

КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ОДНОРОДНОЙ ПЛОСКОСТИ С ТРЕЩИНОЙ

Акопян В.Н., Акопян Л.В.

Ключевые слова: смешанная задача, трещина, штамп, межфазный дефект, сухое трение.

V.N.Hakobyan, L.V. Hakobyan
Contact problem for a homogeneous plane with crack

Keywords: mixed boundary value problem, crack, stamp, interfacial defect, dry friction.

In the work, by methods of discontinuous solutions of the equations of elasticity theory and of the singular integral equations, a governing system of singular integral equations of the problem of the plane stress state of a homogeneous elastic plane with a finite crack, onto one of the sides of which an absolutely rigid stamp with dry friction is pressed, and constructed exact solution. Simple formulas are obtained both for determining the contact stresses under the stamp and for the intensity stress factors of the breaking stresses of normal separation and transverse shear.

Հակոբյան Վ.Ն., Հակոբյան Լ.Վ.
Կոնտակտային խնդիր ճաքով համասեռ հարթության համար

Հիմնաբառեր՝ խառը եզրային խնդիր, ճաք, դրոշմ, միջֆազային արատ, չոր շփում

Սշխատանքում, առաձգականության տեսության հավասարումների խզվող լուծումների և սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումների մեթոդների օգնությամբ, ստացվել են վերջավոր ճաք պարունակող առաձգական հարթության հարթ-դեֆորմացիոն վիճակը բնութագրող որոշիչ սինգուլյար ինտեգրալ հավասարումները, երբ ճաքի ափերից մեկին սեղմվում է բացարձակ կոշտ դրոշմը չոր շփմամբ, և կառուցվել է նրա փակ լուծումը: Ստացվել են պարզ բանաձևեր ինչպես դրոշմի տակ գործող կոնտակտային լարումների, այնպես էլ նորմալ պոկման և երկայնական սահքի քայքայող լարումների ինտենսիվության գործակիցների որոշման համար:

В работе методами разрывных решений уравнений теории упругости и сингулярных интегральных уравнений выведена определяющая система сингулярных интегральных уравнений задачи о плоскодеформированном состоянии однородной упругой плоскости с конечной трещиной, в один из берегов которой вдавливаются абсолютно жесткий штамп с сухим трением, и построено ее точное решение. Получены простые формулы как для определения контактных напряжений под штампом, так и для коэффициентов интенсивности разрушающих напряжений нормального отрыва и поперечного сдвига.

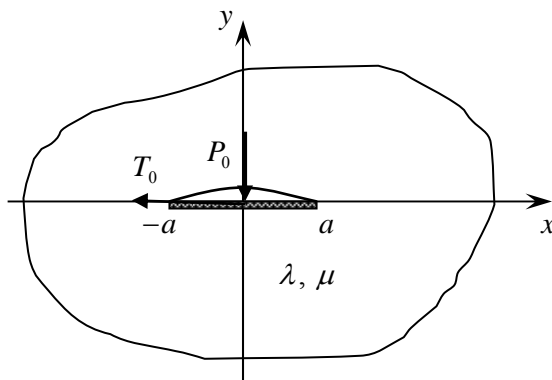
Введение

Определение локальных полей напряжений, возникающих вокруг концентраторов напряжений типа трещин, штампов и включений, по тем или иным причинам присутствующих в различных конструкциях, всегда было и остается одним из важных направлений контактных и смешанных задач теории упругости и механики разрушения. В этом направлении сделано огромное количество работ, результаты которых подытожены в известных монографиях [1-6]. Много работ посвящено изучению локальных полей напряжений вокруг полностью или частично сцепленных

абсолютно жестких включений в однородных и составных телах. В работах [7-10] построены точные решения ряда задач для кусочно-однородной плоскости и пространства с межфазными включениями, одна сторона которых сцеплена с матрицей, а другая сторона отошла от матрицы, создавая трещину, или гладко контактирует с матрицей. Точные решения многих задач о взаимовлиянии абсолютно жестких включений с трещинами в ортотропной упругой плоскости приведены в монографии [6]. Особо отметим работу [11], которая более тесно связана с настоящим исследованием. В ней получено точное решение задачи о плоско-деформированном состоянии однородной упругой плоскости с абсолютно жестким включением, одна сторона которого жестко сцеплена, а другая сторона контактирует с матрицей по закону сухого трения. Здесь же, с целью расширения области применения контактной модели Л.А.Галина [1], рассмотрена задача о плоско-деформированном состоянии однородной упругой плоскости с трещиной, на один из берегов которой вдавливается абсолютно жесткое включение (штамп) с сухим трением.

