

**РАСПРОСТРАНЕНИЕ ПОВЕРХНОСТНЫХ ВОЛН В СОСТАВНОЙ
ПОЛУПЛОСКОСТИ ПРИ УСЛОВИЯХ НАВЬЕ НА ЛИНИИ
СТЫКА**

Амирджанян А.А., Белубекян М.В., Геворгян Г.З, Дарбинян А.З.

Ключевые слова: волна Рэлея, поперечные и продольные волны, волновое число, частота, условия затухания, дисперсионное уравнение.

Amirjanyan A.A., Belubekyan M.V., Gevorgyan G.Z, Darbinyan A.Z.

**Propagation of Surface Waves in a Composite Semi-Plane Under Navier
Conditions on the Joint Line**

Keywords: Rayleigh wave, transverse and longitudinal waves, wave number, frequency, damping conditions, dispersion equation

The problem of the propagation of Rayleigh-type surface waves along the connection line of the half-plane-layer system is considered. It is assumed that the Navier conditions are specified on the line connecting the layer with the half-plane, i.e. normal stresses are equal to zero, and shear stresses and tangential displacements of the layer and half-plane are equal to each other. The dispersion equations of the problem are obtained and investigated in the cases when the outer boundary of the layer is free of stresses, is clamped, or the Navier conditions are set on it.

Ամիրջանյան Հ.Ա., Բելուբեկյան Մ.Վ., Գևորգյան Գ.Զ., Դարբինյան Ա.Զ.

**Մակերևույթային ալիքների փարածումը բաղադրյալ կիսահարթություն մեջ
միացման գծի վրա Նավյեի կոնֆորմալ պայմաններով դեպքում**

Նիւնաբառեր՝ Ռելեյի ալիք, երկայնական և լայնական ալիքներ, ալիքային թիվ, հաճախություն:

Դիտարկված է Ռելեյի փիպի մակերևույթային ալիքների փարածումը կիսահարթություն-շերտ համակարգի միացման գծի երկայնքով, որտեղ փեղի ունեն Նավյեի կոնֆորմալ պայմանները, իսկ շերտի վերևի մասում դիտարկված են ազատ, ամրակցման կամ Նավյեի կոնֆորմալ պայմանները: Երկու դեպքում էլ սրացվել են խնդրի դիսպերսիոն հավասարումները և մակերևույթային ալիքների փարածման պայմանները՝ կախված ֆիզիկական և երկրաչափական բնութագրիչներից:

Рассмотрена задача распространения поверхностных волн типа Рэлея по линии соединения системы полуплоскость-слой. Принимается, что на линии соединения слоя с полуплоскостью заданы условия Навье, т.е. нормальные напряжения равны нулю, а касательные напряжения и тангенциальные перемещения слоя и полуплоскости равны друг другу. Получены и исследованы дисперсионные уравнения задачи в случаях, когда внешняя граница слоя свободна от напряжений, заземлена или на ней заданы условия Навье.

Исследованы разные случаи упругих постоянных материалов слоя и полуплоскости. Численным расчётом показана зависимость фазовой скорости волны, распространяющейся вдоль границы слоя, от частоты. Получены условия распространения поверхностных волн в зависимости от физических и геометрических характеристик полуплоскости и слоя.

Введение.

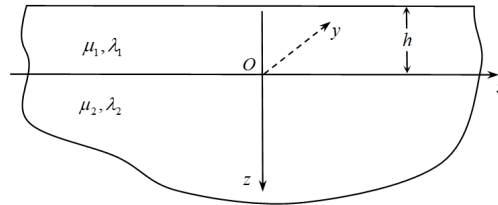
Распространение поверхностных волн типа Рэлея в составной полуплоскости было исследовано многими авторами, отметим, в частности, работы [1–7]. Работа [7] авторов была посвящена исследованию распространения поверхностных волн в системе слой-полуплоскость, когда на линии их соединения заданы условия скользящего контакта. В работе [4] М.В.Белубекином были рассмотрены разные условия соединения тонкой полосы с полупространством, в том числе и условия антискользящего контакта, предполагающего равенство нулю нормального усилия и равенства друг к другу тангенциальных перемещений и напряжений, названных им условиями Навье. В работе [8] авторами была рассмотрена задача распространения поверхностных волн в составной полуплоскости, когда между полуплоскостью и полосой имеют место условия Навье, а на свободной поверхности полосы заданы условия скользящего контакта. В настоящей работе рассматривается та же задача, но при трех разных условиях на свободной поверхности полосы: а) свободная поверхность, б) жесткое защемление и в) условия Навье. С другой стороны, настоящая работа вместе с [8] является аналогом работы [7], но при других условиях на линии соединения.

