ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 70, №4, 2017 Механика
УДК 539.3

ВОЛНЫ РЭЛЕЯ В МАГНИТОСТРИКЦИОННОМ ПОЛУПРОСТРАНСТВЕ

Багдасарян Г.Е.

Ключевые слова: Волны Рэлея, магнитострикционное полупространство, магнитное поле.
Keywords: Rayleigh waves; magnetostrictive half-space; magnetic field.
Բանալի բառեր: Ռելեյի ալիքներ, մագնիսաստրիկցիոն կիսատարածություն, մագնիսական դաշտ

Բաղդասարյան Գ.Ե.
Ռելեյի ալիքները մագնիսաստրիկցիոն կիսատարածությունում

Հայտնի է [1], որ առաձգական միջավայրում մագնիսական դաշտի բացակայության դեպքում սահքի մակերևութային ալիքներ տարածվել չեն կարող, իսկ նշված պայմաններում Ռելեյի ալիքներ միշտ գոյություն ունեն: Հայտնի է նաև, որ մագնիսապես փափուկ ֆերոմագնիսական կիսատարածությունում (որի նյութը օժտված չէ մագնիսաստրիկցիոն հատկություններով) Ռելեյի ալիքի տարածման ժամանակ, որպես հետևանք, գրգռվում է սահքի մակերևութային ալիք՝ եթե առկա է շարժման հարթությանը թեք մագնիսական դաշտ [2]: Այս աշխատանքում ցույց է տրված, որ մագնիսաստրիկցիոն կիսատարածությունում իրարից անկախ կարող են տարածվել Ռելեյի և սահքի մակերևութային ալիքներ՝ շարժման հարթությանը ուղղահայաց մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում: Ավելին, սահքի մակերևութային ալիքի գոյությունը բացառապես պայմանավորված է կիսատարածության մագնիսաստրիկցիոն հատկություններով:

Baghdasaryan G.Y.
Rayleigh waves in magnetostrictive half-space

It is known [1] that shear surface waves cannot propagate in elastic media in the absence of a magnetic field, and Rayleigh surface waves always exist under the indicated conditions. It is known, also, in a magnetosoft ferromagnetic half-space (which material does not possess by magnetostrictive properties) when propagates Rayleigh waves, as a result, shear surface wave generates in presence of inclined to the motion surface magnetic field [2]. In this paper it is established that Rayleigh and shear surface waves can propagate independently of each other in a magnetostrictive half-space, if there is a magnetic field perpendicular to the plane of motion. Moreover, the existence of a shear surface wave is caused solely by the magnetostrictive effect is shown.

Известно [1], что в упругой среде при отсутствии магнитного поля не могут распространяться сдвиговые поверхностные волны, а поверхностные волны Рэлея при указанных условиях всегда существуют. Известно также, что в магнитомягком ферромагнитном полупространстве (материал которой не обладает магнитострикционными свойствами) при распространении в ней рэлеевской волны, как следствие, возбуждается сдвиговая поверхностная волна, если присутствует наклонное к плоскости движения магнитное поле [2]. В настоящей работе установлено, что в магнитострикционном полупространстве независимо друг от друга могут распространяться рэлеевские и сдвиговые поверхностные волны, если присутствует перпендикулярное к плоскости движения магнитное поле. Более того, существование сдвиговой поверхностной волны обусловлено исключительно с учётом магнитострикционного эффекта.

1. Постановка задачи

Пусть упругая диэлектрическая среда с упорядоченной магнитной структурой находится во внешнем стационарном магнитном поле, которое в отсутствии магнитострикционного ферромагнитного тела характеризуется вектором напряжённости $\mathbf{H}_0$ и вектором магнитной индукции $\mathbf{B}_0 = \mu_0 \mathbf{H}_0$, где μ_0 – магнитная постоянная $\left(\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} N / A^2\right)$. Окружающая тело среда считается вакуумом. Изложение приводится в прямоугольных декартовых координатах x_i, используя результаты работы [3]. В этой работе, исходя из основных положений теории малых возмущений, получены следующие линейные уравнения и поверхностные условия относительно магнитоупругих возмущений $\mathbf{u}$, $\mathbf{h}$, $\mathbf{b}$, $\mathbf{m}$ и s_{ij}, (u_k – компоненты вектора $\mathbf{u}$ упругих перемещений (возмущений), h_k, b_k и m_k – компоненты векторов $\mathbf{h}$, $\mathbf{b}$ и $\mathbf{m}$ напряжённости, магнитной индукции и намагниченности возмущённого магнитного поля, s_{ij} – возмущения компонент тензора магнитоупругих напряжений):

