

РАСПРОСТРАНЕНИЕ УПРУГО-СПИНОВЫХ ВОЛН В МАГНИТО-  
УПОРЯДОЧЕННЫХ ДВУХСЛОЙНЫХ СТРУКТУРАХ

Агаян К.Л., Атоян Л.А., Терзян С.А.

**Ключевые слова:** упруго-спиновые волны, двухслойная структура, волны Лява.

Aghayan K.L., Atoyan L.A., Terzyan S.H.

**Propagation of elastic-spin waves in magneto-ordered two-layer structures**

**Key words:** elastic-spin waves, bilayer structure, Love waves.

In this paper we study the propagation of elastic-spin waves of the Love type in two-layer magnet-nonmagnet media. The case is considered when one edge is free and the other is fixed. The condition for the existence of the elastic-spin waves is found and the corresponding dispersion equation is obtained. A comparative numerical analysis was then carried out to determine the degree of influence of the magnetic properties of the layer on the dispersion picture.

Աղայան Կ.Լ., Աթոյան Լ.Ա., Թերջյան Ս.Հ.

**Առաձգասպինային ալիքների տարածումը մագնիսական երկշերտանի կառույցներում**

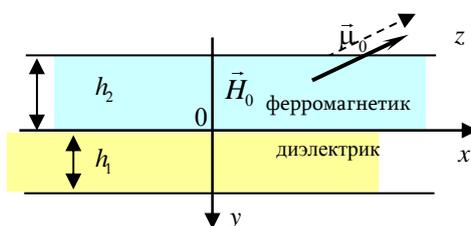
**Հիմնաբառեր** Առաձգա-սպինային ալիքներ, երկշերտ կառույց, Լյավի ալիքներ

Այս հոդվածում ուսումնասիրվում է առաձգա-սպինային Լյավի տեսքի ալիքների տարածումը երկշերտ մագնիս-նշմագնիս կառուցվածքում: Կառուցվածքի մի եզրը ազատ է, իսկ մյուսը ամրակցված: Ստացված են առաձգա-սպինային ալիքների գոյության պայմանը և համապատասխան դիսպերսիոն հավասարումը: Այնուհետև կատարվել է համեմատական թվային վերլուծություն, որոշելու համար շերտի մագնիսական հատկությունների ազդեցությունը դիսպերսիոն պատկերի վրա:

В данной работе исследуется распространение упруго-спиновых волн в двухслойных средах магнит-немагнит. Рассматривается случай, когда один край свободен, а другой закреплен. Найдено условие существования упруго-спиновых волн и получено соответствующее дисперсионное уравнение. Далее проведён сравнительный численный анализ с целью определения степени влияния магнитных свойств слоя на дисперсионную картину.

**1. Введение.** В магнито-упорядоченных средах, как известно, могут распространяться взаимосвязанные упруго-спиновые волны, поскольку существует связь между колебаниями спинов и колебаниями ионов кристаллической решётки магнетика, т.е. имеет место магнон-фононное взаимодействие [1-4, 10, 12]. Данная работа посвящена вопросам существования и распространения упруго-спиновых волн типа Лява в слоистой структуре ферромагнит-диэлектрик. Задача решается с использованием уравнений, учитывающих взаимосвязь спиновых (магнитных) и упругих возмущений [1-9], а также уравнения механического движения среды, уравнения Ландау-Лифшица, описывающие движение плотности магнитного момента.

**2. Постановка задачи.** Рассматривается двухслойная конструкция, состоящая из упругих ферромагнитного и диэлектрического (не электромагнитоактивного) слоёв конечных толщин, находящаяся во внешнем постоянном магнитном поле  $\vec{H}_0$ , направленном по оси  $Z$  (фиг.1), которая совпадает с осью легкого намагничивания ферромагнетика [1-4].



Фиг. 1.