Постановка задачи

В рамках плоской задачи теории упругости рассматривается возможность распространения поверхностных волн вдоль линии соединения упругого слоя толщины h , характеризующегося параметрами Ламе λ_1, μ_1 , и упругой полуплоскости с параметрами λ_2, μ_2 . В левосторонней прямоугольной системе координат $Oxyz$ полоса занимает область $(-h \leq z \leq 0)$, а полуплоскость $(z > 0)$ (фиг.1) Рассмотрим случай плоской деформации, т.е. для компонент упругих перемещений примем

$$u_1^{(i)} = u^{(i)}(x, z, t), \quad u_3^{(i)} = w^{(i)}(x, z, t), \quad u_2^{(i)} = 0 \quad (i = 1, 2) \quad (1)$$

где индексом $i = 1$ обозначаются величины, относящиеся к слою, а индексом $i = 2$ – к полуплоскости, t – время.



Фиг. 1: Схематическое представление рассматриваемой системы

Уравнения движения в перемещениях для каждой из областей $(-h \leq z \leq 0)$

и ($z > 0$) имеют вид [9]

$$\begin{aligned} c_{ti}^2 \Delta u^{(i)} + (c_{\ell i}^2 - c_{ti}^2) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial z} \right) &= \frac{\partial^2 u^{(i)}}{\partial t^2} \\ c_{ti}^2 \Delta w^{(i)} + (c_{\ell i}^2 - c_{ti}^2) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u^{(i)}}{\partial x} + \frac{\partial w^{(i)}}{\partial z} \right) &= \frac{\partial^2 w^{(i)}}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (2)$$

где $c_{\ell i}$, c_{ti} – скорости распространения продольных и поперечных волн в соответствующих средах, Δ – оператор Лапласа.

На линии раздела материалов $z = 0$ заданы условия Навье [4]:

$$\sigma_{33}^{(1)} = 0, \quad \sigma_{33}^{(2)} = 0, \quad \sigma_{31}^{(1)} = \sigma_{31}^{(2)}, \quad u^{(1)} = u^{(2)} \quad (3)$$

При помощи скалярных потенциалов [?]

$$u^{(j)} = \frac{\partial \Phi_j}{\partial x} + \frac{\partial \Psi_j}{\partial z}, \quad w^{(j)} = \frac{\partial \Phi_j}{\partial z} - \frac{\partial \Psi_j}{\partial x} \quad (4)$$

уравнения (2) сводятся к независимым друг от друга уравнениям

$$\Delta \Phi_j = \frac{1}{c_{\ell j}^2} \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial t^2}, \quad \Delta \Psi_j = \frac{1}{c_{tj}^2} \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial t^2}. \quad (5)$$

Компоненты напряжений, необходимые для удовлетворения условиям (3) и граничным условиям на неконтактирующей поверхности полосы, выражаются через эти потенциалы следующими формулами:

$$\begin{aligned} \sigma_{33}^{(j)} &= \lambda_j \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x^2} + (\lambda_j + 2\mu_j) \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial z^2} - 2\mu_j \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial z \partial x}, \\ \sigma_{31}^{(j)} &= \mu_j \left(2 \frac{\partial^2 \Phi_j}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \Psi_j}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \quad (6)$$

Общие решения уравнений (5) для слоя имеют вид:

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= (A_1 \operatorname{sh}(k\nu_{11}z) + B_1 \operatorname{ch}(k\nu_{11}z)) \exp ik(x - ct) \\ \Psi_1 &= (A_2 \operatorname{ch}(k\nu_{12}z) + B_2 \operatorname{sh}(k\nu_{12}z)) \exp ik(x - ct) \end{aligned} \quad (7)$$

