

УДК 539.3

**О РЕШЕНИЯХ ДИНАМИЧЕСКИХ ТРЁХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ  
УПРУГОСТИ ПО МОДЕЛИРОВАНИЮ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ**

**Агаловян Л.А., Агаловян М.Л., Тагворян В.В.**

**Ключевые слова:** Неклассическая динамическая задача, асимптотический метод, внутренняя задача, слоистый пакет, ортотропная пластина.

**Աղաղվյան Լ.Ա., Աղաղվյան Մ.Լ., Թագվորյան Վ.Վ.**

**Երկրաշարժերի մոդելավորման վերաբերյալ առաձգականության տեսության եռաչափ դինամիկ  
խնդիրների լուծումների մասին**

**Հիմնաբառեր.** Ոչ դասական դինամիկ խնդիր, ասիմպտոտիկ մեթոդ, ներքին խնդիր, շերտավոր փաթեթ, օրթոտրոպ սալ

Դիտարկված է առաձգականության տեսության եռաչափ դինամիկ խնդիրը շերտավոր փաթեթի համար, որը բաղկացած է  $N$  հաստ օրթոտրոպ սալերից: Համարվում է, որ չափիչ սարքերը (թեքաչափեր, դեֆորմոգրաֆներ և այլն) տեղադրված են փաթեթի առաջին և երկրորդ շերտերի միջև կոնտակտի մակերևույթի վրա: Մինգույլար գրգռված դիֆերենցիալ հավասարումների լուծման ասիմպտոտիկ մեթոդով գտնված է ներքին եռաչափ խնդրի լուծումը: Նշված են դեպքեր, երբ լուծումը դառնում է մաթեմատիկորեն ճշտագրիտ: Բերված է ցուցադրական օրինակ եռաշերտ փաթեթի համար:

**Aghalovyan L.A., Aghalovyan M.L., Tagvoryan V.V.**

**On solutions of dynamic three-dimensional problems of the elasticity theory for earthquake modeling**

**Keywords:** The non-classical dynamic problem, asymptotic method, the internal problem, layered packet, orthotropic plate.

A three-dimensional dynamic problem of the theory of elasticity for a layered packet, which consists of  $N$  orthotropic plates is observed. It is considered that the measuring devices (tiltmeters, deformographs, etc.) are placed on the contact surface between the first and second layers of the package. By the asymptotic method of solution of the singular perturbed differential equations, is obtained the internal solution of the three-dimensional problem. The cases, when the solution becomes mathematically exact are shown. An illustrative example for a three-layer packet is given.

Рассмотрена трёхмерная динамическая задача теории упругости для слоистого пакета, который состоит из  $N$  ортотропных пластин. Считается, что измерительные приборы (наклонометры, деформографы и др.) помещены на поверхности контакта между первым и вторым слоями пакета. Асимптотическим методом решения сингулярно возмущённых дифференциальных уравнений определено решение внутренней трёхмерной задачи. Указаны случаи, когда решение становится математически точным. Приведён иллюстрационный пример для трёхслойного пакета.

**Введение.** Планета Земля ( $R_{\text{зем}} = 6378$  км) слоиста и неоднородна и состоит из земной коры, Верхней и Нижней мантий, Внешнего и Внутреннего ядер. Скорости распространения продольных  $P$  и поперечных  $S$  волн в этих слоях существенно разные, что и является основной отличительной чертой между этими слоями. В пределах Верхней мантии на глубине  $100 \div 250$  км. существует слой (Астеносфера), где

скорость поперечных волн  $V_S$  резко понижается, а скорость продольных волн  $V_P$  не возрастает с глубиной ( $V_P \approx \text{const}$ ,  $V_S \approx 0$ ). Земная кора и часть Верхней мантии до границы с Астеносферой составляет Литосферу, которая разбита на несколько больших блоков и называются плитами. Крупными Литосферными плитами Земли являются: Евразийская, Индо-Австралийская, Антарктидская, Филиппинская, Наска, Тихоокеанская, Южно-Американская, Северо-Американская, Африканская, Анатолийская, Аравийская и др.

В двадцатом столетии исследования по прогнозу землетрясений показали, что сильные землетрясения являются результатом тектонических движений Литосферных плит Земли ( $\approx 95\%$  землетрясений)[1-3]. Установлено, что подавляющее большинство землетрясений сгруппировано в относительно узких зонах, сейсмическая и тектоническая активность в которых приписываются, в основном, взаимодействиям примыкающих друг к другу Литосферных плит, которые подвержены относительным перемещениям вдоль своих контактирующих поверхностей («сейсмические зоны»). Выделяют связанные с возникновением землетрясений две стадии тектонических движений: медленные (вековые) и быстротечные (скачкообразные). Вековые движения являются квазистатическими и могут длиться десятки лет, в результате, в Литосферных плитах и отдельных блоках земной коры накапливаются деформации, которые достигнув критического значения порядка  $10^{-4}$ , а по данным известного японского сейсмолога Rikitake [1] – порядка  $4.7 \cdot 10^{-5}$ , приводят к глобальному разрушению (землетрясению) и основная часть накопленной с годами огромной потенциальной энергии деформации выделяется в виде объёмных упругих продольных Р и сдвиговых S-волн, а также поверхностных волн Релея и Лява. Всегда скорость  $V_P$  больше скорости  $V_S$ , что позволяет определить расстояние эпицентра землетрясения от заданной сейсмостанции, а по данным трёх станций – место расположения очага землетрясения. Быстротечные (скачкообразные) движения (форшок, землетрясение, афтершок) являются динамическими и для их описания необходимо решать соответствующую динамическую задачу теории упругости для слоистого пакета, которая является неклассической в том смысле, что граничные условия задаются лишь на лицевой поверхности пакета.