Полагаем, что область  $0 \leq y \leq h_1$  немагнитная, а область  $-h_2 \leq y \leq 0$  – ферромагнетик. Через  $\vec{M}_0$  обозначим объёмную намагниченность насыщения ферромагнетика, а массовую намагниченность насыщения обозначим через  $\vec{\mu}_0 = \vec{M}_0 / \rho$ ,  $\rho$  – плотность ферромагнетика. Через  $\mu$  и  $\nu$  обозначим компоненты вектора намагниченности  $\vec{\mu}(\mu, \nu, 0)$ . Полагаем, что намагниченность насыщения ферромагнетика  $\vec{M}_0$  не зависит от интенсивности внешнего поля  $\vec{H}_0$ .

Нижнюю границу структуры ( $y = h_1$ ) будем считать закреплённой, а верхнюю ( $y = -h_2$ ) – свободной. Из компонент перемещений в обеих средах будем считать отличными от нуля только компоненты  $w_1$  и  $w_2$ , т.е. рассматриваются сдвиговые волны.

Уравнения, описывающие динамические процессы в структуре, представляются в следующем виде:

а) немагнитный слой:

$$\ddot{w}_1 = S_1^2 \Delta w_1, \quad (1)$$

б) магнитный слой:

$$\ddot{w}_2 = S_2^2 \Delta w_2 + f \mu_0 (\mu_x + \nu_y), \quad \dot{\mu} = \omega_M (\hat{b} \nu + f \mu_0 w_{2y}), \quad \dot{\nu} = -\omega_M (\hat{b} \mu + f \mu_0 w_{2x}). \quad (2)$$

$S_1$  и  $S_2$  – скорости упругих волн,  $f$  – коэффициент магнитоупругой связи,  $\hat{b} = H_0 / M_0$  – величина, обратная магнитной восприимчивости,  $\omega_M = \gamma M_0$ ,

$\gamma = 1.8 \cdot 10^7 \text{ * } 1/(\text{э*с})$  – гиромагнитное отношение,  $\Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ . Уравнения (2)

выписаны без учёта обменного взаимодействия, магнитного потенциала, а также магнитной анизотропии ( $b = 0$ ), что, к примеру, верно для широко использующегося на практике, железо-иттриевого граната (ЖИГ) [2,9].

Граничные условия:

$$\begin{aligned} a) w_1|_{y=0} = w_2|_{y=0}, \quad c) \sigma_{yz}^{(2)}|_{y=-h_2} = 0, \\ b) \sigma_{yz}^{(1)}|_{y=0} = \sigma_{yz}^{(2)}|_{y=0}, \quad d) w_1|_{y=h_1} = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

$\sigma_{yz}^{(1,2)}$  – напряжения в соответствующих средах, они представляются в виде:

$\sigma_{yz}^{(1)} = G_1 w_{1y}$ ;  $\sigma_{yz}^{(2)} = G_2 w_{2y} + fM_0 v$ , где  $G_1$  и  $G_2$  – модули сдвига.

**3. Решение задачи.** Решения задач (1), (2) ищутся в виде:

$$(w_1, w_2, \mu, v) = (W_1(y), W_2(y), M(y), N(y)) \exp(i(\omega t - px)) \quad (4)$$

$p$  – компонента искомого волнового вектора,  $\omega$  – круговая частота. Подставим (4) в (1), (2). Для амплитуд  $W_1$  и  $W_2$  получим следующие уравнения:

$$\frac{d^2 W_1}{dy^2} + a^2 W_1 = 0, \quad a^2 = \omega^2 / S_1^2 - p^2; \quad (5)$$

$$\frac{d^2 W_2}{dy^2} + c^2 W_2 = 0, \quad (6)$$

$$c^2 = \frac{(\Omega^2 - \hat{b}^2)(\omega^2 - p^2 S_2^2) - f^2 \mu_0^2 \hat{b} p^2}{S_2^2 (\Omega^2 - \hat{b}^2) + f^2 \mu_0^2 \hat{b}}, \quad (7)$$