а для полуплоскости, с учетом того, что они должны удовлетворять условиям затухания [9]:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} \Phi_2 = 0, \quad \lim_{z \rightarrow \infty} \Psi_2 = 0, \quad (8)$$

будут иметь вид:

$$\begin{aligned} \Phi_2 &= A_3 e^{-k\nu_{21}z} \exp ik(x - ct) \\ \Psi_2 &= B_3 e^{-k\nu_{22}z} \exp ik(x - ct) \end{aligned} \quad (\nu_{21}, \nu_{22} > 0) \quad (9)$$

где k – волновое число, c – скорость распространения возможной волны.

Кроме того, здесь использованы следующие обозначения

$$\begin{aligned}\eta_j &= \frac{c_{tj}^2}{c_{lj}^2} = \frac{\mu_j}{\lambda_j + 2\mu_j}; & \theta &= \frac{c_{t2}^2}{c_{t1}^2} = \frac{\mu_2 \rho_1}{\mu_1 \rho_2}; & \xi &= \frac{c^2}{c_{t2}^2}; \\ \nu_{11} &= \sqrt{1 - \xi\theta\eta_1}; & \nu_{12} &= \sqrt{1 - \xi\theta}; & \nu_{21} &= \sqrt{1 - \xi\eta_2}; & \nu_{22} &= \sqrt{1 - \xi}; \\ \beta_2 &= 1 - \frac{\xi}{2}; & \beta_1 &= 1 - \frac{\xi\theta}{2}; & \mu_* &= \frac{\mu_2}{\mu_1}.\end{aligned}$$

Исходя из введенных обозначений и учитывая, что $\eta_j < 1$, условия в (9) будут выполнены, если будет выполнено условие $0 < \xi < 1$.

Следовательно, условие $0 < \xi < 1$ является необходимым для существования поверхностных, т.е. затухающих по глубине, волн.

В дальнейшем будем использовать также обозначение

$$\xi_{Rj} = \frac{v_{Rj}^2}{c_{t2}^2} \quad (j = 1, 2)$$

где v_{R1} и v_{R2} - скорости распространения волн Релея в материалах полосы и полуплоскости соответственно.

2 Решение задачи.

Для исследования вопроса возможности существования поверхностной волны, распространяющейся вдоль линии раздела материалов, необходимо получить дисперсионное уравнение и выяснить наличие у него корня, удовлетворяющего условию $0 < \xi < 1$. Известно, что для получения дисперсионного уравнения, помимо условий соединения материалов (3), необходимо иметь граничные условия на свободной поверхности слоя. Рассмотрим три различных варианта граничных условий при $z = -h$.

2.1 а. Поверхность $z = -h$ свободна от напряжений.

Пусть свободная поверхность слоя не нагружена, т.е. имеем

$$\sigma_{31}^{(1)} \Big|_{z=-h} = 0, \quad \sigma_{33}^{(1)} \Big|_{z=-h} = 0 \quad (10)$$

Подставив представления (7) и (9) в выражения компонентов перемещений и напряжений (4) и (6) и удовлетворив условиям (3) и (10), получим однородную систему линейных алгебраических уравнений относительно постоянных A_j, B_j ($j = 1, 2, 3$). Условие существования решения этой системы, т.е. условие равенства к нулю определителя матрицы системы, приводит к следующему дис-

персионному уравнению

$$\begin{aligned} & \theta \nu_{12} (\beta_2^2 - \nu_{21} \nu_{22}) (\beta_1^2 \operatorname{th} s \nu_{11} - \nu_{11} \nu_{12} \operatorname{th} s \nu_{12}) + \\ & + \mu_* \nu_{22} [2\beta_1^2 \nu_{11} \nu_{12} (\operatorname{sech} s \nu_{11} \operatorname{sech} s \nu_{12} - 1) + \\ & + (\beta_1^4 + \nu_{11}^2 \nu_{12}^2) \operatorname{th} s \nu_{11} \operatorname{th} s \nu_{12}] = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

где $s = kh = h/\lambda$ - безразмерный параметр, представляющий собой отношение толщины полосы к длине волны λ .

