ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 72, №4, 2019 Механика

УДК629 Doi- http://doi.org/10.33018/72.4.5

ОБ УСТАЛОСТНОЙ ПРОЧНОСТИ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

Геворкян А.В., Шекян Г.Г.

Ключевые слова: композитные материалы (КМ), микротрещина, циклическое нагружение, усталостная прочность, выносливость, предел прочности**.**

Gevorgyan A.V., Shekyan G.G.

About fatigue strength of composite materials

Keywords: composite materials, micro crack, cyclic loading, fatigue strength, endurance, strength limit.

Composite materials are classified as anisotropic, and then the analysis of their fatigue strength requires special approaches. In this work, a deformation theory of fatigue penetration CM based on a review of the deforming process by cyclic loading has been developed, as an elastic-plastic material. A differential equation for uniaxial oscillations with variable, coefficients of the Mathieu-Hill type was obtained. For low-cycle loading an equation for the fatigue curve was obtained.

Գևորգյան Ա.Վ., Շեկյան Հ.Գ.

Կոմպոզիտային նյութերի հոգնածային ամրության մասին

Հիմնաբառեր: կոմպոզիտային նյութեր, միկրոճաք, ցիկլիկ բեռնավորվածություն, դիմացկունություն, հոգնածային ամրություն:

Կոմպոզիտային նյութերը պատկանում են անիզոտրոպ նյութերի շարքին և դրա համար նրա հոգնածային ամրության վերլուծության հարցերը պահանջում են յուրահատուկ մոտեցում: Տվյալ աշխատանքում մշակված է կոմպոզիտային նյութերի հոգնածային ամրության դեֆորմացիոն տեսություն, որտեղ ցիկլիկ բեռնավորված նյութը դիտարկվում է որպես առաձգա-պլաստիկ: Ստացված է միառանցք տատանման փոփոխական գործակիցներով Մատե-Հիլլի տիպի դիֆերենցիալ հավասարում: Ցածր հաճախականությամբ փոփոխվող ցիկլիկ լարվածային վիճակի համար ստացված է հոգնածային կորի հավասարումը:

Композитные материалы относятся к анизотропным материалам, поэтому вопросы анализа их усталостной прочности требуют особых подходов. В данной работе разработана деформационная теория усталостной прочности КМ, где циклически нагружённый материал подвергнут упруго-пластической деформации.

Получено дифференциальное уравнение с переменными коэффициентами типа Матье-Хилля для случая одноосного колебания системы. Получено также уравнение кривой усталости для состояния низкочастотных циклически изменяющегося напряжённого состояния.

Введение: Одна из основных трудностей современной теории прочности твёрдых при циклическом нагружении состоит в том, что пока ещё недостаточно ясно понимают механизм «усталостной» прочности. Разрушение деталей при переменном режиме изменения нагружения происходит при напряжениях, намного меньших предела прочности и даже предела текучести, если только эти изменения повторяются достаточно большое число раз. Вследствие этого «усталостные» поломки деталей, изготовленных из композитных материалов, происходят обычно без внешних проявлений пластической деформации и носят характер внезапных разрушений. Кривые, выражающие зависимости между числами циклов и напряжениями, устанавливаются экспериментально и строятся в координатах $\sigma - N$ или $\sigma - lgN$. Кривые позволяют определить наибольшее напряжение цикла выносливости, при котором элемент конструкции не разрушается. Основной особенностью переменного деформирования КМ является неодновременность разрыва армированных волокон изза существующего первоначального натяга отдельных волокон. Очевидно, что предельное состояние для предварительно натянутых волокон достигается раньше, чем для остальных волокон. Это приводит к образованию новых перенапряжений в волокнах. Экспериментальные исследования показывают, что такой материал ещё в состоянии воспринимать нагрузки до тех пор, пока не разрушатся перезагружённые остальные волокна. При этом, после разрушения этих волокон нагрузка перераспределяется между остальными волокнами равномерно и при повторных нагружениях постепенно накапливаются дефекты, связанные с разрушением связывающего и появляются новые трещины в волокнах. Это вызывает потери несущей способности поперечного сечения. Тогда действующее среднее напряжение будет увеличиваться и когда оно по величине станет равным пределу статической прочности (σ_b или σ_τ), произойдет полное разрушение. В существующей теории не объясняется причина роста пор и трещин в КМ. Процесс развития трещин в испытуемых образцах из КМ могут начинаться в нескольких участках одновременно и дальнейшее развитие в других новых участках непредсказуема. Следовательно, определение предела выносливости для КМ требует большого количества испытаний и значительного времени. Идею теоретического вывода функциональной связи роста напряжений в зависимости от числа циклов нагружения, суммированием усталостных повреждений и микротрещин, чрезвычайно трудно, и если учесть, что часто разрушения происходят не там, где большая микротрещина, а совершенно в другом месте, а объёмы работ по изучению микро- и макротрещин огромны, то значимость такого подхода становится неэффективным [4,5]. Для исключения подобных ситуаций представляется необходимость разработки специальной теории, позволяющей выполнять объективные расчётные оценки усталостной прочности и долговечности элементов конструкции из КМ. В настоящей работе по результатам анализа сформулированы основные положения деформационной теории усталостной прочности элементов из КМ, которые могут использоваться при инженерных расчётах на этапах эскизного и рабочего проектирования.

