ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
**ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ**

Մեխանիկա 72, №1, 2019 Механика
**УДК 539.3**

# ВОЛНЫ В УПРУГОМ СЛОЕ С ИНЕРЦИОННОЙ МАССОЙ НА ГРАНИЦЕ

**Саркисян А.С., Саркисян С.В.**

**Ключевые слова:** волноводы; фазовая скорость; дисперсионное уравнение; инерционная масса; существование.

**Sarkisyan A.S., Sarkisyan S.V.**

**Waves in an elastic layer with inertial mass on the border**

**Key words:** waveguides; phase velocity; dispersion equation; inertial mass;existence.

The paper proposes a model for studying the influence of a concentrated mass distributed along the plane of an elastic layer on the characteristics of an elastic waveguide. Dispersion equations are obtained for the phase velocity of symmetric and antisymmetric vibrations. The limiting cases are considered and numerical calculations are given for the phase velocity of the wave. The influence of a concentrated mass on the velocity of a surface wave is shown.

**Սարգսյան Ա.Ս., Սարգսյան Ս.Վ.**

**Ալիքները իներցիոն զանգվածով բաշխված եզրով առաձգական շերտում**

**Հիմնաբառեր.** ալիքատարներ; փուլային արագություն; դիսպերսիոն հավասարում; իներցիոն զանգված;գոյություն:

Աշխատանքում առաջարկված է մի մոդել, որի միջոցով կարելի է հետազոտել առաձգական շերտի հարթությամբ բաշխված կենտրոնացված զանգվածի ազդեցությունը առաձգական ալիքատարի բնութագրիչների վրա:Համաչափ և շեղիամաչափ տատանումների փուլային արագությունների համար ստացված են դիսպերսիոն հավասարումներ:Դիտարկված են սահմանային դեպքեր և կատարված են թվային հաշվարկներ ալիքի փուլային արագության համար: Ցույց է տրված կենտրոնացված զանգվածի ազդեցությունը մակերևութային ալիքի արագության վրա:

В работе предлагается модель для исследования влияния сосредоточенной массы, распределённой по плоскости упругого слоя, на характеристики упругого волновода. Для фазовой скорости симметричных и антисимметричных колебаний получены дисперсионные уравнения. Рассмотрены предельные случаи и приведены числовые расчёты для фазовой скорости волны. Показано влияние сосредоточенной массы на скорость поверхностной волны.

**Введение**. При изучении процесса распространения волн в упругих телах особую роль играет выбор граничных условий. В основном, принимается одно из предположений: границы тела жёстко закреплены или границы тела свободны. Однако, на практике существует множество ситуаций, когда нельзя пренебречь реальными свойствами сред, окружающих тело [1].

Распространению поверхностных волн с неклассическими граничными условиями посвящены многочисленные исследования [1-7,9-13,17] и др. Волны Рэлея в изотропном упругом полупространстве с импендансными граничными условиями были исследованы в работах [14-16]. В работе [4] вместо граничных условий свободной поверхности для упругого изотропного полупространства рассмотрены два варианта усложнённых граничных условий. Установлены условия, при которых поверхностная волна не может существовать.

Задачам о распространении волн в изотропном слое с упруго закреплёнными границами посвящены работы [ 17-22]. Периодические волны в упругом слое, когда на границах слоя нормальное и касательное напряжения стесненны, исследовано в [23,24], где показано влияние коэффициента стеснённости на фазовую скорость симметричных и антисимметричных колебаний слоя.

В настоящей работе предлагается модель для исследования влияния сосредоточенной массы, распределённой по плоскости упругого слоя, на характеристики упругого волновода. Для фазовой скорости симметричных и антисимметричных колебаний получены дисперсионные уравнения. Рассмотрены предельные случаи и приведены числовые расчёты для фазовой скорости волны. Показано влияние сосредоточенной массы на скорость поверхностной волны.