где  $\Omega = \omega / \omega_M$ . Решения уравнений (5), (6) имеют вид:

$$W_1(y) = A \sin(h_1 - y)a, \quad (8)$$

$$W_2(y) = B_1 \cos yc + B_2 \sin yc \quad (9)$$

$A, B_1, B_2$  – неизвестные постоянные. Заметим, что при нахождении решения (8) было использовано граничное условие (3)d. Далее, воспользовавшись условием (3)c, найдём связь между постоянными  $B_1$  и  $B_2$ :

$$B_2 = \beta B_1, \quad \text{где} \quad \beta = \frac{c(p^2 \eta \zeta_1 - 1 + \zeta) \operatorname{tg} h_2 c + \xi p^2 \sqrt{\eta \zeta_1}}{\xi p^2 \sqrt{\eta \zeta_1} \operatorname{tg} h_2 c - c(p^2 \eta \zeta_1 - 1 + \zeta)}. \quad (10)$$

Здесь и далее будем пользоваться обозначениями:

$$\eta = \frac{S^2}{S_1^2}, \quad \zeta = \frac{f^2 \mu_0^2}{\hat{b} S_2^2}, \quad \zeta_1 = \frac{S_1^2}{\gamma^2 H_0^2}, \quad \vartheta = \frac{S_1^2}{S_2^2}, \quad \vartheta \eta = \frac{S^2}{S_2^2},$$

$$\frac{\Omega^2}{\hat{b}^2} = p^2 \eta \zeta_1, \quad a = p \sqrt{\eta - 1}, \quad c = p \sqrt{\frac{(\vartheta \eta - 1)(1 - p^2 \eta \zeta_1) + \zeta}{1 - p^2 \eta \zeta_1 - \zeta}},$$

$S$  – скорость искомой волны,  $\zeta$  характеризует намагниченность насыщения ферромагнетика,  $\zeta_1$  характеризует внешнее поле  $H_0$ . Для определения постоянных  $A, B_1$  воспользуемся граничными условиями (3) a и (3) b:

$$A \sin h_1 a = B_1, \quad -a A G_1 \cos h_1 a = B_1 \left[ \frac{f^2 \mu_0^2 (p \Omega - \beta \hat{b} c)}{\Omega^2 - \hat{b}^2} - c \beta G_2 \right] \quad (11)$$

Из этой системы следует характеристическое уравнение:

$$\operatorname{tg} h_1 a = \frac{a(p^2 \eta \zeta_1 - 1) G_1 G_2^{-1}}{c \beta (p^2 \eta \zeta_1 - 1 + \zeta) - \zeta p^2 \sqrt{\eta \zeta_1}} . \quad (12)$$

Если пренебречь магнитными свойствами слоя, т.е. положить  $\zeta = 0$ , то придём к соотношению:

$$\operatorname{tg} h_1 a \operatorname{tg} h_2 \bar{c} = \frac{a G_1}{\bar{c} G_2}; \quad \bar{c} = \sqrt{\frac{\omega^2}{S_2^2} - p^2} = p \sqrt{\theta \eta - 1} . \quad (13)$$

Из (13), в свою очередь, легко получить известное уравнение Лява для немагнитных мягкого слоя и полупространства при  $h_1 \rightarrow \infty$ :

$$\operatorname{tg} h_2 \bar{c} = \frac{G_1 \sqrt{p^2 - \omega^2 / S_1^2}}{G_2 \sqrt{\omega^2 / S_2^2 - p^2}} = \frac{G_1 \sqrt{1 - \eta}}{G_2 \sqrt{\theta \eta - 1}} \quad (14)$$

Для магнитного слоя и примыкающего к нему немагнитного полупространства соответствующее дисперсионное уравнение можно получить из (12) аналогично при  $h_1 \rightarrow \infty$ :

$$\operatorname{tgh}_2 c = \frac{c(p^2 \eta \zeta_1 - 1 + \zeta) R}{c^2 (p^2 \eta \zeta_1 - 1 + \zeta)^2 + R \zeta p^2 \sqrt{\eta \zeta_1}} , \quad (15)$$

где

$$R = \zeta p^2 \sqrt{\eta \zeta_1} + p \sqrt{1 - \eta} (p^2 \eta \zeta_1 - 1) G_1 G_2^{-1} .$$

Если пренебречь намагничённостью, то из (15) опять же следует классическое уравнение Лява (14). Перейдём к определению условий существования сдвиговой упруго-спиновой волны в конструкции «магнитный слой - немагнитное полупространство».