Чтобы уменьшить влияние измерений внешних аномальных (в основном, атмосферных) факторов на данные истинно происходящих процессов внутри пакета (Литосферной плиты), в сейсмологии начали измерительные приборы (наклонометры и др.) помещать внутри пакета на некотором расстоянии от лицевой поверхности и по данным этих приборов составлять более объективное представление о напряжённо-деформированном состоянии пакета. Неклассическая квазистатическая задача для однослойных и многослойных пластин с учётом также влияния изменения температурного поля, когда компоненты перемещения заданы на лицевой поверхности пакета, решена в [4,5]. Та же задача решена для слоистого пакета, когда данные измерений сняты с поверхности контакта между слоями с номерами  $k$  и  $(k+1)$  [6]. Неклассическая динамическая задача для многослойных пластин, когда компоненты вектора перемещения заданы на лицевой поверхности пакета, решена в [7]. В данной работе решена

динамическая задача для многослойного пакета, когда значения компонент вектора перемещения сняты с поверхности контакта между первым и вторым слоями, как данные наклономеров и других измерительных средств.

**1. Основные уравнения и постановка краевой задачи.** Рассмотрим слоистый пакет из  $N$  ортотропных пластин, занимающий область  $D = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b, 0 \leq z \leq h, h = h_1 + h_2 + \dots + h_N, \min(a, b) = l, h \ll l\}$ , где  $h_n$  ( $1 \leq n \leq N$ ) – толщины пластин (фиг. 1).

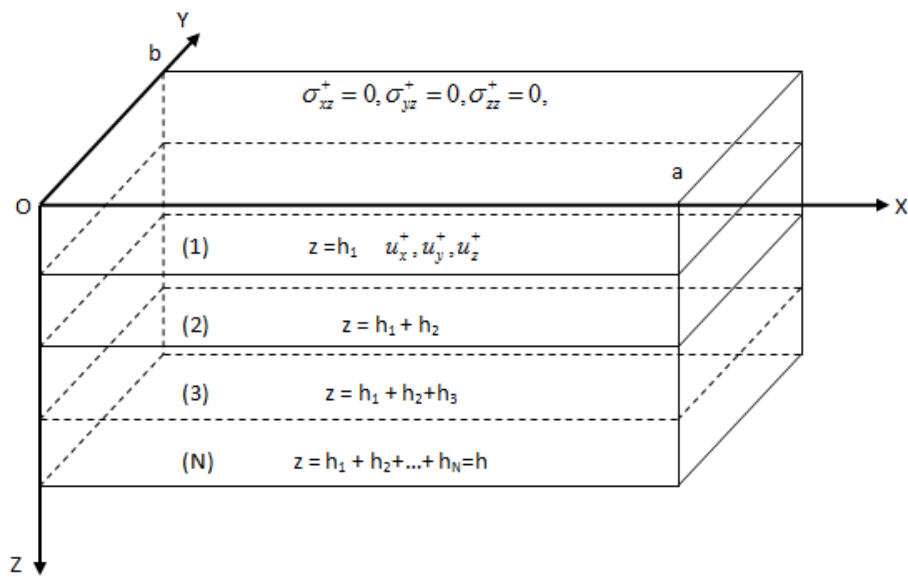


Рис 1. Слоистый пакет из ортотропных пластин

Требуется найти для пакета решение уравнений движения

$$\frac{\partial \sigma_{jx}^{(k)}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{jy}^{(k)}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{jz}^{(k)}}{\partial z} = \rho_k \frac{\partial^2 u^{(k)}}{\partial t^2}, \quad (j = x, y, z; u, v, w) \quad (1.1)$$

и соотношений упругости Гука (для простоты записи индекс «к» опущен)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial x} &= a_{11} \sigma_{xx} + a_{12} \sigma_{yy} + a_{13} \sigma_{zz}, \\ \frac{\partial v}{\partial y} &= a_{12} \sigma_{xx} + a_{22} \sigma_{yy} + a_{23} \sigma_{zz}, \\ \frac{\partial w}{\partial z} &= a_{13} \sigma_{xx} + a_{23} \sigma_{yy} + a_{33} \sigma_{zz}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = a_{66} \sigma_{xy}, \quad \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} = a_{55} \sigma_{xz}, \quad \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} = a_{44} \sigma_{yz},$$

при граничных условиях при  $z = 0$  (лицевая поверхность свободна):

$$\sigma_{jz}^{(1)}(x, y, 0, t) = 0, \quad j = x, y, z, \quad (1.3)$$

когда заданы значения перемещений точек поверхности контакта между первым и вторым слоями как данные наклономеров и других измерительных средств:

$$u^{(1)}(x, y, h_1, t) = u^{(+)}(x, y) \exp(i\Omega t) \quad (u, v, w) \quad (1.4)$$

и при условиях полного контакта между всеми слоями, которые для произвольного  $(k)$ -ого слоя записываются:

$$\sigma_{jz}^{(k)}(z = H_k) = \sigma_{jz}^{(k+1)}(z = H_k), \quad H_k = \sum_{j=1}^k h_j, \quad k = 1, 2, \dots, N-1, \quad j = x, y, z,$$

$$u^{(k)}(z = H_k) = u^{(k+1)}(z = H_k), \quad (u, v, w) \quad (1.5)$$

где  $\Omega$  – частота колебаний точек поверхности контакта первых двух слоёв пакета, которая фиксируется наклономерами, сейсмостанциями и GPS. Постоянные упругости, толщины  $h_k$  и плотности  $\rho_k$  слоёв считаются известными.