**1. Постановка задачи.** Рассмотрим упругий изотропный слой толщиной *2h*. Слой в прямоугольной декартовой системе координат $0xyz$ занимает область $L=\{(x,y,z);\ x,y\in(-\infty,\infty),z\in[-h,h]\ \}$. В этом слое распространяется периодическая волна с фазовой скоростью *c*. Для плоско-напряжённого состояния бесконечного упругого слоя ($\vec{u}\left(u\left(x,z,t\right),0,w\left(x,z,t\right)\right)$, где *u*, *w* – проекции упругих перемещений на координатные оси *x, z*) при помощи преобразований

$$u=\frac{\partial\varphi}{\partial x}-\frac{\partial\psi}{\partial z},\qquad w=\frac{\partial\varphi}{\partial z}+\frac{\partial\psi}{\partial x} \tag{1.1}$$

динамические уравнения теории упругости приводятся к автономным волновым уравнениям относительно динамических потенциалов $\varphi(x,z,t)$ и $\psi(x,z,t)$ [6]:

$$c_1^2\Delta\varphi=\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2},\quad c_2^2\Delta\psi=\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2},\quad \Delta\equiv\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}. \tag{1.2}$$

При математическом моделировании физических явлений важнейшую роль играет выбор граничных условий. В основном, при изучении процесса распространения волн в упругих телах принимается одно из предположений: границы тела жёстко закреплены (условия Дирихле) или границы тела свободны (условия Неймана). Однако, на практике существует множество ситуаций, когда нельзя пренебречь реальными свойствами сред, окружающих тело [1].

Здесь примем, что на плоскостях $z=\pm h$, ограничивающих слой, заданы следующие граничные условия:

$$\sigma_{zz}=0,\ \sigma_{zx}=\mp m_0\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \tag{1.3}$$

где $m_0>0$ – сосредоточенная (инерционная) масса. Второе граничное условие (1.3) может появиться вследствие либо наличия тонкого слоя из материала с отличными от материала слоя характеристиками [5], либо наличия сосредоточенной массы, распределённой по плоскостям $z=\pm h$. При $m_0=0$ граничные условия (1.3) соответствуют случаю свободных границ, а при $m_0 \to \infty$ получаем смешанные граничные условия.

С использованием закона Гука и преобразования (1.1) граничные условия (1.3) при $z = \pm h$ приводятся к виду:

$$
\begin{aligned}
&(\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2} + \lambda\frac{\partial^2\varphi}{\partial x^2} + 2\mu\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial z} = 0,\\
&2\frac{\partial^2\varphi}{\partial x\partial z} + \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial z^2} \pm \frac{m_0}{\mu}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \frac{\partial\psi}{\partial z}\right) = 0
\end{aligned}
\tag{1.4}
$$

**2. Решение задачи.** Поставим следующую задачу. Найти решения двумерных волновых уравнений (1.2), удовлетворяющих граничным условиям (1.4).

Решения уравнений (1.2) можно представить в виде [6]:

$$
\begin{aligned}
\varphi &= \left(A\,\mathrm{sh}(\nu_1 z) + B\,\mathrm{ch}(\nu_1 z)\right)\exp ik(x - ct),\\
\psi &= \left(C\,\mathrm{sh}(\nu_2 z) + D\,\mathrm{ch}(\nu_2 z)\right)\exp ik(x - ct),
\end{aligned}
\tag{2.1}
$$

где *A, B, C* и *D* – произвольные постоянные, $\lambda$ и $\mu$ – упругие постоянные

$$
\nu_1^2 = k^2(1 - \eta\theta), \quad \nu_2^2 = k^2(1 - \eta), \quad c_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho}, \quad c_2^2 = \frac{\mu}{\rho}, \quad \theta = \frac{c_2^2}{c_1^2},
$$

$$
\eta = \frac{\omega^2}{k^2 c_2^2} = \frac{c^2}{c_2^2}.
$$

Любое решение для $u$ и $w$ может быть представлено, как линейная комбинация четырёх интегралов, связанных с корнями характеристического уравнения $\nu_i\left(i = \overline{1,4}\right)$.

Подставляя (2.1) в граничные условия (1.4), получим систему четырёх линейных однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных. Приравнивание определителя этой системы уравнений нулю приводит к характеристическому уравнению, из которого при заданных значениях $\rho, \mu, \lambda, \alpha, \beta, m_0$ и $\omega$ можно найти фазовую скорость *c*. Упростим задачу, рассмотрев две системы частных решений:

$$
\begin{aligned}
\varphi_1 &= B\,\mathrm{ch}(\nu_1 z)\exp ik(x - ct),\\
\psi_1 &= C\,\mathrm{sh}(\nu_2 z)\exp ik(x - ct)
\end{aligned}
\tag{2.2}
$$