Из (15) заключаем, что условием существования поверхностной упруго-спиновой волны является следующее неравенство:

$$\frac{(\theta \eta - 1)(1 - p^2 \eta \zeta_1) + \zeta}{1 - p^2 \eta \zeta_1 - \zeta} > 0 . \quad (16)$$

Заметим, что это условие вместе с условием затухания волны в полупространстве переходит в классическое условие Лява, если положить  $\zeta = 0$ , т.е. пренебречь магнитными свойствами слоя:  $S_2 < S < S_1$ .

Рассмотрим вначале частный случай, когда в (16) можно пренебречь членом  $p^2 \eta \zeta_1$ , т.е. считать, что

$$p^2 \eta \zeta_1 \ll 1 . \quad (17)$$

Условие (17) в исходных переменных представляется в следующем виде:

$$\omega \ll \omega_H = \gamma H_0 . \quad (18)$$

Как известно [1-3],  $\gamma H_0$  есть собственная частота прецессии спина (намагничённости) в постоянном, внешнем магнитном поле  $H_0$ . Таким образом, для

диапазона частот меньших собственной частоты прецессии спина, условие (16) принимает вид:

$$\frac{\theta\eta - 1 + \zeta}{1 - \zeta} > 0. \quad (19)$$

Нетрудно убедиться, что при  $1 - \zeta < 0$  неравенство (19) не выполняется, т.е. волнового процесса нет, поэтому будем полагать, что  $1 - \zeta > 0$ , тогда из (19) следует:

$$\sqrt{1 - \zeta} S_2 < S.$$

Далее, учтя условие затухания волн в подложке, получим условие существования упруго-спиновых волн типа Лява в диапазоне частот  $\omega \ll \omega_H$ :

$$\sqrt{1 - \zeta} S_2 < S < S_1. \quad (20)$$

Отсюда следует, что для возникновения упруго-спиновых волн в нашей конструкции необходимо, чтобы магнитная характеристика слоя подчинялась следующему неравенству:  $\zeta > 1 - S_1^2 / S_2^2$ .

Из (20) видно, что в том случае, когда обычные условия существования волн Лява для немагнитных сред не выполняются, для магнитного слоя при соответствующем выборе параметров магнитного слоя и интенсивности внешнего магнитного поля, что и является условием возникновения упруго-спиновых волн типа Лява.

Рассмотрим теперь общий случай (16). Условие (16) эквивалентно двум системам неравенств:

$$\eta < \frac{1 - \zeta}{p^2 \zeta_1} = \eta_0; \quad \theta p^2 \zeta_1 \eta^2 - (\theta + p^2 \zeta_1) \eta + (\zeta - 1) < 0 \quad (21)$$

$$\eta > \frac{1 - \zeta}{p^2 \zeta_1}; \quad \theta p^2 \zeta_1 \eta^2 - (\theta + p^2 \zeta_1) \eta + (\zeta - 1) > 0 \quad (22)$$

Рассмотрим сначала систему (21), корни квадратного трёхчлена во втором неравенстве этой системы имеют вид:

$$\eta_{1,2} = \frac{\theta + p^2 \zeta_1 \pm \sqrt{(\theta + p^2 \zeta_1)^2 - 4\theta p^2 \zeta_1 (\zeta - 1)}}{2\theta p^2 \zeta_1}.$$