Учитывая, что для гиперболических функций можно использовать асимптотические формулы, которые существенно упростят уравнение (11), рассмотрим отдельно случаи длинных волн, или тонкого слоя, и коротких волн, или толстого слоя. Исследование проведем в плане получения аналитических формул. Рассмотрим случай длинных волн, или тонкого слоя, когда $s \ll 1$.

В этом случае дисперсионное уравнение (11) примет вид

$$4(\beta_2^2 - \nu_{21} \nu_{22}) + \mu_* \xi \nu_{22} s [\xi \theta - 4(1 - \eta_1)] + O(s^2) = 0 \quad (12)$$

Здесь учтено, что при $\xi = 0$ имеем тривиальное решение.

Полученное уравнение совпадает с соответствующим уравнением работы [4], где тонкий слой рассматривается в рамках теории пластин Кирхгоффа. В работе [10] рассмотрена похожая задача, но при принятии для тонкого слоя гипотезы Мелана для стрингера. Полученное в [10] уравнение отличается от (12), поскольку условия контакта слоя с полуплоскостью записываются для усредненных по толщине слоя величин, и в обозначениях настоящей работы имеет вид:

$$4(\beta_2^2 - \nu_{21} \nu_{22}) + \mu_* \xi \nu_{22} s \frac{\xi \theta - 1}{1 - \eta_1} + O(s^2) = 0.$$

Разыскивая решение уравнения (12) в виде ряда по s , для корня дисперсионного уравнения можно получить асимптотическую формулу

$$\xi = \xi_{R2} + s \frac{2\mu_* \xi_{R2} \sqrt{1 - \xi_{R2}} (2 - \xi_{R2})^2}{(4[1 + (1 - 2\xi_{R2})\eta_2] - (2 - \xi_{R2})^3)} \left(1 - \eta_1 - \frac{\xi_{R2} \theta}{4}\right) + O(s^2) \quad (13)$$

Если в случае скользящего контакта на линии соединения [7] этот корень был всегда меньше скорости волны Релея в полуплоскости ξ_{R2} , то в рассматриваемом случае при малых значениях параметра θ этот корень больше ξ_{R2} , при $\theta = \frac{4(1-\eta_1)}{\xi_{R2}}$ равен ξ_{R2} , а при больших значениях меньше ξ_{R2} .

Пусть теперь $s \gg 1$. В этом случае асимптотики зависят от значения параметра θ , спектром изменения которого является положительная полуось числовой оси. Рассмотрим отдельные случаи.

1) Пусть $\theta \leq 1$, тогда для произвольного $0 < \xi < 1$, с учетом $0 < \eta_1 < 0.5$, подкоренные выражения величин ν_{11} и ν_{12} будут положительными и для гиперболических функций можно принять:

$$\operatorname{th}(s\sqrt{1 - \xi\theta}) \approx \operatorname{th}(s\sqrt{1 - \xi\theta\eta_1}) \approx 1; \quad \operatorname{sech}(s\sqrt{1 - \xi\theta}) \approx \operatorname{sech}(s\sqrt{1 - \xi\theta\eta_1}) \approx 0$$

Тогда уравнение (11) сведется к уравнению

$$-(\beta_1^2 - \nu_{11}\nu_{12}) (\mu (\beta_1^2 - \nu_{11}\nu_{12}) \nu_{22} + \theta \nu_{12} (\beta_2^2 - \nu_{21}\nu_{22})) = 0 \quad (14)$$

Первый множитель совпадает с уравнением Релея для материала полосы и имеет решение $\xi = \xi_{R1}$.

Второй же множитель (14) в концах интервала $0 < \xi < 1$ имеет разные знаки, и монотонно убывает, а это означает, что уравнение имеет один корень. Также отметим, что это решение всегда находится между скоростями волн Релея в полуплоскости и в полосе.