уравнения во внутренней области

$$
\begin{gathered}
\frac{\partial}{\partial x_i}\left[s_{ik} + s_{im}^H \frac{\partial u_k}{\partial x_m} \right] + \mu_0 M_i^H \frac{\partial h_k}{\partial x_i} + \mu_0 m_i \frac{\partial H_k^H}{\partial x_i} = \rho_0 \frac{\partial^2 u_k}{\partial t^2}, \\
\operatorname{rot} \mathbf{h} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{b} = 0, \quad \mathbf{b} = \mu_0 (\mathbf{h} + \mathbf{m}), \\
s_{ij} = \overline{c}_{ijkl} \frac{\partial u_k}{\partial x_l} + \mu_0 e_{ijk} m_k, \\
h_i = g_{ijk} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + A_{ik} m_k;
\end{gathered} \tag{1.1}
$$

где величины s_{im}^H, H_k^H и $M_i^H = \chi H_i^H$, отмеченные индексом “H”, являются компонентами магнитоупругих напряжений, магнитного поля и намагниченности среды в невозмущённом состоянии, ρ_0 – плотность среды;

уравнения во внешней области

$$
\operatorname{rot} \mathbf{h}^{(e)} = 0, \quad \operatorname{div} \mathbf{h}^{(e)} = 0, \quad \mathbf{b}^{(e)} = \mu_0 \mathbf{h}^{(e)}; \tag{1.2}
$$

где индекс «e» означает принадлежность к внешней среде;

граничные условия на свободной поверхности S_0 недеформированного тела

$$
\begin{gathered}
\left[s_{ik} + s_{mk}^H \frac{\partial u_i}{\partial x_m} \right] N_k^0 = \left[t_{ki}^{(e)} - t_{ki} \right] N_k^0 + \left[T_{km}^{H(e)} - T_{km}^H \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_m} N_k^0, \\
\left[b_k - b_k^{(e)} \right] N_k^0 - \left[B_i^H - B_i^{H(e)} \right] \frac{\partial u_m}{\partial x_i} N_m^0 = 0, \\
\varepsilon_{nmk} \left\{ \left[h_n - h_n^{(e)} \right] N_m^0 - \left[H_n^H - H_n^{H(e)} \right] \frac{\partial u_i}{\partial x_m} N_i^0 \right\} = 0,
\end{gathered} \tag{1.3}
$$

где $\mathbf{N}^0$ – единичный вектор внешней нормали к поверхности S_0,

$$
\begin{gathered}
t_{ki} = H_i^H b_k + h_i B_k^H - \mu_0 \delta_{ik} \mathbf{H}^{\mathbf{H}} \cdot \mathbf{h}, \\
t_{ki}^{(e)} = \mu_0 \left[H_k^{H(e)} h_i^{(e)} + h_k^{(e)} H_i^{H(e)} - \delta_{ki} \mathbf{H}^{\mathbf{H(e)}} \cdot \mathbf{h}^{(\mathbf{e})} \right].
\end{gathered} \tag{1.4}
$$

$T_{km}^{H(e)}$ и T_{km}^{H} определяются согласно (1.8).

В уравнениях (1.1) использованы следующие приближённые выражения для тензоров:

$$\overline{c}_{ijkl} = c_{ijkl}\,, \qquad e_{ijk} = B_{ijkl}M_l^H\,,\ \ g_{ikl} = B_{klri}M_r^H$$

$$c_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{kj}\right), \quad A_{ik} = \chi^{-1}\delta_{ik} \tag{1.5}$$

$$B_{ijkl} = e_2\delta_{ij}\delta_{kl} + \frac{e_1 - e_2}{2}\left(\delta_{ik}\delta_{jl} + \delta_{il}\delta_{jk}\right),$$

где λ и μ – постоянные Ляме, $\chi = \mu_r - 1$ – магнитная восприимчивость, μ_r – относительная магнитная проницаемость, e_1 и e_2 – коэффициенты магнитострикции материала среды. В представлениях (1.5), имея в виду, что для основных магнитострикционных материалов $30 < \chi < 10^4$, $5 < e_1 < 5\cdot 10^2$, λ и $\mu \sim 10^{11} H/m^2$, $B \le B_s \sim 2$ Tl (B_s – индукция насыщения), принято, что $\chi e_i >> 1$ и $e_i B_0^2\left(\mu_0\lambda\right)^{-1} << 1$.

Рассматривая линеаризованные уравнения и соотношения (1.1) – (1.5), замечаем, что в коэффициенты этих выражений входят величины с индексом «н», определяемые из линейных уравнений и граничных условий невозмущённого состояния. Эти уравнения и поверхностные условия также получены в работе [3] на основе следующих предположений: а) магнитное поле невозмущённого состояния совпадает с магнитным полем недеформированного тела; б) напряжения и деформации невозмущённого состояния можно определить из решения следующей статической задачи теории упругости:

уравнения равновесия

$$\frac{\partial s_{ik}^H}{\partial x_i} + \mu_0 M_n^H \frac{\partial H_k^H}{\partial x_n} = 0,$$

$$s_{ij}^H = c_{ijk\ell}\varepsilon_{k\ell}^H + \mu_0 A_{ik} M_j^H M_k^H + \frac{1}{2}\mu_0 B_{ijk\ell} M_k^H M_\ell^H; \tag{1.6}$$