и

$$
\begin{aligned}
\varphi_2 &= A\,\mathrm{sh}(\nu_1 z)\exp ik(x - ct),\\
\psi_2 &= D\,\mathrm{ch}(\nu_2 z)\exp ik(x - ct).
\end{aligned}
\tag{2.3}
$$

Решение (2.2) соответствует симметричному виду колебаний, а решение (2.3) – антисимметричному виду колебаний. При (2.2) перемещение $u$, напряжение $\sigma_{zz}$

симметричны; перемещение $w$, напряжение $\sigma_{zx}$ антисимметричны относительно плоскости $z = 0$; а при (2.3) перемещение $u$, напряжение $\sigma_{zz}$ антисимметричны; перемещение $w$, напряжение $\sigma_{zx}$ симметричны относительно плоскости $z = 0$ [6].

Подставляя (2.2) в граничные условия (1.4) при $z = h$ для симметричных мод получим следующее дисперсионное уравнение относительно безразмерной характеристики квадрата фазовой скорости $\eta$:

$$(2-\eta)^2 \operatorname{th}\left(H\sqrt{1-\eta}\right) - 4\sqrt{(1-\eta)(1-\eta\theta)}\operatorname{th}\left(H\sqrt{1-\eta\theta}\right) + \frac{\alpha}{H}\eta\sqrt{1-\eta} = 0, \tag{2.4}$$

$H = kh,\ \alpha = m_0\omega^2 h\mu^{-1}.$

Уравнение (2.4) при $\alpha = 0$ совпадает с дисперсионным уравнением Рэлея–Лэмба [6]. Для антисимметричных колебаний, удовлетворяя граничным условиям (1.4), относительно безразмерной характеристики квадрата фазовой скорости $\eta$ получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$(2-\eta)^2 \operatorname{cth}\left(H\sqrt{1-\eta}\right) - 4\sqrt{(1-\eta)(1-\eta\theta)}\operatorname{cth}\left(H\sqrt{1-\eta\theta}\right) + \frac{\alpha}{H}\eta\sqrt{1-\eta} = 0 \tag{2.5}$$

**3. Исследование дисперсионного уравнения и численные результаты.**

**1) Симметричные колебания**

Рассмотрим предельные случаи. Пусть длина волны $l = 2\pi / k$ очень велика по сравнению с толщиной слоя $2h$. В этом случае величины $H\sqrt{1-\eta\theta}$ и $H\sqrt{1-\eta}$ будут малы при конечном значении $c$. Заменяя гиперболические тангенсы их аргументами, получим:

$$c = 2c_2\sqrt{1-\theta-0.25\alpha H^{-2}} \tag{3.1}$$

Если $\mu = \lambda \left(\nu = \dfrac{1}{4}\right)$, то $c_1^2 = 3c_2^2$ и из формулы (3.1) получим:

$$c = c_{ps} \equiv 2c_2\sqrt{\frac{2}{3}\left(1-\frac{3\alpha}{8H^2}\right)}. \tag{3.2}$$

Предположим, что длина волны очень мала по сравнению с толщиной слоя *2h*. Тогда из уравнения (2.4) получим:

$$(2-\eta)^2 - 4\sqrt{(1-\eta)(1-\eta\theta)} + \frac{\alpha}{H}\eta\sqrt{1-\eta} = 0. \tag{3.3}$$

Уравнение (3.3) при $\alpha = 0$ совпадает с классическим уравнением Рэлея [8]. В отличие от уравнения Рэлея, уравнение (3.3) дисперсионное, т.е. фазовая скорость $\eta$ зависит от волнового числа $k$. Следует отметить, что аналогичное дисперсионное уравнение получено для задачи Рэлея, когда граница полупространства упруго стеснена либо по направлению нормали, либо по касательному направлению в [4]. В работе [4] также установлены условия, при которых поверхностная волна не может существовать и условия существования поверхностной волны в зависимости от коэффициента, характеризующего стеснение и от длины волны.