II) Если $1 < \theta < 1/\eta_1$, то из уравнения (14) следует искать корень в интервале $0 < \xi < 1/\theta$. В интервале же $1/\theta < \xi < 1$ будем иметь $1 - \xi\theta < 0$ и $1 - \xi\theta\eta_1 > 0$, а следовательно

$$\text{th}(s\sqrt{1 - \xi\theta}) = itg(s\sqrt{\xi\theta - 1}); \quad \text{th}(s\sqrt{1 - \xi\theta\eta_1}) \approx 1.$$

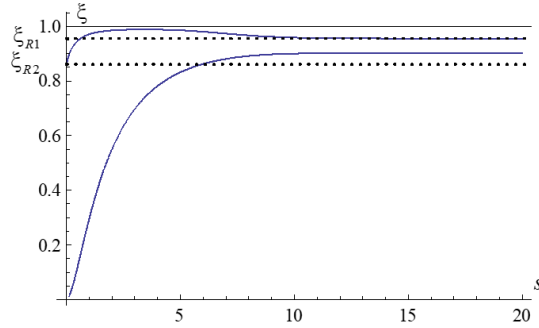
Тогда из уравнения (11) следует

$$\tan \left[s\sqrt{\xi\theta - 1} \right] = \frac{\beta_1^2 \sqrt{\theta\xi - 1} (2\mu_* \nu_{22} \nu_{11} - \theta (\beta_2^2 - \nu_{21}\nu_{22}))}{\mu_* \nu_{22} (\beta_1^4 + \nu_{11}^2 \nu_{12}^2) - \theta \nu_{12}^2 \nu_{11} (\beta_2^2 - \nu_{21}\nu_{22})}. \quad (15)$$

Последнее выражение указывает на то, возможно распространение бесконечного числа мод поверхностных волн.

III) Пусть теперь $1/\eta_1 < \theta$. Тогда, как и в предыдущем случае, следует искать в интервале $0 < \xi < 1/\theta$ искать корень уравнения (14), в интервале $1/\theta < \xi < 1/\theta\eta_1$ воспользоваться формулой (15), а в интервале $1/\theta\eta_1 < \xi < 1$ гиперболические функции обращаются в тригонометрические и аналитическую формулу для фазовой скорости, к сожалению, получить не удаётся.

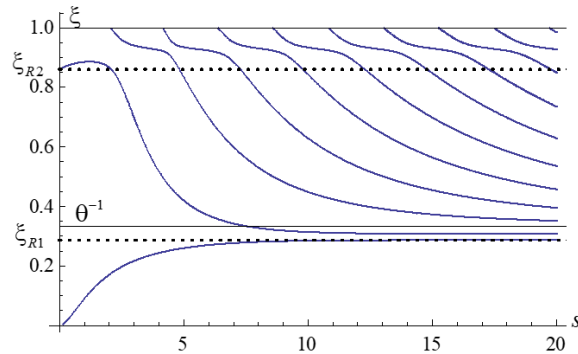
Перейдем к численному анализу зависимости скорости распространения возможных поверхностных волн от параметра s . Не довольствуясь полученными выше асимптотическими формулами, численный анализ проведем непосредственно на уравнении (11). Выяснилось, что кроме поверхностной волны, распространяющейся со скоростью, близкой к ξ_{R2} , при всех значениях параметра θ существует также возможность распространения второй волны, скорость которой, начиная с нуля, возрастает по мере возрастания параметра s . На фиг. 2-4 представлены графики зависимости скоростей возможных поверхностных волн, распространяющихся вдоль линии соединения материалов, от параметра s при определенных значениях отношения модулей сдвига $\mu_* = 1.5$, коэффициентов Пуассона материалов полосы и полуплоскости, принятых одинаковыми $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, и разных значениях параметра $\theta = 0.9, 3, 6$, попадающих в указанные выше подобласти.