Постановка задачи и вывод определяющих уравнений

Рассматривается плоско-деформированное состояние однородной плоскости с коэффициентами Ламэ λ и μ , отнесенной к декартовой системе координат Oxy и содержащей трещину на интервале $(-a, a)$ оси абсцисс. Будем полагать, что плоскость деформируется при помощи абсолютно жесткого штампа вдавливаемого в один из берегов трещины под влиянием нормальной и касательной сосредоточенных нагрузок величин P_0 и T_0 , приложенных в центре штампа (рис. 1). При этом будем считать, что в зоне контакта штампа с плоскостью имеет место сухое трение с коэффициентом трения ρ .



Фиг.1

Ставится задача определить нормальные контактные напряжения под штампом, коэффициенты интенсивности разрушающих напряжений в концевых точках трещины, раскрытие трещины и изучить закономерности изменения указанных механи-

ческих характеристик в зависимости от физических и геометрических параметров поставленной задачи.

Мысленно разделив плоскость по оси абсцисс на две полуплоскости и снабдив индексами 1 и 2 соответственно компоненты напряжений и смещений верхнего и нижнего полуплоскостей, поставленную задачу математически можно сформулировать в виде следующей граничной задачи:

$$\begin{cases} \sigma_y^{(1)}(x, 0) = \sigma_y^{(2)}(x, 0) \\ \tau_{xy}^{(1)}(x, 0) = \tau_{xy}^{(2)}(x, 0) \\ u_1(x, 0) = u_2(x, 0) \\ v_1(x, 0) = v_2(x, 0) \end{cases} \quad |x| > a \quad (1a)$$

$$\begin{cases} \sigma_y^{(1)}(x, 0) = \tau_{xy}^{(1)}(x, 0) = 0 \\ \tau_{xy}^{(2)}(x, 0) = \rho \sigma_y^{(2)}(x, 0) \\ v_2(x, 0) = \delta \end{cases} \quad |x| < a \quad (1b)$$

Здесь $\sigma_y^{(j)}(x, y)$ и $\tau_{xy}^{(j)}(x, y)$ ($j=1, 2$) компоненты тензора напряжений, действующие в верхней и нижней полуплоскостях соответственно, $u_j(x, y)$ и $v_j(x, y)$ ($j=1, 2$) горизонтальные и нормальные составляющие вектора смещений в соответствующих полуплоскостях, а δ - осадка штампа.

Чтобы решить поставленную задачу будем использовать разрывные решения уравнений теории упругости для кусочно-однородной плоскости, приведенные в [6]:

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(1)}(x, 0) - i\tau_{xy}^{(1)}(x, 0) &= \frac{1}{\Delta} \left\{ l_0 \chi(x) + l_1 w'(x) + \frac{il_2}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\chi(s) ds}{s-x} + \frac{il_3}{\pi} \int_{-a}^a \frac{w'(s) ds}{s-x} \right\} \\ u^{(2)}(x, 0) + iv^{(2)}(x, 0) &= -\frac{1}{\Delta} \left\{ \frac{l_0 w'(x)}{\theta_2^{(2)}} - d_0 \chi(x) + \frac{l_2 i}{\pi \theta_2^{(2)}} \int_{-a}^a \frac{w'(s) ds}{s-x} + \frac{d_1 i}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\chi(s) ds}{s-x} \right\} \end{aligned}$$