Решение сформулированной задачи отыскивается в виде

$$\sigma_{\alpha\beta}^{(k)}(x, y, z, t) = \sigma_{ij}^{(k)}(x, y, z) \exp(i\Omega t), \quad \alpha, \beta = x, y, z; \quad i, j = 1, 2, 3;$$

$$u^{(k)}(x, y, z, t) = u^{(-k)}(x, y, z) \exp(i\Omega t), \quad (u, v, w) \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (1.6)$$

Перейдём к безразмерным координатам и перемещениям по формулам:

$$\xi = x/l, \quad \eta = y/l, \quad \zeta = z/h = \varepsilon^{-1} z/l, \quad U^{(k)} = u^{(-k)}/l, \quad V^{(k)} = v^{(-k)}/l, \quad W^{(k)} = w^{(-k)}/l. \quad (1.7)$$

Получим сингулярно возмущённую малым параметром  $\varepsilon = h/l$  систему:

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(k)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(k)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{13}^{(k)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \rho_k \Omega_*^2 U^{(k)} = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}^{(k)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(k)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{23}^{(k)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \rho_k \Omega_*^2 V^{(k)} = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_{13}^{(k)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{23}^{(k)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial \sigma_{33}^{(k)}}{\partial \zeta} + \varepsilon^{-2} \rho_k \Omega_*^2 W^{(k)} = 0,$$

$$\frac{\partial U^{(k)}}{\partial \xi} = a_{11}^{(k)} \sigma_{11}^{(k)} + a_{12}^{(k)} \sigma_{22}^{(k)} + a_{13}^{(k)} \sigma_{33}^{(k)},$$

$$\frac{\partial V^{(k)}}{\partial \eta} = a_{12}^{(k)} \sigma_{11}^{(k)} + a_{22}^{(k)} \sigma_{22}^{(k)} + a_{23}^{(k)} \sigma_{33}^{(k)},$$

$$\varepsilon^{-1} \frac{\partial W^{(k)}}{\partial \zeta} = a_{13}^{(k)} \sigma_{11}^{(k)} + a_{23}^{(k)} \sigma_{22}^{(k)} + a_{33}^{(k)} \sigma_{33}^{(k)}, \quad (1.8)$$

$$\frac{\partial W^{(k)}}{\partial \xi} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial U^{(k)}}{\partial \zeta} = a_{55}^{(k)} \sigma_{13}^{(k)},$$

$$\frac{\partial W^{(k)}}{\partial \eta} + \varepsilon^{-1} \frac{\partial V^{(k)}}{\partial \zeta} = a_{44}^{(k)} \sigma_{23}^{(k)},$$

$$\frac{\partial V^{(k)}}{\partial \xi} + \frac{\partial U^{(k)}}{\partial \eta} = a_{66}^{(k)} \sigma_{12}^{(k)}, \quad \Omega_* = h\Omega,$$

Решение этой системы складывается из решений внутренней задачи ( $I^{(k)\text{int}}$ ) и пограничного слоя ( $I_b^{(k)}$ ):

$$I^{(k)} = I^{(k)\text{int}} + I_b^{(k)}.$$

Решение внутренней задачи имеет вид:

$$U^{(k)\text{int}} = \varepsilon^s U^{(k,s)}, \quad (U, V, W); \quad \sigma_{ij}^{(k)\text{int}} = \varepsilon^{-1+s} \sigma_{ij}^{(k,s)}, \quad s = \overline{0, S}, \quad (1.9)$$

где обозначение  $s = \overline{0, S}$  означает, что по повторяющемуся (немому) индексу  $s$  происходит суммирование от нуля до  $S$ .

Подставив (1.9) в (1.8) и приравняв в каждом уравнении соответствующие коэффициенты при  $\varepsilon$ , получим новую систему:

$$\frac{\partial \sigma_{11}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial \sigma_{13}^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \Omega_*^2 \rho_k U^{(k,s)} = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_{12}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial \sigma_{23}^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \Omega_*^2 \rho_k V^{(k,s)} = 0,$$

$$\frac{\partial \sigma_{13}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{23}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial \sigma_{33}^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \Omega_*^2 \rho_k W^{(k,s)} = 0,$$

$$\frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \xi} = a_{11}^{(k)} \sigma_{11}^{(k,s)} + a_{12}^{(k)} \sigma_{22}^{(k,s)} + a_{13}^{(k)} \sigma_{33}^{(k,s)}, \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned}\frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \eta} &= a_{12}^{(k)} \sigma_{11}^{(k,s)} + a_{22}^{(k)} \sigma_{22}^{(k,s)} + a_{23}^{(k)} \sigma_{33}^{(k,s)}, \\ \frac{\partial W^{(k,s)}}{\partial \zeta} &= a_{13}^{(k)} \sigma_{11}^{(k,s)} + a_{23}^{(k)} \sigma_{22}^{(k,s)} + a_{33}^{(k)} \sigma_{33}^{(k,s)}, \quad \frac{\partial W^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial U^{(k,s)}}{\partial \zeta} = a_{55}^{(k)} \sigma_{13}^{(k,s)}, \\ \frac{\partial W^{(k,s-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial V^{(k,s)}}{\partial \zeta} &= a_{44}^{(k)} \sigma_{23}^{(k,s)}, \quad \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \eta} = a_{66}^{(k)} \sigma_{12}^{(k,s)},\end{aligned}$$

откуда однозначно определяются  $\sigma_{ij}^{(k,s)}, U^{(k,s)}, V^{(k,s)}, W^{(k,s)}$ .