Отсюда видно, что если  $\eta_0 < \eta_2$ , то система (21) не имеет решения, если же  $\eta_0 > \eta_2$ , то условие существования волн представляется так:

$$\eta_2 < \eta < \min(\eta_0; \eta_1). \quad (23)$$

Иначе это условие можно записать в следующем виде:

$$S_1 \sqrt{\eta_2} < S < S_1 \sqrt{\min(\eta_0; \eta_1)}. \quad (24)$$

Перейдём к решению системы (22), оно представляется в следующем виде:

$$\text{а) при } \eta_0 < \eta_2; \eta \in [\eta_0; \eta_2] \cup [\eta_1; +\infty) \quad (25)$$

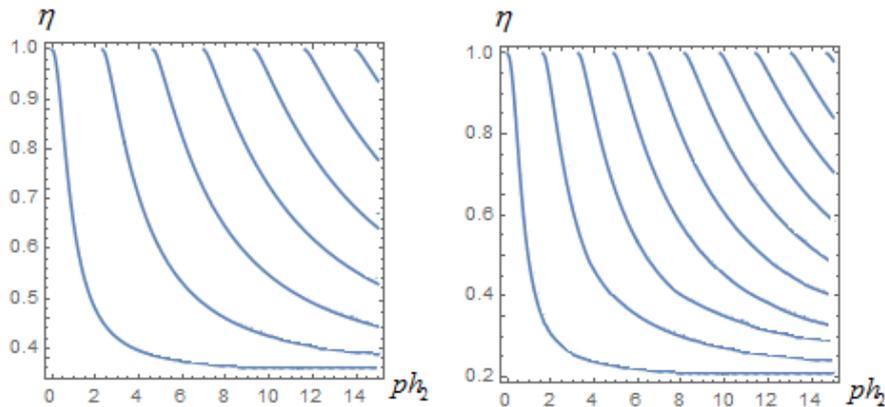
$$\text{б) при } \eta_0 > \eta_2; \eta \in [\max(\eta_0; \eta_1), +\infty) \quad (26)$$

Таким образом, в структуре магнитный слой-немагнитная подложка при выполнении условий (23-26) существуют упруго-спиновые волны.

Приведём некоторые результаты численного исследования в диапазоне частот  $\omega < \omega_H$ , когда  $p^2 \eta \zeta_1$  можно пренебречь по отношению к единице. В этом случае дисперсионное уравнение (15) принимает вид:

$$\operatorname{tg} p h_2 \sqrt{\frac{\theta \eta - 1 + \zeta}{1 - \zeta}} = \frac{\sqrt{1 - \eta G_1 G_2^{-1}}}{\sqrt{1 - \zeta} \sqrt{\theta \eta - 1 + \zeta}}. \quad (27)$$

На фиг.2 приведены результаты сравнительного численного эксперимента для структуры слой-полупространство в диапазоне частот  $\omega \ll \omega_H$ . Сравниваются дисперсионные картины для магнитного слоя и немагнитного слоя, в обоих случаях подложка та же (см. фиг.2). В качестве материала для магнитного слоя рассматривается железо-иттриевый гранат (ЖИГ):  $S_2 = 3,8 \cdot 10^3$  м/с,  $\rho_2 = 5,17 \cdot 10^3$  г/см<sup>3</sup>,  $G_2 = 7,64 \cdot 10^{10}$  дин/см<sup>2</sup>,  $\mu_0 = 139,3 \cdot 10^{-4}$  Тл,  $H_0 = 870 \cdot 10^{-4}$  Тл [9], а материал немагнитной подложки имеет параметры  $S_1 = 5,03 \cdot 10^3$  см/с,  $\rho_1 = 4,5 \cdot 10^3$  г/см<sup>3</sup>,  $G_1 = 1,14 \cdot 10^{12}$  дин/см<sup>2</sup>.



Фиг. 2.

На первом рисунке фиг.2 изображена дисперсионная картина для немагнитного слоя, на втором – для магнитного слоя. Анализ результатов, представленных на фиг. 2, приводит к заключению, что в конструкции с магнитным слоем в отличие от немагнитного слоя, происходит расширение скоростного диапазона упруго-спиновых волн, одновременно с этим происходит сближение ветвей разных мод упруго-спиновых волн.