где введены обозначения

$$\begin{aligned} \left[\sigma_y^{(1)}(x, 0) - i\tau_{xy}^{(1)}(x, 0) \right] - \left[\sigma_y^{(2)}(x, 0) - i\tau_{xy}^{(2)}(x, 0) \right] &= \sigma(x) - i\tau(x) = \chi(x), \\ \left[u^{(1)}(x, 0) + iv^{(1)}(x, 0) \right] - \left[u^{(2)}(x, 0) + iv^{(2)}(x, 0) \right] &= u(x) + iv(x) = w(x) / \theta_2^{(2)} \end{aligned}$$

$$l_0 = \vartheta_2^{(1)} (\vartheta_2^{(1)} + \vartheta_2^{(2)}) - \vartheta_1^{(1)} (\vartheta_1^{(1)} - \vartheta_1^{(2)}); \quad l_2 = \vartheta_1^{(1)} \vartheta_2^{(2)} + \vartheta_2^{(1)} \vartheta_1^{(2)};$$

$$\begin{aligned}
l_1 &= 2\left(\vartheta_2^{(2)}\right)^{-1}\left(\vartheta_1^{(2)}l_0 - \vartheta_2^{(2)}l_2\right); \quad l_3 = 2\left(\vartheta_2^{(2)}\right)^{-1}\left(\vartheta_1^{(2)}l_2 - \vartheta_2^{(2)}l_0\right); \\
d_0 &= \frac{\vartheta_1^{(1)} - \vartheta_1^{(2)}}{2}; \quad d_1 = \frac{\vartheta_2^{(1)} + \vartheta_2^{(2)}}{2}; \quad \vartheta_1^{(j)} = \frac{\mu_j}{2 + \alpha_j}; \quad \vartheta_2^{(j)} = \frac{(1 + \alpha_j)\mu_j}{2 + \alpha_j}; \\
\Delta &= \left(\vartheta_2^{(1)} + \vartheta_2^{(2)}\right)^2 - \left(\vartheta_1^{(1)} - \vartheta_1^{(2)}\right)^2; \quad \alpha_j = \frac{1}{1 - 2\nu_j}; \quad (j = 1, 2).
\end{aligned}$$

Приняв в этих формулах $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$; $\mu_1 = \mu_2 = \mu$, обозначив $\vartheta_k^{(j)} = \vartheta_k$ ($k, j = 1, 2$), учитывая, что при этом $d_0 = l_1 = 0$; $l_0 = 2\vartheta_2^2$; $l_2 = 2\vartheta_1\vartheta_2$; $l_3 = -4(\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2)$; $\Delta = 4\vartheta_2^2$ и разделив в них действительные и мнимые части, для напряжений и смещений однородной плоскости получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}
\sigma_y^{(1)}(x, 0) &= \frac{1}{2}\sigma(x) + \frac{\vartheta_1}{2\pi\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\tau(s)}{s-x} ds + \frac{(\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2)}{\pi\vartheta_2^2} \int_{-a}^a \frac{v'(s)}{s-x} ds; \\
\tau_{xy}^{(1)}(x, 0) &= \frac{1}{2}\tau(x) - \frac{\vartheta_1}{2\pi\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds + \frac{(\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2)}{\pi\vartheta_2^2} \int_{-a}^a \frac{u'(s)}{s-x} ds; \\
v_2'(x, 0) &= -\frac{1}{2\vartheta_2^{(2)}}v'(x) - \frac{1}{4\pi\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds - \frac{\vartheta_1}{2\pi\vartheta_2^2} \int_{-a}^a \frac{u'(s)}{s-x} ds; \\
u_2'(x, 0) &= -\frac{1}{2\vartheta_2^{(2)}}u'(x) + \frac{1}{4\pi\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\tau(s)}{s-x} ds + \frac{\vartheta_1}{2\pi\vartheta_2^2} \int_{-a}^a \frac{v'(s)}{s-x} ds,
\end{aligned} \tag{2}$$

где

$$\vartheta_1 = \frac{\mu}{2 + \alpha}; \quad \vartheta_2 = \frac{(1 + \alpha)\mu}{2 + \alpha}; \quad \alpha = \frac{1}{1 - 2\nu},$$

а ν - коэффициент Пуассона упругой плоскости.

