{S^{2}(\Omega^{2} - \tilde{\Omega}_{SV}^{2})}} - p^{2} > 0 \end{split}$$

Как видно из (17), волновое поле в области  $\Omega_0$  состоит из следующих составляющих:

- падающие и отраженные сдвиговые волны для упругого перемещения w(x, y, t),

- падающие, отраженные и локализованные у поверхности y=0 сопутствующие волны сдвига при магнитном потенциале  $\varphi(x, y, t)$  и компонентах плотности намагниченности  $\mu(x, y, t)$  и v(x, y, t).

Эти волны распространяются по направлению оси Ox со скоростью  $\omega/k \cos \theta$ , а по направлению оси Oy со скоростью  $\omega/k \sin \theta$ . Амплитуда локализованной у плоскости y=0 сдвиговой сопутствующей волны стремится к нулю при  $y \to \infty$ .

Во второй задаче аналогичным образом определяем волновое поле в ферромагнитном полупространстве, которое представляется следующими формулами:

$$w(x, y, t) = (2\pi W_I e^{-iqy} + \tau_6 e^{iqy}) e^{i(px-\omega t)}$$

$$\varphi(x, y, t) = (2\pi \Phi_I e^{-iqy} + \tau_7 e^{-|p|y} + \tau_0 \tau_6 e^{iqy}) e^{i(px-\omega t)}$$

$$\mu(x, y, t) = (2\pi M_I e^{-iqy} + \tau_2 \tau_7 | p | e^{-|p|y} + \tau_1 \tau_6 e^{iqy}) e^{i(px-\omega t)}$$

$$v(x, y, t) = (2\pi N_I e^{-iqy} + \tau_4 \tau_7 | p | e^{-|p|y} + \tau_3 \tau_6 e^{iqy}) e^{i(px-\omega t)}$$

$$\tau_6 = \frac{2\pi [iqGW_I (1+\rho\tau_4) + \tau_4 \rho B(iq\Phi_I + \rho N_I)]}{\rho B \tau_3 - \gamma G - \rho \tau_4 \gamma G - \rho \tau_4 \tau_0 B \gamma}$$

$$\tau_7 = \frac{2\pi [(iq\Phi_I + \rho N_I)(G\gamma - \tau_3 \rho B) - GiqW_I (\tau_0 \gamma + \rho \tau_3)]}{\rho B \tau_3 - \rho G - \rho \tau_4 \rho B(iq\Phi_I - \rho \tau_3 \rho B) - GiqW_I (\tau_0 \gamma + \rho \tau_3)]}$$
(18)

Наличие в формулах (17) затухающей волны обусловлено падающей упругоспиновой волной и особенностью уравнений магнитоэлектростатики.

 $\rho B \tau_3 - \gamma G - \rho \tau_4 \gamma G - \rho \tau_4 \tau_0 B \gamma$ 

Из (18) следует, что волновые поля качественно совпадают и только амплитуды у них различны.

Перейдем к численному исследованию зависимости амплитуды сопутствующей волны от угла падения, частоты падающей волны и напряженности внешнего

магнитного поля. Введем обозначение  $\lambda = \Phi_s / W_I$ , где  $\Phi_s$  -амплитуда сопутствующей волны,  $W_I$  - амплитуда падающей волны. На фиг.2,3,4 приведены соответствующие зависимости.



Как следует из графиков, изображенных на фиг.2,3,4 угол падения, частота падающей волны, а также напряженность внешнего поля могут служить параметрами контролирующими величину амплитуды.

### Заключение

Рассмотрена задача отражения упруго-спиновой волны от поверхности ферромагнитного полупространства с примыкающим к его поверхности магнитным экраном. Построено общее решение системы уравнений, описывающей волновые поля в ферромагнитных средах. Для двух случаев граничных условий на поверхности полупространства (закрепленный магнитный экран и свободный) установлено волновое поле в полупространстве. Проведен численный анализ и на его основе построены графики зависимости амплитуды сопутствующей волны от угла падения, частоты падающей волны и напряженности внешнего магнитного поля.

### ЛИТЕРАТУРА

- 1. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Мир, 1991, 560 стр.
- 2. Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и ферромагнетиках. Москва: Наука, 1973 стр.591.
- 3. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
- Даноян З.Н., Атоян Л.А., Саакян С.Л., Даноян Н.З. "Квазипериодические спиновые волны в одномерной ферромагнитной среде". Proceed. Of 8-th Int. Conf. "The problems of dynamics of interaction of deformable media", 22-25 Sept., 2014, Goris- Stepanakert.p.205-212.
- Danoyan Z., Piliposian G, Hasanyan D. Reflection of spin and spin-elastic waves at the interface of a ferromagnetic half-space. Waves Rand. Complex Media 19(4), 567-584 (2009).
- Hasanyan D., Batra R. Antiplane Shear Waves in Two Contacting Ferromagnetic Half Spaces. J. Elast. (2011) 103, p.189-203.
- Parekh J.P. Magneto elastic surface wave in ferrites // Electron. Lett. 1969, [Vol 5], №14, - P.322-323.
- 8. Bernardo L., Mills D.L., Reflection of magneto-elastic waves from ferromagnetic surfaces, Phys. Rev. B 22 (1980), pp. 4445 4449.
- Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н., Атоян Л.А., Манукян Г.А. Отражение спиновых волн от границы ферромагнитного полупространства. Тр. VI межд. конф. сентябрь, 2008, Горис–Степанакерт, с.115-125.
- Даноян З.Н., Агаян К.Л., Атоян Л.А. Упруго-спиновые волны в слоистой среде ферромагнит-диэлектрик. Тр. 4-ой межд. конф. по совр. проблем мех. сплош. среды, Армения, Цахкадзор, 21-26 сент., 2015г., стр.185-189.
- 11. Kittel C. Interaction of spin waves and ultrasonic waves in ferromagnetic crystals. Phys. Rev. B110, 1958, 836-841.
- 12. Bagdasarian G.E., Hasanian D.J. Magneto-elastic interaction between soft ferromagnetic-elastic half-plane with crack and constant magnetic field, Int. J. Solids Struct. 37,2000 y., p. 5371-5383.
- 13. Baghdasaryan G.E. Existence and propagation character of spatial spin surface waves in ferromagnets. Proceed. NAS of Armenia, Physics. v.44, 6, p.405-416 (2009).
- 14. Camley R.E., Maradudin A.A. Pure shear elastic surface wave guided by the interface between two semi-infinite magneto-elastic media. Appl. Phys. Lett. 38(8), 1981, 610-612.
- Nikitov, S.A., Tailhades, Ph., Tsai, C.S. Spin waves in periodic magnetic structuresmagnonic crystals. J. Magnet. Mater, v.23, 3, 2001, p.p.320-331.

### Сведения об авторах:

Агаян Каро Леренцович – д.ф.-м.н., вед. науч.сотр. Института механики НАН РА. Адрес: РА, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 246.

E-mail: karoaghayan@gmail.com

Атоян Левон Арутюнович – к.ф.-м.н., ст.науч. сотр. Института механики НАН РА. Адрес: РА, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 246. E-mail: levous@mail.ru

Поступила в редакцию 17.06.2023