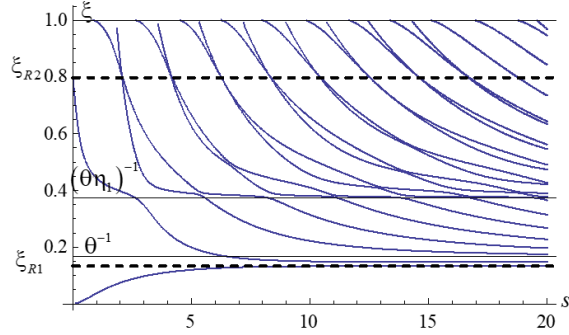
Фиг. 2: Зависимость ξ от s при $\mu_* = 1.5$; $\theta = 0.9$; $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$

Как видно из фиг.2. верхняя кривая стремится к ξ_{R1} , а нижняя - к некоторой величине между ξ_{R1} и ξ_{R2} . Численный анализ при таких значениях параметра θ и коэффициентов Пуассона, когда $\xi_{R1} < \xi_{R2}$, верхняя кривая стремится к некоторой величине между ξ_{R1} и ξ_{R2} , а нижняя - к ξ_{R1} , что соответствует утверждению подпункта I) случая $s \gg 1$. Нетрудно проверить, что выполняется и описание к асимптотической формулы (13).

В отличие от случая скользящего контакта на линии раздела [7], когда вторая волна появляется лишь после определенного значения параметра s и ее скорость выше ξ_{R1} , в этом случае вторая волна существует при всех s , а скорость ее распространения всегда меньше ξ_{R1} .

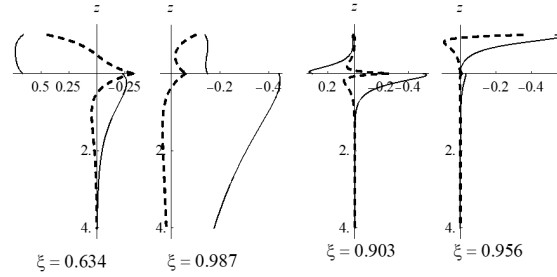


Фиг. 3: Зависимость ξ от s при $\mu_* = 1.5$; $\theta = 3$; $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$



Фиг. 4: Зависимость ξ от s при $\mu_* = 1.5$; $\theta = 6$; $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$

Фиг. 3 и фиг. 4 показывают, что при больших значениях параметра θ картины распределения кривых скоростей разных мод схожи с картинами для скользящего контакта [7], но отличаются тем, что существует дополнительная волна, изменяющаяся в интервале $(0, \xi_{R1})$, а все остальные скорости больше, чем ξ_{R1} .



Фиг. 5: Нормализованные перемещения u (пунктир) и w (сплошная линия) по оси z при $s = 2.5$ (левая пара) и $s = 15$ (правая пара)

По аналогии с работой [7], представим также амплитуды нормализованных перемещений по глубине системы слой-полуплоскость. Напомним, что в указанной работе было введено понятие нормализованных перемещений, т.е. перемещений, удовлетворяющих, для каждого волнового числа k , условию

$$\int_0^{\frac{\pi}{k}} \left(\int_{-h}^0 E_P^{(1)} dz + \int_0^{\infty} E_P^{(2)} dz \right) dx = \int_0^{\frac{\pi}{k}} \left(\int_{-h}^0 E_K^{(1)} dz + \int_0^{\infty} E_K^{(2)} dz \right) dx = 1$$

где $E_P^{(j)}$, $E_K^{(j)}$ ($j = 1, 2$) - удельные потенциальные и кинетические энергии слоя и полуплоскости.

Из графиков первой пары ($s = 2.5$), соответствующей случаю относительно тонкого слоя, можно заметить, что энергия медленно распространяющейся волны аккумулируется, главным образом, внутри слоя, а быстро распространяющейся

волны – в приграничной зоне полуплоскости. Вертикальное перемещение внутри слоя для обеих волн можно считать практически постоянным, т.е. при колебании слой можно считать недеформируемым в вертикальном направлении.

Графики второй пары ($s = 15$), соответствующей случаю относительно толстого слоя, явно указывают на «поверхностный» характер этих волн, энергия первой волны сконцентрирована в непосредственной близости от линии соединения материалов, а второй волны – у свободной границы слоя. При этом по величине скорости распространения этих волн уже достаточно близки друг к другу.