При помощи этих соотношений удовлетворим условиям на трещине, т.е. условиям (1б). Учитывая при этом, что второе условие (1б) эквивалентно условию $\tau(x) = \rho\sigma(x)$, для определения нормальных контактных напряжений и составляющих плотности дислокаций получим следующую систему сингулярных интегральных уравнений:

$$\begin{cases} \sigma(x) + \frac{\rho\vartheta_1}{\pi\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds + \frac{2(\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2)}{\pi\vartheta_2^2} \int_{-a}^a \frac{v'(s)}{s-x} ds = 0; \\ \rho\sigma(x) - \frac{\vartheta_1}{\pi\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds + \frac{2(\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2)}{\pi\vartheta_2^2} \int_{-a}^a \frac{u'(s)}{s-x} ds = 0; \\ v'(x) + \frac{1}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds + \frac{\vartheta_1}{\pi\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{u'(s)}{s-x} ds = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Систему (3) нужно рассматривать при условии равновесия штампа и непрерывности смещений в концевых точках трещины:

$$\int_{-a}^a \sigma(x) dx = P_0; \quad \int_{-a}^a v'(x) dx = 0; \quad \int_{-a}^a u'(x) dx = 0 \quad (4)$$

Таким образом, решение поставленной задачи свелось к решению определяющей системы сингулярных интегральных уравнений (3) при условиях (4).

Решение определяющей системы уравнений.

Чтобы построить решение определяющей системы (3) из последних двух уравнений исключим интеграл, содежащий функцию $u'(s)$. В итоге, после некоторых выкладок, для определения контактного давления и нормальной составляющей плотности дислокации придем к системе уравнений:

$$\begin{cases} \sigma(x) + \frac{\rho\vartheta_1}{\pi\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds + \frac{\beta_*}{\pi} \int_{-a}^a \frac{v'(s)}{s-x} ds = 0; \\ v'(x) + \frac{\rho\vartheta_*}{\pi\beta_*} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds + \frac{\vartheta_1}{\pi\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{v'(s)}{s-x} ds = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где

$$\beta_* = \frac{2(\vartheta_2^2 - \vartheta_1^2)}{\vartheta_2^2}; \quad \vartheta_* = 1 + \rho^2 \left(\frac{\vartheta_1}{\vartheta_2} \right)^2.$$

Теперь введем функции

$$\varphi_j(x) = \sigma(x) + \lambda_j v'(x); \quad (\lambda_j = (-1)^{j+1} \lambda; \lambda = \beta_* / \sqrt{\vartheta_*}; j = 1, 2),$$

тогда система (5) распадется на два независимых сингулярных интегральных уравнений второго рода:

$$\varphi_j(x) + \frac{q_j}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\varphi_j(s)}{s-x} ds = 0 \quad (-a < x < a) \quad (6)$$

$$\text{где } q_j = \rho\vartheta_1 / \vartheta_2 + (-1)^{j+1} \sqrt{\vartheta_*} \quad (j = 1, 2).$$

При этом, первые два условия (4) записываются таким образом:

$$\int_{-a}^a \varphi_j(x) dx = P_0 \quad (7)$$

Нетрудно заметить, что постоянные q_j ($j = 1, 2$) являются действительными числами, причем $q_1 > 0$, $q_2 < 0$. Следовательно, решения уравнений (6) будут даваться формулами [4]:

$$\varphi_j(x) = C_j X_j^+(x) = C_j^* \omega_j(x) \quad (j = 1, 2) \quad (8)$$

Здесь $X_j^+(x)$ - значение комплексной функции $X_j(z) = (z+a)^{-\gamma_j} (z-a)^{\gamma_j-1}$ на интервале $(-a, a)$ сверху,

$$\omega_j(x) = (x+a)^{-\gamma_j} (x-a)^{\gamma_j-1}; \quad \gamma_j = \frac{\vartheta_j}{2\pi};$$

$$0 < \vartheta_j = \arg G_j < 2\pi; \quad G_j = \frac{1-iq_j}{1+iq_j},$$

а C_j^* ($j = 1, 2$) - постоянные, подлежащие определению.