Из системы (1.10) все напряжения можно выразить через перемещения по формулам:

$$\begin{aligned}\sigma_{11}^{(k,s)} &= -A_{23}^{(k)} \frac{\partial W^{(k,s)}}{\partial \zeta} + A_{22}^{(k)} \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \xi} - A_{12}^{(k)} \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \eta}, \quad (1, 2; \xi, \eta; 22, 33; U, V) \\ \sigma_{33}^{(k,s)} &= A_{11}^{(k)} \frac{\partial W^{(k,s)}}{\partial \zeta} - A_{23}^{(k)} \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \xi} - A_{13}^{(k)} \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \eta}, \\ \sigma_{12}^{(k,s)} &= \frac{1}{a_{66}^{(k)}} \left[ \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \xi} \right],\end{aligned}\tag{1.11}$$

$$\sigma_{13}^{(k,s)} = \frac{1}{a_{55}^{(k)}} \left[ \frac{\partial W^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial U^{(k,s)}}{\partial \zeta} \right], \quad (\xi, \eta; 1, 2; U, V; a_{55}, a_{44}),$$

где  $A_{ij}^{(k)}$  выражаются через  $a_{ij}^{(k)}$  по формулам:

$$\begin{aligned}A_{11}^{(k)} &= a_{11}^{(k)} a_{22}^{(k)} - (a_{12}^{(k)})^2 / \Delta, \quad A_{22}^{(k)} = a_{22}^{(k)} a_{33}^{(k)} - (a_{23}^{(k)})^2 / \Delta, \\ A_{33}^{(k)} &= a_{11}^{(k)} a_{33}^{(k)} - (a_{13}^{(k)})^2 / \Delta, \quad A_{13}^{(k)} = (a_{11}^{(k)} a_{23}^{(k)} - a_{12}^{(k)} a_{13}^{(k)}) / \Delta,\end{aligned}\tag{1.12}$$

$$\begin{aligned}A_{23}^{(k)} &= (a_{22}^{(k)} a_{13}^{(k)} - a_{12}^{(k)} a_{23}^{(k)}) / \Delta, \quad A_{12}^{(k)} = (a_{12}^{(k)} a_{33}^{(k)} - a_{13}^{(k)} a_{23}^{(k)}) / \Delta, \\ \Delta &= a_{11}^{(k)} a_{22}^{(k)} a_{33}^{(k)} + 2a_{12}^{(k)} a_{13}^{(k)} a_{23}^{(k)} - a_{11}^{(k)} (a_{23}^{(k)})^2 - a_{22}^{(k)} (a_{13}^{(k)})^2 - a_{33}^{(k)} (a_{12}^{(k)})^2.\end{aligned}$$

Подставив значения  $\sigma_{13}^{(k,s)}, \sigma_{23}^{(k,s)}, \sigma_{33}^{(k,s)}$  в первые три уравнения (1.10), для определения  $U^{(k,s)}, V^{(k,s)}, W^{(k,s)}$  получим уравнения:

$$\frac{\partial^2 U^{(k,s)}}{\partial \zeta^2} + a_{55}^{(k)} \rho_k \Omega_*^2 U^{(k,s)} = R_u^{(k,s)}, \quad \left( U, V, W; a_{55}, a_{44}, \frac{1}{A_{11}} \right), \quad \Omega_* = h\Omega,\tag{1.13}$$

где

$$R_u^{(k,s)} = -\frac{\partial^2 W^{(k,s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} - a_{55}^{(k)} \left[ \frac{\partial \sigma_{11}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \right], \quad (U, V; 1, 2; \xi, \eta; a_{55}, a_{44})$$

$$R_w^{(k,s)} = \frac{1}{A_{11}^{(k)}} \left[ A_{23}^{(k)} \frac{\partial^2 U^{(k,s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} + A_{13}^{(k)} \frac{\partial^2 V^{(k,s-1)}}{\partial \eta \partial \zeta} - \frac{\partial \sigma_{13}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \sigma_{23}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \right], \quad (1.14)$$

$Q^{(k,n)} \equiv 0$  при  $n < 0$

Решениями уравнений (1.13) являются:

$$U^{(k,s)} = C_{u1}^{(k,s)}(\xi, \eta) \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(k)}} \rho_k \zeta +$$

$$+ C_{u2}^{(k,s)}(\xi, \eta) \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(k)}} \rho_k \zeta + \bar{u}^{-(k,s)}(\xi, \eta, \zeta) \quad (1.15)$$

$$\left( U, V, W; a_{55}^{(k)}, a_{44}^{(k)}, \frac{1}{A_{11}^{(k)}} \right), \quad \bar{u}, \bar{v}, \bar{w} - \text{частные решения уравнений (1.13).}$$