б. Защемлённая поверхность

В этом случае на верхней границе $z = -h$ имеем условия

$$u^{(1)}(x, -h) = 0, \quad w^{(1)}(x, -h) = 0$$

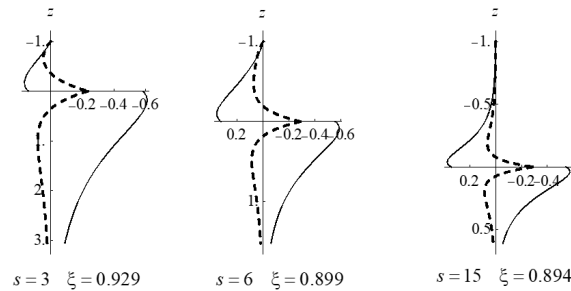
и дисперсионное уравнение будет иметь вид

$$\mu_* \nu_{22} \left((\beta_1^2 + \nu_{11}^2 \nu_{12}^2) \operatorname{th} s\nu_{11} \operatorname{th} s\nu_{12} - (1 - 2\beta_1 \operatorname{sech} s\nu_{11} \operatorname{sech} s\nu_{12} + \beta_1^2) \nu_{11} \nu_{12} \right) + \theta \nu_{12} (\beta_2^2 - \nu_{21} \nu_{22}) (\operatorname{th} s\nu_{11} - \nu_{11} \nu_{12} \operatorname{th} s\nu_{12}) = 0$$

Численный анализ полученного дисперсионного уравнения показал, что:

- при $\theta \leq 1$ может распространяться только одна поверхностная волна, скорость распространения которой при увеличении параметра s , монотонно убывая от единицы, стремится к определенной величине между ξ_{R1} и ξ_{R2} .
- при $\theta > 1$ опять-таки имеем бесконечное число мод поверхностных волн, скорость распространения которых всегда выше, чем ξ_{R1} , но, в отличие от случая свободного края, здесь отсутствует медленно распространяющаяся волна, скорость которой при $s \gg 1$ была равна ξ_{R1} .

На фиг. 6 представлены нормализованные перемещения для данных, соответствующих фиг. 2, т.е. $\mu_* = 1.5$, $\theta = 0.9$ и $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, при разных значениях параметра $s = 3, 6, 15$.



Фиг. 6: Нормализованные перемещения u (пунктир) и w (сплошная линия) по оси z

Как и следовало ожидать, поверхностная волна может распространяться только по линии соединения материалов. Схожесть картин и практически одинаковые значения перемещений на линии соединения объясняются тем, что представлены нормализованные перемещения, сохраняющие энергию постоянной, и здесь не происходит перераспределения энергии между волнами, как это имело место в предыдущем случае.

г. Условие антисимметрии (условие Навье)

Здесь имеем

$$u^{(1)}(x, -h) = 0, \quad \sigma_{33}^{(1)}(x, -h) = 0$$

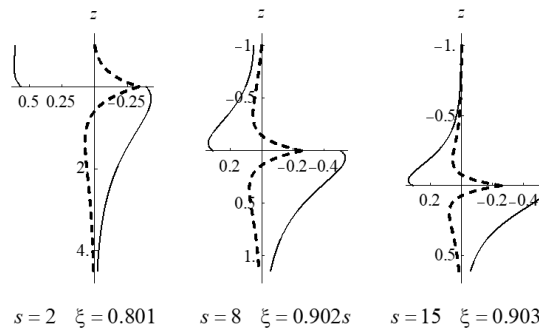
и дисперсионное уравнение будет

$$\theta \nu_{1,2} (\beta_2^2 - \nu_{2,1} \nu_{2,2}) \operatorname{th} s \nu_{1,1} \operatorname{th} s \nu_{1,2} + \mu_* \nu_{2,2} (\beta_1^2 \operatorname{th} s \nu_{1,1} - \nu_{1,1} \nu_{1,2} \operatorname{th} s \nu_{1,2}) = 0$$

Численный анализ дисперсионного уравнения дал следующие результаты:

- при $\theta \leq 1$ может распространяться только одна поверхностная волна, скорость распространения которой при увеличении параметра s , монотонно возрастая от нуля, стремится к определенной величине между ξ_{R1} и ξ_{R2} . Эта волна является аналогом волны, соответствующей нижней кривой на фиг.2.
- при $\theta > 1$ картина кривых скоростей разных мод поверхностных волн схожа с картинками на фиг.3 и фиг.4 с той лишь разницей, что здесь первая кривая в группе мод начинается не с ξ_{R2} , а с единицы.