Используя представления (8) и удовлетворив условиям (7), найдем:

$$C_j^* = P_0 \sin \pi \gamma_j / \pi \quad (j = 1, 2).$$

Теперь, при помощи представлений функций $\varphi_j(x)$ ($j = 1, 2$) (8), определим контактное давление $\sigma(x)$ и нормальную составляющую плотности дислокации $v'(x)$. Получим

$$\begin{aligned} \sigma(x) &= \frac{\varphi_1(x) + \varphi_2(x)}{2} = \frac{P_0}{2\pi} [\sin \pi \gamma_1 \omega_1(x) + \sin \pi \gamma_2 \omega_2(x)]; \\ v'(x) &= \frac{\varphi_1(x) - \varphi_2(x)}{2\lambda} = \frac{P_0}{2\pi} [\sin \pi \gamma_1 \omega_1(x) - \sin \pi \gamma_2 \omega_2(x)]. \end{aligned} \quad (9)$$

Далее, учитывая представление постоянных G_j ($j = 1, 2$) несложно установить, что

$$\gamma_1 = 1 - \gamma; \quad \gamma_2 = \gamma = \frac{1}{2\pi} \operatorname{arctg}(\vartheta_2 / \vartheta_1) < \frac{1}{2},$$

вследствие чего

$$\omega_1(x) = (a+x)^{\gamma-1} (a-x)^{-\gamma} = \omega(x); \quad \omega_2(x) = (a+x)^{-\gamma} (a-x)^{\gamma-1} = \omega(-x)$$

и формулы (9) можем переписать в виде

$$\begin{aligned}\sigma(x) &= \frac{\varphi_1(x) + \varphi_2(x)}{2} = \frac{P_0 \sin \pi\gamma}{2\pi} [\omega(x) + \omega(-x)]; \\ v'(x) &= \frac{\varphi_1(x) - \varphi_2(x)}{2\lambda} = \frac{P_0 \sin \pi\gamma}{2\pi} [\omega(x) - \omega(-x)].\end{aligned}\tag{10}$$

Определим также горизонтальную составляющую плотности дислокации $u'(x)$. Для этого второе уравнение (3) запишем в виде:

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{u'(s)}{s-x} ds = f(x),\tag{11}$$

где

$$\begin{aligned}f(x) &= -\frac{\rho}{\beta_*} \sigma(x) + \frac{\vartheta_1}{\pi\beta_*\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds = -\frac{\rho}{2\beta_*} [\varphi_1(x) + \varphi_2(x)] + \\ &+ \frac{\vartheta_1}{2\pi\beta_*\vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\varphi_1(s) + \varphi_2(s)}{s-x} ds,\end{aligned}$$

и, рассматривая его как сингулярное интегральное уравнение первого рода, определим $u'(x)$ при третьем условии (4). Сначала упростим правую часть (11). С этой целью заметим, что из уравнений (6) имеем

$$\frac{1}{\pi} \int_{-a}^a \frac{\varphi_j(s)}{s-x} ds = -\varphi_j(x) / q_j \quad (-a < x < a; j = 1, 2).$$

Тогда при помощи (10) правую часть (11) перепишем таким образом

$$f(x) = -\frac{P_0 \sin \pi\gamma}{\pi} [a_+ \omega(x) + a_- \omega(-x)]; \quad \left(a_{\pm} = \frac{\rho}{4} \pm \frac{\vartheta_1 \sqrt{\vartheta_*}}{2\vartheta_2 \beta_*} \right).$$