В заключение хотелось бы выразить благодарность проф. Белубекяну М.В. за огромную помощь, которую он оказал при работе над статьей.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. A.I. Akhiezer, V.G. Baryakhtar and Peletminskii. Spin Waves, vol.1, North-Holland, Amsterdam, 1968, p.368.

2. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. 1991, с.560. G. Maugin. Continuum mechanics of electromagnetic solids. 1991, p.560. (In Russian).
3. Гуревич А. Г. Магнитный резонанс в ферритах и ферромагнетиках. Москва, Наука, 1973, с.591. A.G.Gourevich. Magnetic Resonance in ferrites and ferromagnetics. Moscow, Nauka, 1973, p.591. (In Russian).
4. Maugin G. A., Hakmi A. Magnetoelastic surface waves in elastic ferromagnets.-J. Acoust. Soc. Amer., 77, p.1010-1026, (1985).
5. Белубекян М.В., “О поверхностных волнах Лява в случае композиционного слоя”. Сбор. Статей “Актуальные проблемы неоднородной механики”, Ереван, 1991 г., стр.25-29. Belubekyan M.V., “On the surface waves of Love in the case of a composite layer”. Collection of Articles “Actual problems of inhomogeneous mechanics”, Yerevan, 1991, pp. 25-29. (In Russian).
6. S. A. Nikitov, Ph. Tailhades, C. S. Tsai. Spin waves in Periodic Magnetic Structures – Magnonic crystals. J.Magnet.Mater., v.23, 3, 2001, pp.320-331.
7. Багдасарян Г.Е. Существование и характер распространения пространственных спиновых поверхностных волн в ферромагнетиках.- Изв.АН РА, Физика, 2009, 6, с. 405-416. Bagdasaryan G.E. The existence and nature of the propagation of spatial spin surface waves in ferromagnets. - Izv. AN RA, Fizika, 2009, 6, p. 405-416. (In Russian).
8. Danoyan Z.N., Piliposian G.T., Hasanyan D. J. Reflection of spin and spin-elastic waves at the interface of a ferromagnetic half-space. Waves in Random and Complex Media. - Vol. 19, No. 4, November 2009, pp. 567-584.
9. Hasanyan D.J., Batra R.C. Antiplane shear waves in two contacting ferromagnetic half spaces. J.Elast (2011) 103: 189-203.
10. Camley R.E. Magnetoelastic waves in a ferromagnetic film on a nonmagnetic substrate. J. Appl. Phys., 50 (8), 1979, pp. 5272-5284.
11. Van de Vaart, Mathews Magnetoelastic Love waves in a magnetic layered nonmagnetic substrate. Appl. Phys. Lett. V.16, 5, pp. 222-224, (1970).
12. Геворкян А.В. Магнитоупругие волны Лява при наличии продольного магнитного поля. Ученые записки Ереванск. Госунта, 1981, т.1, с.137-140. Gevorkyan A.V. Magnetoelastic Love waves in the presence of a longitudinal magnetic field. Scientific notes Yerevan SU, 1981, Vol.1, pp.137-140. (In Russian).

**Сведения об авторах:**

**Агаян Каро Леренцович** – Д.ф.-м.н., ведущий науч.сотр. Института механики НАН Армении. Адрес: РА, 0019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24/2.

**E-mail:** [karoagayan@mail.ru](mailto:karoagayan@mail.ru)

**Атоян Левон Арутюнович** – К.ф.-м.н., ст.науч. сотр. Института механики НАН РА.

Адрес: РА, 0019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24/2.

**E-mail:** [levous@mail.ru](mailto:levous@mail.ru)

**Терзян Саркис Арутюнович** – К.ф.-м.н., ст.науч. сотр. Института механики НАН Армении. Адрес: РА, 0019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24/2.

**E-mail:** [sat-and21@yahoo.com](mailto:sat-and21@yahoo.com)

Поступила в редакцию 08.11.2018