Уравнение (3.3) имеет корень $\eta = 0$, которому соответствует тривиальное решение. Следуя работе [4], исключая корень $\eta = 0$, уравнение (3.3) сводится к виду:

$$D(\eta) \equiv \eta - \frac{4(1-\theta)\sqrt{1-\eta}}{\sqrt{1-\eta}+\sqrt{1-\theta\eta}} + \frac{\alpha}{H}\sqrt{1-\eta} = 0. \tag{3.4}$$

Исследуем свойства функции $D(\eta)$. $D(\eta)$ при $\eta = 0$ и $\eta = 1$ принимает следующие значения:

$$D(0) = -2(1-\theta) + \alpha H^{-1}, \; D(1) = 1.$$

Уравнение (3.4) будет иметь решение в интервале $\eta \in (0,1)$, если $D(0) < 0.$ При этом, решение будет единственным, если $\dfrac{dD}{d\eta} > 0.$ Выбирая значения $\alpha$ и $H$, удовлетворяющие условию $D(0) < 0$, можно получить значения фазовой скорости поверхностной волны. При отсутсвии сосредоточенной массы $m_0$, как следует из дисперсионного уравнения (3.4), при $\left(\nu = \dfrac{1}{4}\right)$ получим $c_R \approx 0.9194 c_2$. Наличие сосредоточенной массы и при невыполнении условия $\alpha < 2H(1-\theta)$ приводит к тому, что в слое с данной толщиной поверхностная волна не распространяется. В общем случае симметричных колебаний фазовую скорость $c$ требуется определить из полного дисперсионного уравнения (2.4). Из обсуждения предельных случаев следует, что для первой формы симметричных колебаний фазовая скорость лежит в пределах $c_{ps} \geq c \geq c_{Rs}$ ($c_{Rs}$ — корень дисперсионного уравнения (3.3)).

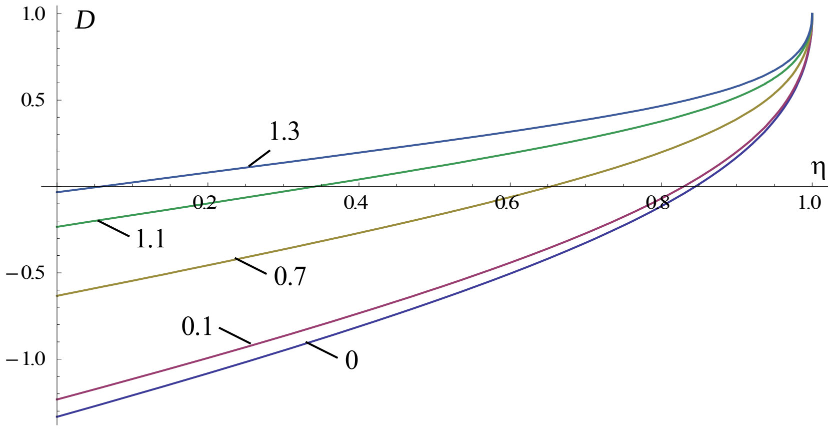
**2) Антисимметричные колебания**

В предельном случае, когда длина волны очень мала по сравнению с толщиной слоя и при $kh \to \infty$ $c < c_2 < c_1$ уравнение (2.5) сводится к уравнению (3.3). При другом предельном случае из уравнения (2.5) можно определить фазовую скорость волн изгиба для первой формы антисимметричных колебаний.

В табл. 1 приводятся численные результаты, вычисленные по уравнению (3.4) для параметра $\eta$, характеризующего квадрат фазовой скорости поверхностной волны в зависимости от параметров $\alpha$ и $H = kh$, удовлетворяющих условию $\alpha < 2H(1-\theta)$ при $\theta = 1/3$. На фиг.1 приводится поведение функции $D(\eta)$ при различных значениях $\alpha / H$. Численный анализ показывает влияние сосредоточенной массы на скорость поверхностной волны. Увеличение значения сосредоточенной массы, распределённой по плоскостям слоя $z = \pm h$, приводит к тому, что скорость поверхностной волны при заданных значениях толщины слоя уменьшается.

Таблица 1. Значения фазовой скорости поверхностной волны в зависимости от параметров $\alpha$ и $H = kh$.

| $\alpha/H$ | $\eta$ |
|---|---|
| 0 | 0.8453 |
| 0.01 | 0.8438 |
| 0.03 | 0.8409 |
| 0.05 | 0.8378 |
| 0.1 | 0.8298 |
| 0.3 | 0.7904 |
| 0.5 | 0.7348 |
| 0.7 | 0.6536 |
| 1 | 0.4464 |
| 1.1 | 0.3421 |
| 1.3 | 0.0583 |




Фиг.1. Поведение функции $D(\eta)$ при различных значениях $\alpha/H$ .