Решение уравнений (11), удовлетворяющее третьему условию (4) дается формулой [4];

$$\begin{aligned}u'(x) &= -\frac{1}{\pi\sqrt{a^2-x^2}} \int_{-a}^a \frac{\sqrt{a^2-s^2} f(s)}{s-x} ds = \\ &= -\frac{P_0 \sin^2 \pi\gamma}{\pi \cos \pi\gamma} \left[a_+ \omega(x) + a_- \omega(-x) + \frac{a_+ - a_-}{\sin \pi\gamma \sqrt{a^2-x^2}} \right].\end{aligned}\tag{12}$$

Отметим, что при выводе этой формулы было использовано значение интеграла [12]:

$$\int_{-a}^a \left(\frac{a+s}{a-s} \right)^{\alpha-1} \frac{ds}{s-x} = -\frac{\pi}{\sin \pi \alpha} \left[\cos \pi \alpha \left(\frac{a+x}{a-x} \right)^{\alpha-1} + 1 \right].$$

($0 < \operatorname{Re} \alpha < 2$; $-a < x < a$)

Коэффициенты интенсивности нормального отрыва и поперечного сдвига.

Перейдем к определению коэффициентов интенсивности нормального отрыва и поперечного сдвига в концевых точках трещины. Для определения коэффициентов интенсивности нормального отрыва используем первое из соотношений (3) вне интервала $(-a, a)$

$$\sigma_y^{(j)}(x, 0) = \frac{\rho \vartheta_1}{2\pi \vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds + \frac{\beta_*}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{v'(s)}{s-x} ds \quad (|x| > a; j=1,2) \quad (13)$$

Поставляя в (13) значения функций $\sigma(x)$ и $v'(x)$ из (10) и учитывая значение интеграла [12]

$$\int_{-a}^a \frac{(a+s)^{-\gamma} (a-s)^{\gamma-1}}{s-x} ds = \frac{\pi}{(a-x) \sin \pi(1-\gamma)} \left| \frac{a+x}{a-x} \right|^{-\gamma} \quad (|x| > a), \quad (14)$$

найдем:

$$\sigma_y^{(j)}(x, 0) = \frac{P_0}{4\pi} \left[\frac{A_+}{|a+x|^{1-\gamma} |a-x|^\gamma} + \frac{A_-}{|a+x|^\gamma |a-x|^{1-\gamma}} \right] \quad (|x| > a; j=1,2)$$

($A_\pm = \rho \vartheta_1 / \vartheta_2 \pm \sqrt{\vartheta_*}$)

Отсюда очевидно, что на левом конце трещины доминирующим является первое слагаемое, а на правом конце трещины второе слагаемое. Следовательно, будем иметь:

$$K_I(\pm a) = \sqrt{2\pi} \lim_{|a \mp x| \rightarrow 0} |a \mp x|^{1-\gamma} \sigma_y^{(j)}(x, 0) = \mp \frac{a^{-\gamma} A_\mp P_0}{2^{1/2+\gamma} \sqrt{\pi}}.$$

Определим также коэффициенты интенсивности поперечного сдвига. С этой целью будем использовать второе из соотношений (3) вне интервала $(-a, a)$:

$$\tau_{xy}^{(j)}(x, 0) = -\frac{\vartheta_1}{2\pi \vartheta_2} \int_{-a}^a \frac{\sigma(s)}{s-x} ds + \frac{\beta_*}{2\pi} \int_{-a}^a \frac{u'(s)}{s-x} ds \quad (|x| > a). \quad (15)$$

Поставляя в (15) значения функций $\sigma(x)$ и $u'(x)$ из (10) и учитывая значение интеграла (14), приходим к соотношению:

$$\tau_{xy}^{(j)}(x, 0) = \frac{P_0 \operatorname{sgn} x}{\pi} \left[\frac{B_+}{|a+x|^{1-\gamma} |a-x|^\gamma} + \frac{B_-}{|a+x|^\gamma |a-x|^{1-\gamma}} \right] \pi\gamma + \frac{P_0 \vartheta_1 \sqrt{\vartheta_*} t g \pi \gamma \operatorname{sgn} x}{2\pi \vartheta_2 \beta_* \sqrt{x^2 - a^2}} \quad (|x| > a; j = 1, 2),$$