Для первого слоя, удовлетворив условиям (1.3), (1.4), получим:

$$C_{u1}^{(1,s)} = -\frac{1}{\Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)}} \rho_1} \left( \frac{\partial W^{(1,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{u}^{-(1,s)}}{\partial \zeta} \right)_{\zeta=0},$$

$$C_{u2}^{(1,s)} = \frac{U^{+(s)} - \bar{u}^{-(1,s)}(\zeta_1)}{\cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)}} \rho_1 \zeta_1} - C_{u1}^{(1,s)} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)}} \rho_1 \zeta_1, \quad (U, V; \xi, \eta; a_{55}, a_{44})$$

$$C_{w1}^{(1,s)} = -\frac{\tilde{W}^{(1,s)}}{\Omega_* \sqrt{A_{11}^{(1)}} \rho_1}, \quad (1.16)$$

$$C_{w2}^{(1,s)} = \frac{W^{+(s)} - \bar{w}^{-(1,s)}(\zeta_1)}{\cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta_1} - C_{w1}^{(1,s)} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta_1,$$

$$\tilde{W}^{(1,s)} = \left[ A_{11}^{(1)} \frac{\partial \bar{w}^{-(1,s)}}{\partial \zeta} - A_{23}^{(1)} \frac{\partial U^{(1,s-1)}}{\partial \xi} - A_{13}^{(1)} \frac{\partial V^{(1,s-1)}}{\partial \eta} \right]_{\zeta=0},$$

$$U^{+(0)} = \frac{u^+}{l}, \quad U^{+(s)} = 0, \quad s \neq 0 \quad (u, v, w).$$

Для второго слоя, используя условия (1.4), (1.5), получим:

$$C_{u1}^{(2,s)} = \alpha_u^{(2,s)} \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta_1 + \beta_u^{(2,s)} \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta_1,$$

$$\begin{aligned}
C_{u2}^{(2,s)} &= \beta_u^{(2,s)} \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta_1 - \alpha_u^{(2,s)} \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta_1, \\
\alpha_u^{(2,s)} &= \frac{1}{\Omega_*} \sqrt{\frac{a_{55}^{(2)}}{\rho_2}} \left( \sigma_{13}^{(1,s)} (\zeta = \zeta_1) - \tilde{\sigma}_{13}^{(2,s)} (\zeta = \zeta_1) \right), \\
\beta_u^{(2,s)} &= U^{+(s)} - \bar{u}^{-(2,s)} (\zeta = \zeta_1), \\
\tilde{\sigma}_{13}^{(2,s)} &= \frac{1}{a_{55}^{(2)}} \left( \frac{\partial W^{(2,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{u}^{-(2,s)}}{\partial \zeta} \right), \quad (u, v; 1, 2; \xi, \eta; a_{55}, a_{44}) \\
C_{w1}^{(2,s)} &= \alpha_w^{(2,s)} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 + \beta_w^{(2,s)} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1, \tag{1.17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_{w2}^{(2,s)} &= \beta_w^{(2,s)} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 - \alpha_w^{(2,s)} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1, \\
\alpha_w^{(2,s)} &= \frac{1}{\Omega_* \sqrt{A_{11}^{(2)}} \rho_2} \left[ \sigma_{33}^{(1,s)} (\zeta_1) - \tilde{W}^{(2,s)} (\zeta_1) \right], \\
\beta_w^{(2,s)} &= W^{+(s)} - \bar{w}^{-(2,s)} (\zeta = \zeta_1), \\
\tilde{W}^{(2,s)} &= \left[ A_{11}^{(2)} \frac{\partial \bar{w}^{-(2,s)}}{\partial \zeta} - A_{13}^{(2)} \frac{\partial V^{(2,s-1)}}{\partial \eta} - A_{23}^{(2)} \frac{\partial U^{(2,s-1)}}{\partial \xi} \right]_{\zeta=\zeta_1}.
\end{aligned}$$

Для слоя с произвольным номером  $(k)$ , удовлетворив условиям (1.5), будем иметь:

$$\begin{aligned}
C_{u1}^{(k,s)} &= \alpha_u^{(k,s)} \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(k)}} \rho_k \zeta_{k-1} + \beta_u^{(k,s)} \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(k)}} \rho_k \zeta_{k-1}, \\
C_{u2}^{(k,s)} &= \beta_u^{(k,s)} \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(k)}} \rho_k \zeta_{k-1} - \alpha_u^{(k,s)} \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(k)}} \rho_k \zeta_{k-1}, \\
\alpha_u^{(k,s)} &= \frac{1}{\Omega_*} \sqrt{\frac{a_{55}^{(k)}}{\rho_k}} \left( \sigma_{13}^{(k-1,s)} (\zeta = \zeta_{k-1}) - \tilde{\sigma}_{13}^{(k,s)} (\zeta = \zeta_{k-1}) \right), \\
\beta_u^{(k,s)} &= U^{(k-1,s)} (\zeta = \zeta_{k-1}) - \bar{u}^{-(k,s)} (\zeta = \zeta_{k-1}), \\
\tilde{\sigma}_{13}^{(k,s)} &= \frac{1}{a_{55}^{(k)}} \left( \frac{\partial W^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \bar{u}^{-(k,s)}}{\partial \zeta} \right), \quad \zeta_k = \frac{H_k}{h}, \quad (u, v; 1, 2; \xi, \eta; a_{55}, a_{44}) \tag{1.18} \\
C_{w1}^{(k,s)} &= \alpha_w^{(k,s)} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_k}{A_{11}^{(k)}}} \zeta_{k-1} + \beta_w^{(k,s)} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_k}{A_{11}^{(k)}}} \zeta_{k-1},
\end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
C_{w2}^{(k,s)} &= \beta_w^{(k,s)} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_k}{A_{11}^{(k)}}} \zeta_{k-1} - \alpha_w^{(k,s)} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_k}{A_{11}^{(k)}}} \zeta_{k-1}, \\
\alpha_w^{(k,s)} &= \frac{1}{\Omega_* \sqrt{A_{11}^{(k)}} \rho_k} \left[ \sigma_{33}^{(k-1,s)} (\zeta_{k-1}) - \tilde{W}^{(k,s)} (\zeta_{k-1}) \right], \\
\beta_w^{(k,s)} &= W^{(k-1,s)} (\zeta = \zeta_{k-1}) - \bar{w}^{(k,s)} (\zeta = \zeta_{k-1}), \\
\tilde{W}^{(k,s)} &= \left[ A_{11}^{(k)} \frac{\partial \bar{w}^{(k,s)}}{\partial \zeta} - A_{13}^{(k)} \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \eta} - A_{23}^{(k)} \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \xi} \right]_{\zeta=\zeta_{k-1}}, \quad 3 \leq k \leq N.
\end{aligned}$$

Определив  $C_{u1}^{(k,s)}, C_{u2}^{(k,s)} (u, v, w)$ , по формулам (1.6), (1.11), (1.15)-(1.18) определяются все искомые величины. Таким образом, условия (1.3) – (1.5) оказались достаточными для определения всех искомых величин во внутренней задаче. Это решение, как правило, не будет удовлетворять граничным условиям на боковой поверхности пакета. Для устранения возникшей неувязки необходимо иметь решение для пограничного слоя, которое при удалении от боковой поверхности во внутрь пакета убывает экспоненциально. В силу подчёркнуто больших тангенциальных размеров Литосферных плит по сравнению с её толщиной, обычно этим решением пренебрегают. Однако, при необходимости его можно построить и сопрягать с решением внутренней задачи, изложенным в [8] способом.

**2. О математически точных решениях.** Если входящие в граничные условия (1.4) функции являются многочленами от тангенциальных координат, то построенный в п. 1 итерационный процесс определения искомых величин обрывается и получается математически точное решение во внутренней задаче.

В качестве иллюстрации приведём математически точное решение для трёхслойного пакета, когда на поверхности контакта между первым и вторым слоями заданы значения перемещений точек, как данные измерений наклономеров и других измерительных средств:

$$u^{(1)} (\xi, \eta, \zeta_1) = u^{(2)} (\xi, \eta, \zeta_1) = u^+ = \text{const} \quad (u, v, w), \quad (2.1)$$

Граничными условиями задачи кроме (2.1) будут:

$$\sigma_{jz} (x, y, 0, t) = 0, \quad j = x, y, z \quad \text{при} \quad \zeta = 0, \quad (2.2)$$

$$\sigma_{jz}^{(1)} = \sigma_{jz}^{(2)}, \quad j = x, y, z \quad \text{при} \quad \zeta = \zeta_1 = \frac{h_1}{h}, \quad (2.3)$$

$$\begin{cases} \sigma_{jz}^{(2)} = \sigma_{jz}^{(3)} \\ u^{(2)} = u^{(3)} \end{cases} \quad j = x, y, z, \quad (u, v, w) \quad \text{при} \quad \zeta = \zeta_2 = \frac{h_1 + h_2}{h}. \quad (2.4)$$

Используя решение (1.15), по формулам (1.11) вычисляются также напряжения  $\sigma_{13}^{(k,s)}$ ,  $\sigma_{23}^{(k,s)}$ ,  $\sigma_{33}^{(k,s)}$  и удовлетворяются условия (2.1 – 2.4), что и приводит к нахождению  $C_{u1}^{(k,s)}$ ,  $C_{u2}^{(k,s)}$  ( $u, v, w$ ).

Величины первого слоя ( $0 \leq \zeta \leq \zeta_1$ ):

$$\begin{aligned}
 u^{(1)} &= lU^+ \frac{\cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)} \rho_1} \zeta}{\cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)} \rho_1} \zeta_1} \exp(i\Omega t), \\
 v^{(1)} &= lV^+ \frac{\cos \Omega_* \sqrt{a_{44}^{(1)} \rho_1} \zeta}{\cos \Omega_* \sqrt{a_{44}^{(1)} \rho_1} \zeta_1} \exp(i\Omega t), \\
 w^{(1)} &= lW^+ \frac{\cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta}{\cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta_1} \exp(i\Omega t), \\
 \sigma_{13}^{(1)} &= -l\Omega \sqrt{\frac{\rho_1}{a_{55}^{(1)}}} U^+ \frac{\sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)} \rho_1} \zeta}{\cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)} \rho_1} \zeta_1} \exp(i\Omega t), \\
 \sigma_{23}^{(1)} &= -l\Omega \sqrt{\frac{\rho_1}{a_{44}^{(1)}}} V^+ \frac{\sin \Omega_* \sqrt{a_{44}^{(1)} \rho_1} \zeta}{\cos \Omega_* \sqrt{a_{44}^{(1)} \rho_1} \zeta_1} \exp(i\Omega t), \\
 \sigma_{33}^{(1)} &= -l\Omega \sqrt{A_{11}^{(1)} \rho_1} W^+ \frac{\sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta}{\cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta_1} \exp(i\Omega t),
 \end{aligned} \tag{2.5}$$