**Заключение.**

Таким образом, показано влияние сосредоточенной массы, распределённой по плоскости упругого слоя, на характеристики упругого волновода. Для фазовой скорости симметричных и антисимметричных колебаний получены дисперсионные уравнения. Рассмотрены предельные случаи и приведены числовые расчёты для фазовой скорости волны. Установлено, что в случае симметричных колебаний сосредоточенная масса приводит к тому, что в слое с заданной толщиной, которая находится из условия существования решения дисперсионного уравнения, поверхностная волна не распространяется. Показано, что возрастание значения сосредоточенной массы, распределённой по плоскостям слоя, приводит к убыванию скорости поверхностной волны.

**ЛИТЕРАТУРА**


1. Коссович Л.Ю. и др. Распространение волн в упруго-закреплённом изотропном слое //Вестник СамГУ. Естественно-научная сер.: Механика: 2008. № 8/2 (67). – С.78–89. Kossovich L.Y., Mukhomodyarov R.R., Parfenova Y.A. Wave propagation in an elastically restrained isotropic layer. Vestnik of Samara University. Natural Science Series. Mechanics, 2008, № 8/2 (67), pp. 78–89. (in Russian).
2. Мелешко В.В. и др. Упругие волноводы: история и современность // Математические методы и физико-механические поля. 2008. Т. 51. № 2. – С.86–104. Meleshko V.V., Bondarenko A.A., Dovgiy S.A., Trofimchuk A.N., van Heijst G.J. F. The elastic waveguides: the history and the present-day. // Mathematical Methods and Physico-Mechanical Fields. 2008, vol. 51, № 2, pp. 86–104. (in Russian).
3. Вильде М.В., Каплунов Ю.Д., Коссович Л.Ю. Краевые и интерфейсные резонансные явления в упругих телах. М.: Физматлит, 2010. 280 с. Vilde M.V., Kaplunov Yu. D., Kossovich L.Yu. Boundary and interface resonance phenomena in elastic bodies. Moscow: Fizmatlit, 2010. (in Russian).
4. Белубекян М.В. Волна Рэлея в случае упруго–стеснённой границы. //Изв. НАН Армении. Механика. 2011. Т.64. №4. С. 3 – 6. Belubekyan M.V. The Rayleigh waves in the case of the elastically restrained boundary.//Mechanics. Proceedings of National Academy of Sciences of Armenia. 2011.V.64. №4.P.3–6 (in Russian).
5. Белубекян В.М., Оганян С.К., Казарян К.Б., Можаровский В.В., Марьина Н.А. Распространение сдвиговых волн в плоском изотропном слое с тонкими покрытиями. //Проблемы физики, математики и техники. 2017. № 4(33), С.40-43. Belubekyan V.M., Ohanyan S.K., Ghazaryan K.B., Mozharovski V.V., Marina N. A. Propagation of shear waves in a plane isotropic layer with thin covers. Problems of Physics, Mathematics and Technics, vol. 4 (33), 2017, pp. 40-43. (in Russian).
6. Miklovitz J. The theory of elastic wave and wavequides / J. Miklovitz. – Amsterdam: North-Holland, 1978. 618 p.
7. Sarkisyan S.V., Jilavyan S.H., Khurshudyan As. Zh. Structural Optimization of an Inhomogeneous Infinite Layer in Problems on Propagation of Periodic Waves. //Mechanics of Composite Materials. 2015. Vol. 51, issue 3, pp. 277-284.
8. Rayleigh J. On waves propagated along the surface of an elastic solid //Proc. Lond. Math.Soc. 1885. V.17. №253, p.4-11.
9. Knowles J.K. A note on surface waves // J. of Geophys. Res. 1966. Vol. 21. № 22. P.5480-5481.
10. Achenbach J.D. Wave propagation in elastic solids. North-Holland, 1984, 425 p.
11. Белубекян В.М., Белубекян М.В. Трёхмерная задача поверхностных волн Рэлея // Докл. НАН Армении. 2005. Т.105. № 4. С.362-369. Belubekyan V.M., Belubekyan M.V. Three-dimensional Problem of Reyleight Wave Propagation. // NAS RA Repors. 2005. V.105. №4, p.362-369 (in Russian).
12. Ардазишвили Р.В. Трёхмерная волна Рэлея в случае смешанных граничных условий на поверхности полупространства // В сб. научных тр. межд. конф.: «Механика», посв. 70-летию основания НАН Армении. Цахкадзор, 2013, с.74-78. Ardazishvili R.V. Three-dimensional Rayleigh’ wave in case of mixed boundary conditions on the surface of half-space //«Mechanics 2013». Proceedings of International School- Conference of Young Scientists dedicated to the 70th of the National Academy of Sciences of Armenia, 1– 4 October, Tsakhkadzor, 2013, p.74-78 (in Russian).
13. Belubekyan M.V., Sarkisyan S.V. Three-dimensional problem of Rayleigh waves propagating in a half-space with restrained boundary. Z Angew Math Mech. 2018; 98: 1623–1631. https://doi.org/10.1002/zamm.201700157.