где

$$B_{\pm} = \frac{\vartheta_1}{4\vartheta_2} + a_{\pm} t g \pi \gamma.$$

Отсюда видно, что касательные напряжения в концевых точках трещины имеют три типа показательных особенностей $1/2$, $\gamma < 1/2$ и $1-\gamma > 1/2$. Следовательно, как и в случае нормального отрыва, на левом конце трещины доминирующим является первое слагаемое, а на правом конце трещины второе слагаемое. Значит

$$K_{II}(\pm a) = \sqrt{2\pi} \lim_{|a \mp x| \rightarrow 0} |a \mp x|^{1-\gamma} \tau_{xy}^{(j)}(x, 0) = \mp \frac{a^{-\gamma} B_{\mp} P_0}{2^{1/2+\gamma} \sqrt{\pi}}.$$

Заключение

Таким образом, построено точное решение в квадратурах задачи о контактном взаимодействии упругой плоскости с конечной трещиной и абсолютно жесткого штампа с учетом сухого трения между ними. Получены простые формулы как для определения контактных напряжений под штампом, так и для нормальных и касательных напряжений вне трещины. Они показывают, что контактные напряжения в концевых точках трещины имеют степенные особенности, которые не зависят от коэффициента трения. При этом осцилляция отсутствует. Формулы, полученные для коэффициентов интенсивности, показывают, что как коэффициенты интенсивности напряжений нормального отрыва, так и коэффициенты интенсивности напряжений продольного сдвига прямо пропорциональны коэффициенту трения, т.е. чем больше коэффициент трения, тем больше вероятность распространения трещины.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости, М. Наука, 1980г., 304с.,
2. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подкреплений.- М.: Наука, 1982.- 344с.,
3. Панасюк В.В. Саврук М.П., Дацьшин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках.- Киев: Наукова думка, 1976.- 443с.
4. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966.708с.

5. Бережницкий Л.Т., Панасюк В.В., Сташук Н.Г. Взаимодействие жестких линейных включений и трещин в деформируемом теле.-Киев: Наукова думка, 1983.-288с.
6. Акопян В.Н. Смешанные граничные задачи о взаимодействии сплошных деформируемых тел с концентраторами напряжений различных типов. Ереван: Изд. «Гитутюн» НАН РА, 2014. 322с.
7. Акопян В.Н. Об одной смешанной задаче для составной плоскости, ослабленной трещиной. // Изв. НАН РА, Механика, 1995, т.48, No4, с.57-65.
8. Акопян В.Н. Напряжения возле абсолютно жёсткого монетообразного включения в кусочно-однородном пространстве // В сб. трудов межд. конференции: «Актуальные проблемы механики сплошной среды», посв. 95-летию со дня рожд. акад. Н.Х.Арутюняна, Ереван-2007, с.45-51.
9. Ильина И.И., Сильвестров В.В. Задача о тонком жёстком включении, отсоединившемся вдоль одной стороны от среды. // Изв. РАН. МТТ. 2005. №3. С.153-166.
10. Акопян В.Н. , Мирзоян С.Е., Даштоян Л.Л. Осесимметричная смешанная задача для составного пространства с монетообразной трещиной // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Сер. Естественные науки. 2015. №3. С. 31-46.
11. Hakobyan V., Dashtoyan L. On a stress state of orthotropic plane with absolutely rigid inclusion // Mechanics. Proceedings of National Academy of Sciences of Armenia, 2016, 69 (2). pp. 23-31. Doi- <http://doi.org/10.33018/69.2.2>
12. Прудников А.П., Брычков Ю.А., Маричев О.И. Интегралы и ряды. М.: Наука, 1981. 738с.

Сведения об авторах

Акопян Ваграм Наслетникович

доктор физ.-мат. наук, гл. науч. сотр. Института механики НАН Армении,

Тел.: (37410) 568188

E-mail: vhakobyan@sci.am

Акопян Лусине Ваграмовна

канд. физ.-мат. наук, науч. сотр. Института механики НАН Армении,

Тел.: (37410) 568188

E-mail: lhakobyan@gmail.com