величины второго слоя ( $\zeta_1 \leq \zeta \leq \zeta_2$ ):

$$\begin{aligned}
 u^{(2)} = lU^{(2)} \exp(i\Omega t) = l \left[ U^+ \left( \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)} \rho_2} \zeta_1 - \sqrt{\frac{\rho_1 a_{55}^{(2)}}{\rho_2 a_{55}^{(1)}}} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)} \rho_1} \zeta_1 \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)} \rho_2} \zeta_1 \right) \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)} \rho_2} \zeta + \right. \\
 \left. + U^+ \left( \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)} \rho_2} \zeta_1 + \sqrt{\frac{\rho_1 a_{55}^{(2)}}{\rho_2 a_{55}^{(1)}}} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)} \rho_1} \zeta_1 \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)} \rho_2} \zeta_1 \right) \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)} \rho_2} \zeta \right] \exp(i\Omega t),
 \end{aligned}$$

$$(U, V; a_{55}, a_{44}) \quad (2.6)$$

$$\begin{aligned} w^{(2)} = lW^{(2)} \exp(i\Omega t) = l \left[ W^+ \left( \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 - \sqrt{\frac{\rho_1 A_{11}^{(1)}}{\rho_2 A_{11}^{(2)}}} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta_1 \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 \right) \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta + \right. \\ \left. + W^+ \left( \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 + \sqrt{\frac{\rho_1 A_{11}^{(1)}}{\rho_2 A_{11}^{(2)}}} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta_1 \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 \right) \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta \right] \exp(i\Omega t), \\ \sigma_{13}^{(2)} = \frac{\varepsilon^{-1}}{a_{55}^{(2)}} \left[ U^+ \left( \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta_1 - \sqrt{\frac{\rho_1 a_{55}^{(2)}}{\rho_2 a_{55}^{(1)}}} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)}} \rho_1 \zeta_1 \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta_1 \right) \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta - \right. \\ \left. - U^+ \left( \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta_1 + \sqrt{\frac{\rho_1 a_{55}^{(2)}}{\rho_2 a_{55}^{(1)}}} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(1)}} \rho_1 \zeta_1 \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta_1 \right) \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(2)}} \rho_2 \zeta \right] \exp(i\Omega t), \end{aligned}$$

$$(U, V; a_{55}, a_{44})$$

$$\begin{aligned} \sigma_{33}^{(2)} = A_{11}^{(2)} \varepsilon^{-1} \left[ W^+ \left( \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 - \sqrt{\frac{\rho_1 A_{11}^{(1)}}{\rho_2 A_{11}^{(2)}}} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta_1 \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 \right) \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta - \right. \\ \left. - W^+ \left( \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 + \sqrt{\frac{\rho_1 A_{11}^{(1)}}{\rho_2 A_{11}^{(2)}}} \operatorname{tg} \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_1}{A_{11}^{(1)}}} \zeta_1 \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta_1 \right) \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_2}{A_{11}^{(2)}}} \zeta \right] \exp(i\Omega t), \end{aligned}$$

величины третьего слоя ( $\zeta_2 \leq \zeta \leq 1$ ):

$$\begin{aligned} u^{(3)} = lU^{(3)} \exp(i\Omega t) = l \left[ \left( \frac{1}{\Omega_*} \sqrt{\frac{a_{55}^{(3)}}{\rho_3}} \sigma_{13}^{(2,0)}(\zeta_2) \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta_2 + U^{(2,0)}(\zeta_2) \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta_2 \right) \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta + \right. \\ \left. + \left( U^{(2,0)}(\zeta_2) \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta_2 - \frac{1}{\Omega_*} \sqrt{\frac{a_{55}^{(3)}}{\rho_3}} \sigma_{13}^{(2,0)}(\zeta_2) \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta_2 \right) \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta \right] \exp(i\Omega t), \end{aligned}$$

$$(U, V; a_{55}, a_{44}; \sigma_{13}, \sigma_{23}) \quad (2.7)$$

$$\begin{aligned} w^{(3)} = lW^{(3)} \exp(i\Omega t) = l \left[ \left( \frac{1}{\Omega_* \sqrt{A_{11}^{(3)}} \rho_3} \sigma_{33}^{(2,0)}(\zeta_2) \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta_2 + W^{(2,0)}(\zeta_2) \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta_2 \right) \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta + \right. \\ \left. + \left( W^{(2,0)}(\zeta_2) \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta_2 - \frac{1}{\Omega_* \sqrt{A_{11}^{(3)}} \rho_3} \sigma_{33}^{(2,0)}(\zeta_2) \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta_2 \right) \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta \right] \exp(i\Omega t), \end{aligned}$$

$$\sigma_{13}^{(3)} = \frac{\varepsilon^{-1}}{a_{55}^{(3)}} \left[ \left( \frac{1}{\Omega_* \sqrt{\rho_3}} \sqrt{a_{55}^{(3)}} \sigma_{13}^{(2,0)}(\zeta_2) \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta_2 + U^{(2,0)}(\zeta_2) \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta_2 \right) \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta - \right. \\ \left. - \left( U^{(2,0)}(\zeta_2) \cos \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta_2 - \frac{1}{\Omega_*} \sqrt{\frac{a_{55}^{(3)}}{\rho_3}} \sigma_{13}^{(2,0)}(\zeta_2) \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta_2 \right) \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \sin \Omega_* \sqrt{a_{55}^{(3)}} \rho_3 \zeta \right] \exp(i\Omega t),$$