14. Pham Chi Vinh, Trinh Thi Thanh Hue, Rayleigh waves with impedance boundary conditions in incompressible anisotropic half-spaces. //Int. J. Eng. Sci. 85 (2014), 175-185.
15. Pham Chi Vinh, Nguyen Quynh Xuan, Rayleigh waves with impedance boundary condition: Formula for the velocity, Existence and Uniqueness. //European Journal of Mechanics-A/Solids 61 (2017), 180-185.
16. Baljeet Singh, Reflection of Elastic Waves from Plane Surface of a Half-space with Impedance Boundary Conditions, Geosciences Research, Vol. 2, № 4, November 2017. https://dx.doi.org/10.22606/gr.2017.24004
17. Mindlin,R.D. Waves and vibrations in isotropic, elastic plates. In J.N. Goodier and N.J. Hoff, Eds., Structural Mechanics, pages 199–232.Pergamon Press, Inc., Oxford, New York, 1960.
18. Kaplunov, J.D. Dynamics of Thin Walled Elastic Bodies / J.D. Kaplunov, L.Y.Kossovich, E.V. Nolde. – Academic Press, New York, 1998.
19. Kaplunov J.D. A low frequency model for dynamic motion in prestressed incompressible elastic structures / J.D. Kaplunov, E.V. Nolde, G.A. Rogerson // Proceedings of the Royal Society of London. Series A. 456. (2003): 2589–2610, 2000.
20. Kaplunov J.D. Long-wave vibrations of a thin-walled body with fixed faces /D.Kaplunov // Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics. V. 48(3). 1995. P. 311—327.
21. Kossovitch L.Y., Moukhomodiarov R.R. and Rogerson G.A. Analysis of the dispersion relation for an incompressible transversely isotropic elastic plate. //Acta Mechanica, 153(1-2): 89–111, 2002.
22. Pichugin A.V. A two-dimensional model for extensional motion of a pre-stressed incompressible elastic layer near cut-off frequencies /A.V. Pichugin, G.A.Rogerson // IMA Journal of Applied Mathematics. V.66(4). 2001. P. 357—385.
23. Саркисян А.С., Саркисян С.В. Распространение волн в слое с упруго-стеснёнными границами. /В сборнике трудов IV Международной конференции: «Актуальные проблемы механики сплошной среды», 21– 26 сентября 2015 г. Цахкадзор, Армения, с.362-364. Sarkisyan A.S., Sarkisyan S.V. Waves propagation in layer with the elastic-restrained boundaries. //Proceedings of International of IV International conference «Topical problems of continuum mechanics», 21–26 September 2015, Tsakhkadzor, Armenia, p.362-364 (in Russian).
24. Саркисян С.В., Саркисян А.С. Волны в слое с упруго-стеснёнными границами / В сб. трудов Международной конференции «Young Scientists School-Conference», MECHANICS-2016, 3–7 October, 2016, Tsakhkadzor, Armenia с.124-127. Sarkisyan S.V., Sarkisyan A.S. Waves in a layer with the elastic- restrained boundaries.Proceedings of International School-Conference of Young Scientists, MECHANICS-2016, 3–7 October, 2016, Tsakhkadzor, Armenia, p.124-127 (in Russian).

**Сведения об авторах:**

**Саркисян Арег Самвелович** – старший лаборант кафедры механики, ЕГУ, факультет математики и механики.

**Саркисян Самвел Владимирович** – доктор физ.-мат. наук, профессор, зав. каф. механики, ЕГУ, факультет математики и механики.

**Адрес:** ул. Алека Манукяна 1, ЕГУ, Ереван, Армения **Тел.:** (+37499) 57-09-13; **E–mail:** vas@ysu.am

Поступила в редакцию 19. 09. 2018 г.