Постановка задачи и решение. Проблемы формирования прочностных параметров КМ при циклически изменяющихся нагружениях в системах машин, механизмов и летательных аппаратах должны быть решены на основе тех теоретических подходов, которые разработаны и доведены до инженерного приложения. Необходимо синтезировать аналитические подходы и на их базе получить приемлемые результаты.

Известно, что предел выносливости для любого материала зависит как от числа циклов и характера изменения нагружения, так и от типа напряжённого состояния (характера изменения напряжения во времени), т.е. от степени асимметрии цикла. В большинстве случаев испытания на выносливость выполняются для симметричного цикла изменения напряжения, в то время, как в большинстве случаев изменения напряжения происходят по асимметричному циклу. Первый экспериментатор этой области Веллер показал, что диапазон напряжения $\sigma_{\min} \div \sigma_{\max}$, необходимого для определения коэффициента асимметрии «r», будет:

$$\sigma_r = \sigma_a + \sigma_m; \quad r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}. \qquad (1)$$

Здесь σ_a – амплитуда напряжения, σ_m – среднее напряжение.

На фиг.1 приведена схематизированная диаграмма зависимости σ_a от σ_m. При $\sigma_m = 0$ имеем симметричный цикл, где предельное напряжение равно σ_{-1}.

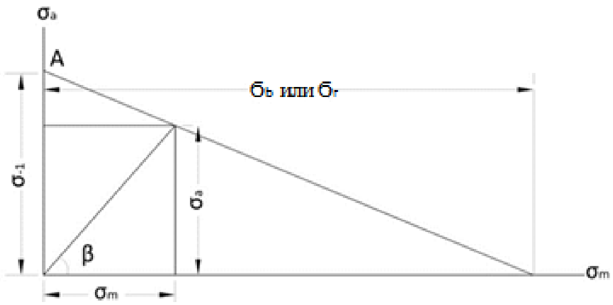
Из фиг.1 имеем:

$$\mathrm{tg}\beta = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}} = \frac{1-r}{1+r}. \tag{2}$$

Из (1) и (2) $\sigma_r = \sigma_m + \sigma_a = \dfrac{2\sigma_m}{1+r}$. (3)

Тогда уравнение прямой AC можно представить в виде:

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{-1}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_b} = 1. \tag{4}$$



Фиг.1. Диаграмма предельных напряжений

С учётом (4) σ_r примет вид:

$$\sigma_r = \frac{2\sigma_{-1}\sigma_b}{\sigma_b\left(1-r\right)+\left(1+r\right)\sigma_{-1}}. \tag{5}$$

Отсюда следует, что зная предел статической прочности $\sigma_b\left(\sigma_r\right)$ и предел выносливости σ_{-1}, можно определить предел усталостной прочности для любого асимметричного цикла нагружения.