На фиг. 7 также представлены нормализованные перемещения для данных, соответствующих фиг. 2, т.е. $\mu_* = 1.5$, $\theta = 0.9$ и $\nu_1 = \nu_2 = 0.3$, при разных значениях параметра $s = 2, 8, 15$.



Фиг. 7: Нормализованные перемещения u (пунктир) и w (сплошная линия) по оси z

Сравнивая последние кривые с кривыми на фиг. 5 и фиг. 6 замечаем, что сплошная кривая на первом рисунке почти повторяет эту же кривую на первом

рисунке фиг.5, поведение пунктирной линии повторяет поведение этой кривой на рисунках фиг. 6, третий рисунок практически повторяет третьи рисунки фиг.5 и фиг.6. Первые два совпадения объясняются наличием одного общего условия $u^{(1)}(x, -h) = 0$ или $w^{(1)}(x, -h) = 0$, третье же совпадение, очевидно, является следствием уменьшения влияния граничных условий ввиду удаленности границы от линии соединения, если изменение параметра $s = kh$ связать с изменением толщины слоя h .

Заключение.

Исследован вопрос существования поверхностных волн в системе слой – полуплоскость, когда на линии стыка имеют место условия Навье и проведено сравнение результатов с результатами другой работы, где проведено аналогичное исследование при условиях скольжения на линии соединения.

Литература

- [1] Chattarjee S.N. Propagation of Rayleigh Waves in a Layer Lying over a Heterogeneous Half Space. // Pure and Applied Geophysics. 1971. V 86. №3. P 69-79.
- [2] Белоконь А.В., Ремизов М.Ю. Гармонические колебания упругой изотропной полосы, жестко связанной с анизотропной полуплоскостью. Современные проблемы механики сплошной среды. // Труды V Межд. конф. Ростов-на Дону. 12-14 окт.1999. Ростов-на Дону. Изд. СКНЦ ВШ. 2000. Т 2. С 31-37.
- [3] Белоконь, А. В., Белоконь О. А., Болгова А. И. Волны в трехмерном слое, подкрепленном тонкой пластиной //Вестник Самарского Государственного Университета, 2007, №6. - С.30-42.
- [4] Белубекян М.В. Волны типа Релея в системе тонкий слой-полупространство. Механика, 58, №2, 2005. Ереван, Изд. НАН Армении. С.9-15.
- [5] Белубекян М.В. Поверхностные волны в упругих средах // В сб.: “Проблемы механики деформируемого твердого тела.” Ереван: Изд. НАН РА, 1997. С. 79-96.
- [6] Гринченко В. Т., Мелешко В.В. Гармонические колебания и волны в упругих телах. Киев: Наук, думка, 1981. 284 с.
- [7] Амирджанян А.А., Белубекян М.В., Геворгян Г.З, Дарбинян А.З. Распространение поверхностных волн в системе полуплоскость-слой при условии скользящего контакта между ними. Изв. НАН РА, Механика, 2021, т.74, №2, с. 18-32.
- [8] Амирджанян А.А., Белубекян М.В., Геворгян Г.З, Дарбинян А.З. Распространение поверхностных волн в составной полуплоскости. Изв. НАН РА, Механика, 2020, т.73, №1, с. 23-29.

- [9] Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир. 1975. 872 с.
- [10] Агаян К.Л., Багдасарян Р.А. Распространение упругих волн в полупространстве с тонким упругим усиливающим слоем. //Тр. VII межд. конф. «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред », 19-23 сентября, 2011, Горис-Степанакерт, с.18-25

Сведения об авторах:

Амирджян Арутюн Арменович - к.ф.-м.н., с.н.с. Института механики НАН РА. Тел.:(37410) 27-62-23, **email:** amirjanyan@gmail.com

Геворкян Гнун Завенович - к.ф.-м.н., в.н.с. Института механики НАН РА, **email:** gnungev2002@yahoo.com

Дарбинян Артавазд Завенович -к.ф.-м.н., с.н.с. Института механики НАН РА, **email:** darbinyan_1954@mail.ru

Поступила в редакцию 3.09.2021