$(U, V; a_{55}, a_{44}; \sigma_{13}, \sigma_{23})$

$$\sigma_{33}^{(3)} = A_{11}^{(3)} \varepsilon^{-1} \left[ \left( \frac{1}{\Omega_* \sqrt{A_{11}^{(3)}}} \sigma_{33}^{(2,0)}(\zeta_2) \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta_2 + W^{(2,0)}(\zeta_2) \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta_2 \right) \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta - \right. \\ \left. - \left( W^{(2,0)}(\zeta_2) \cos \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta_2 - \frac{1}{\Omega_* \sqrt{A_{11}^{(3)}}} \sigma_{33}^{(2,0)}(\zeta_2) \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta_2 \right) \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \sin \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_3}{A_{11}^{(3)}}} \zeta \right] \exp(i\Omega t),$$

**Заключение.** Для многослойного пакета из ортотропных пластин найдено асимптотическое решение пространственной динамической задачи для слоистого пакета, которая моделирует динамическое поведение Литосферной плиты или заданного блока земной коры. Предполагается, что сейсмологические измерительные приборы (наклонометры, деформографы и др.), данные которых позволяют определить напряжённо-деформированные состояния слоёв, помещены на поверхности контакта между первым и вторым слоями пакета.

Установлены случаи, когда решение внутренней (внешней) задачи становится математически точным. Приведён иллюстрационный пример для пакета из трёх ортотропных пластин.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Rikitake T. Earthquake prediction. – Amsterdam: Elsevier, 1976. 357 p.
2. Касахара К. Механика землетрясений. – М.: Мир, 1985. 264 с. // Kasahara K. Earthquake Mechanics. – М.: Мир, 1985. –264 p. (In Russian).
3. Ле Пишон К., Франшто Ж., Бонин Ж. Тектоника плит. – М.: Мир, 1977. 288 с. // Pichon H. Le, Francheteau J., Bonnin J. Plate tectonics. – М.: Мир, 1977. 288 p. (In Russian).
4. Aghalovyan L.A. On one class of three-dimensional problems of elasticity theory for plates.//Proceedings of A.Razmadze Mathematical Institute of Georgia. 2011. Vol. 155. P. 3-10.
5. Aghalovyan L.A., Aghalovyan M.L. Monitoring of stress-strain state of plate-like packet of base-foundation constructions on the base of the data of seismic stations and GPS systems.//Proceedings of the 5<sup>th</sup> European Conference on Structural Control – EACS 2012, Genoa, Italy, 18-20 June 2012. Paper N # 069. P. 1-8.
6. Агаловян Л.А., Тагворян В.В. Об одной задаче сейсмологии для слоистых пластин. Проблемы механики деформируемого твёрдого тела. Ереван»: Изд. «Гитутюн» НАН РА. 2017. С.24-35. // Aghalovyan L.A., Tagvoryan V.V. On one problem of

- seismology for layered plates. Problems of mechanics of deformable solid body. Yerevan. Pub. Gitutyun. NAS RA. 2017. P. 24-35. (In Russian).
7. Агаловян Л.А., Агаловян М.Л. О динамическом поведении литосферных плит Земли на основе данных сейсмостанций и GPS систем. Актуальные проблемы механики сплошной среды. //Тр. Международной конференции, посв. 100-летию академика НАН РА Н.Х. Арутюняна. 08-12 октября 2012. Цахкадзор. Армения. Ереван. 2012. Т.1. С.42-46. // Aghalovyan L.A., Aghalovyan M.L. On dynamic conduct of Lithospheric Plates of the Earth on the base of the date of seismic stations and GPS systems. Proceedings of International Conference «Topical problems of continuum mechanics». V.1. – Yerevan, 2012. – P. 42-46. (In Russian).
  8. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М.: Наука. Физматлит, 1997. С.414 // Aghalovyan L. A. Asymptotic Theory of Anisotropic Plates and Shells. Singapore – London: World Scientific. 2015. P. 376. (In Russian).

**Сведения об авторах:**

**Агаловян Ленсер Абгарович** – академик НАН Армении, доктор физ-мат. наук, заведующий отд. «Механика тонкостенных систем» Института механики НАН РА.

**Тел.:** (37410) 529630; **E-mail:** [lagal@sci.am](mailto:lagal@sci.am)

**Агаловян Мгер Ленсерович** – доктор физ-мат. наук, ведущий научный сотрудник Института механики НАН РА.

**Тел.:** (37493) 055070; **E-mail:** [mheraghalovyan@rambler.ru](mailto:mheraghalovyan@rambler.ru)

**Тагворян Варужан Варданович** – аспирант Института механики НАН РА.

**Тел.:** (37493) 805540; **E-mail:** [varuzh1993@gmail.com](mailto:varuzh1993@gmail.com)

Поступила в редакцию 31.08.2018