При оценке прочности деталей из композитных материалов, значения предела выносливости σ_{-1} можно определить на основании данных испытаний с корректировкой результатов в связи с учётом влияний ряда известных факторов на прочность (формы и размеры деталей, состояние поверхностей, наличие различных концентратов, изменения режима нагружения и т.д.) [1,2,3].

Очень важно знать, как быстро кривая $\sigma - N$ приближается к асимптоте, т.к. число циклов, необходимых для установления предела выносливости, характеризует долговечность детали. Опыты показывают, что для чёрных металлов предел выносливости установлен и при числе циклов $N_\sigma = 10^7$ $\sigma_r = 0,5\sigma_b$ (для симметричного цикла).

Для цветных металлов и композитных материалов нет определённого предела выносливости, и ординаты кривой $\sigma - \lg N$ уменьшаются до нуля с возрастанием числа циклов.

На наш взгляд, суммированием повреждений и микротрещин чрезвычайно затруднительно осуществить идею теоретического вывода функциональной связи роста напряжений в КМ в зависимости от числа циклов нагружения. В выражениях интегральной суммы повреждений присутствуют величины микротрещин, которые могут быть определены с помощью корреляционного анализа результатов изучения микроструктуры образца. Если учесть, что разрушения часто происходят не там, где большая микротрещина, а совершенно в другом месте, то значимость этого подхода становится абсурдным.

Для описания упруго-пластической деформации композитных материалов используем формы записи, часто применяемые в электротехнике для учёта сдвига между напряжением и силой тока. Тогда, для упруго-пластической деформации КМ при одноосном растяжении-сжатии можно написать:

$$\sigma = E\varepsilon e^{\alpha}, \tag{6}$$

где ε и σ – упругая деформация и напряжение, α – некоторая постоянная, зависящая от свойства композита, характера деформирования и вида напряжённого состояния $(\alpha << 1)$. Разложив e^{α} в ряд Тейлора и пренебрегая малыми членами, выражение (6) можно представить в виде:

$$\sigma = E\varepsilon(\mathrm{I} + \alpha), \tag{7}$$

здесь $\alpha\varepsilon$ – пластическая деформация. При многократном повторении циклов напряжения, пластическая деформация будет расти, что приведёт к изменению жёсткости исследуемого образца. Если начальная жёсткость рассматриваемого элемента конструкции была C_0, то после определённого количества циклов изменения напряжений жёсткость уменьшается до значения C_0-C_k, где $C_k = \alpha C_0 n$, n – количество чисел нагружения в долях $\lg$ N, т.е.

$$n = \lg N, \quad N = 10^n. \tag{8}$$

Поскольку пластическая деформация растёт по экспоненциальному закону $\left(\varepsilon_n = \varepsilon e^{a}\right)$, то жёсткость образца также уменьшится по экспоненциальному закону. Тогда, жёсткость испытуемого образца после воздействия циклических нагрузок можно представить в виде:

$$C'_k\left(1 - a\lg N\right), \qquad C'_k = C_0 - C_k.$$

Если испытуемый образец с изменяющейся по времени нагрузкой рассмотреть как колебательную систему с возбуждающей силой $P(t)$=P$\sin\omega t$, где ω – угловая чистота возбуждения, $\left(\omega = 2\pi\dfrac{N}{t}\right)$, то одноосное колебательное движение образца можно описать дифференциальным уравнением:

$$\ddot{y} + \frac{C'_k}{m^x}y = \frac{P}{m^x}\sin\omega t \text{ или } \ddot{y} + \frac{C_0}{m^x}(1 - \alpha\lg N)y = \frac{P}{m^x}\sin\omega t, \tag{9}$$

где y – амплитуда колебания (растяжения-сжатия), m^x – массы единицы объёма образца, P – амплитуда нагрузки.

Уравнение (9) с переменным коэффициентом при "y", зависящим от числа циклов и времени, является уравнением Матье-Хилл и не имеет аналитического решения, его можно решить приближёнными методами.

При изменении нагрузки с частотой меньше 20гц (малоцикловое напряжённое состояние) инерционными силами можно пренебречь и тогда будем иметь:

$\omega_0\left(1-a\lg N\right)y=\frac{P}{m^x}\sin\omega t$ или

$$P_{\max}(1-\alpha\lg N)y=P\sin\omega t, \tag{10}$$

где $y=y_{\max}\sin\omega\mathrm{t}$, а $C_0\left(1-a\lg N\right)y_{\max}=P$. (11)

Приняв $C_o=\frac{P_{\max}}{y_{\max}}$, где $P_{\max}$ – максимальная сила, которая при начальном сечении F_o образца может вызывать напряжения, равные σ_b или σ_r, получим:

$$P_{\max}\left(1-a\lg N\right)=P. \tag{12}$$

Разделив обе части уравнения (12) на F_o, будем иметь:

$$\sigma_b\left(1-a\lg N\right)=\sigma_a, \tag{13}$$

где $\frac{P_{\max}}{F_0}=\sigma_b$, $\frac{P}{F_0}=\sigma_a$

или $\sigma_a+a\sigma_b\cdot\lg N=\sigma_b$, $\alpha\sigma_b=m$, тогда $\sigma_a+m\lg N=\sigma_b$. (14)

Для определения коэффициента «α», испытуемый образец рассмотрим как прямоугольный брус с размерами a_0, b_0 и l_0 (a_0 – толщина, b_0 – ширина, l_0 – начальная длина).

Тогда можем написать:

$$\left.\frac{da}{a}\right|_{a_0}^{a}=\mu_1\left.\frac{dz}{z}\right|_{l_0}^{l};\quad \left.\frac{db}{b}\right|_{b_0}^{b}=\mu_2\left.\frac{dz}{z}\right|_{l_0}^{l}. \tag{15}$$

После интегрирования будем иметь:

$$\frac{a}{d_0}=\left(\frac{\ell_0}{\ell}\right)^{\mu_1};\frac{b}{b_0}=\left(\frac{\ell_0}{\ell}\right)^{\mu_2}\ \frac{ab}{a_0b_0}=\left(\frac{\ell_0}{\ell}\right)^{\mu_1+\mu_2};\ \frac{F}{F_0}=\left(\frac{\ell_0}{\ell}\right)^{\mu_1+\mu_2}, \tag{16}$$

здесь μ_1 и μ_2 – коэффициенты Пуасона во взаимно-перпендикулярных направлениях в образце. F_0 – начальная площадь сечения образца, F– площадь сечения образца после деформирования.

Величина уменьшения площади сечения будет:

$$\Delta F=F_0-F\quad\text{или}\quad \Delta F=F_0\left[1-\left(\frac{\ell_0}{\ell}\right)^{\mu_1+\mu_2}\right]. \tag{17}$$

Поскольку $\varepsilon=\frac{\sigma_1}{E}=\frac{\sigma}{E}+\frac{\sigma}{E}\alpha$, получим $\varepsilon=\varepsilon_1+\varepsilon_n=\varepsilon_1+\alpha\varepsilon_1$, где $\varepsilon = \dfrac{\sigma_1}{E}$; $\varepsilon_y = \dfrac{\sigma}{E}$; $\sigma_1 = \dfrac{P}{F}$; $\sigma_a = \dfrac{P}{F_0}$, (18)

$$\frac{P}{EF} = \frac{P}{EF_0} + \alpha\frac{P}{EF_0}; \quad \frac{F_0}{EF} = \frac{1}{E} + \frac{\alpha}{E}; \quad \frac{F_0}{F} = \left(\frac{l}{l_0}\right)^{\mu_1+\mu_2}.$$

Из (16), (17) и (18) будем иметь:

$$\alpha = \left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)^{\mu_1+\mu_2} - 1; \tag{19}$$

Имея в виду, что $\ell = \ell_0 + \Delta$; $\dfrac{\Delta}{\ell_0} = \varepsilon_y = \dfrac{\sigma}{E}$, будем иметь:

$$\alpha = \left(\frac{E+\sigma}{E}\right)^{\mu_1+\mu_2} - 1 \text{ или } \alpha = \left(\frac{KE+\sigma_b}{KE}\right)^{\mu_1+\mu_2} - 1, \tag{20}$$

где $K = \dfrac{\sigma_b}{\sigma_a}$.

Тогда уравнение (14) примет вид:

$$\sigma_a + m\lg N = \sigma_b; \tag{21}$$

где $$m = \sigma_b\left[\left(\frac{KE+\sigma_b}{KE}\right)^{\mu_1+\mu_2} - 1\right]. \tag{22}$$

Выводы: На основании проведённых исследований и опыта мировой практики впервые получены:

– формулы расчёта предельных напряжений КМ для любого асимметричного цикла изменения напряжения при известном пределе выносливости симметричного цикла;

–уравнение кривой выносливости, учитывающее физико-механические характеристики КМ и характера напряжённого состояния.

–формулы расчёта предельных напряжений усталости КМ с учётом анизотропности во взаимно перпендикулярных направлениях.

ЛИТЕРАТУРА

1. Погосян М.А., Мартиросян Р.М., Каргапольский В.А. Некоторые фундаментальные и прикладные проблемы в разработке перспективных технологий авиастроения // Изв. НАН РА и ГИУА. Серия Т.Н.-2013-Т. LXVI, № 1., с.3-18. Pogosyan M.A., Martirosyan R.M., Kargapolski V.A. Some fundamental and applied problems in the developing of advanced aircraft technologies//Proceed. of NAS of Armenia & SIUA, Series T.S. 2013.Vol. LXVI, Issue 1. Pp.3-18. (in Russian).
2. Андриенко В.М., Сухобокова Г.П. Особенности расчета на прочность конструкций из композитных материалов. М.: Изд. ЦАГИ, 1982, вып. IX, с.9-21. Andrienko V.M.,

Sukhobokova G.P. Peculiarities of strength analysis of composite materials structures. TsAGI Publishing House, 1982, Issue 9, Pp.9-21. (in Russian).

3. Շեկյան Հ.Գ., Հակոբյան Վ.Ն.: Համաշխարհային ավիացիայի զարգացման հեռանկարները //Հայկական բանակ. Ազգային ռազմավարական հետազոտությունների ինստիտուտի ռազմագիտական հանդես: Երևան, 2013թ., էջ.51-56. Shekyan H.G., Hakobyan V.N. Prospect for world aviation development. Armenian Army: Military studies institute of National Strategic Research institute, Yerevan, 2013, Pp. 51-56. (in Armenian).
4. Шекян Г.Г. Прочность элементов и механических соединений авиационных конструкций из композитных материалов. // Вестник НПУА, механика, машиностроение, машиноведение. №1, Ереван, 2012, с.39-51. Shekyan H.G. Strength of aviation elements and mechanical joints made of composite materials. // NPUA Bulletin of mechanics, machine science, machine-building. №1, Yerevan, 2012, Pp. 39-51 (in Russian).
5. Шекян Г.Г. К вопросу усталостной прочности материалов. //Труды VIII Международной конференции. «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред». Ереван, 2014, с.446-450. Shekyan H.G. On the issue of fatigue strength of materials. // Proceedings of the 8th Int. conf. «Problems of the interaction dynamics of deformable media». Yerevan: 2012. Pp. 446-450 (in Russian).

Сведения об авторах:

Геворкян Арамаис Викторович – к.т.н., директор ЗАО НП ИЦ «Электромаш ГАМ».
Тел.: (+374 94) 88 58 98; **E-mail:** elektramash@mail.ru
Шекян Гамлет Гургенович – д.т.н., профессор, вед. науч. сотрудник Института механики НАН РА.
Тел.: (+374 91) 49 38 40; **E-mail:** hamlet@mechins.sci.am.

Поступила в редакцию 17.07.2019