условия на поверхности S_0 недеформированного тела

$$\mathrm{s}_{\mathrm{ki}}^{\mathrm{H}}\mathrm{N}_{\mathrm{k}}^{0} = \left[\mathrm{T}_{\mathrm{ki}}^{\mathrm{H(e)}} - \mathrm{T}_{\mathrm{ki}}^{\mathrm{H}}\right]\mathrm{N}_{\mathrm{k}}^{0}, \tag{1.7}$$

$$\mathrm{T}_{\mathrm{ki}}^{\mathrm{H(e)}} = \mu_0\left\{\mathrm{H}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{H(e)}}\mathrm{H}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{H(e)}} - \frac{1}{2}\delta_{\mathrm{ik}}\left[\mathbf{H}^{\mathrm{H(e)}}\right]^2\right\},$$

$$\mathrm{T}_{\mathrm{ki}}^{\mathrm{H}} = \mathrm{H}_{\mathrm{i}}^{\mathrm{H}}\mathrm{B}_{\mathrm{k}}^{\mathrm{H}} - \frac{1}{2}\mu_0\delta_{\mathrm{ik}}\left(\mathbf{H}^{\mathrm{H}}\right)^2. \tag{1.8}$$

Входящие в (1.6) – (1.8) характеристики невозмущённого магнитного поля, согласно принятому предположению, определяются из следующей задачи магнитостатики для недеформированного тела:
уравнения магнитостатики во внутренней области

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H}^{\mathbf{н}}=0,\quad \mathrm{div}\,\mathbf{B}^{\mathbf{н}}=0,$$
$$\mathbf{B}^{\mathbf{н}}=\mu_0\left(\mathbf{H}^{\mathbf{н}}+\mathbf{M}^{\mathbf{н}}\right),\quad H_k^H=A_{kl}M_l^H; \tag{1.9}$$

уравнения во внешней области

$$\mathrm{rot}\,\mathbf{H}_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{e})}=0,\qquad \mathrm{div}\,\mathbf{H}_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{e})}=0,$$
$$\mathbf{M}_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{e})}=0,\qquad \mathbf{B}_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{e})}=\mu_0\mathbf{H}_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{e})}; \tag{1.10}$$

условия сопряжения на поверхности S_0

$$\left[\mathbf{B}_{\mathrm{H}}-\mathbf{B}_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{e})}\right]\mathbf{N}_0=0,\quad \left[\mathbf{H}_{\mathrm{H}}-\mathbf{H}_{\mathrm{H}}^{(\mathrm{e})}\right]\times\mathbf{N}_0=0 \tag{1.11}$$

и условия на бесконечности

$$\mathrm{H}_H^{(e)}\to\mathrm{H}_0\quad \text{npu}\quad x_1^2+x_2^2+x_3^2\to\infty. \tag{1.12}$$

Таким образом, вопрос исследования поведения возмущений магнитоупругих величин некоторого состояния сводится к поэтапному решению следующих трёх задач:

1) определение характеристик магнитного поля недеформируемого тела на основе (1.9) – (1.12);
2) определение магнитоупругих величин невозмущённого состояния на основе (1.6) – (1.8) с использованием решения первой задачи;
3) исследование поведения магнитоупругих возмущений на основе (1.1) – (1.5) с использованием решения первых двух задач.

2. Уравнения и граничные условия плоских магнитоупругих волн

Из приведённых уравнений и поверхностных условий выведем граничные задачи, описывающие распространения двумерных поверхностных волн в магнитострикционном полупространстве при наличии внешнего постоянного магнитного поля, перпендикулярного к плоскости движения. Пусть упругая магнитострикционная среда занимает полубесконечную область $x_2\le 0$ (в декартовой системе координат x_1,x_2,x_3) и находится во внешнем постоянном магнитном поле с вектором индукции направленной вдоль оси x_3. Тогда задача (1.9)-(1.12) имеет следующее решение:

$$\mathbf{H}=B_0\hat{\mathbf{e}}_3,\qquad \mathbf{H}=\mu_r B_0\hat{\mathbf{e}}_3,$$
$$\mathbf{H}=\mu_0^{-1}\mathbf{H}^{(e)},\quad \mathbf{H}=\left(\mu_0\mu_r\right)^{-1}\mathbf{H}^{(e)}, \tag{2.1}$$

где $\hat{\mathbf{e}}_k$ – единичные векторы координатных осей, B_0 – заданная индукция внешнего магнитного поля в вакууме при отсутствии ферромагнитной среды.

Задачу будем решать в двумерной постановке, предполагая, что все искомые величины не зависят от координаты x_3. Тогда из уравнений $\operatorname{rot}\mathbf{h}=0,\ \operatorname{rot}\mathbf{h}^{(e)}=0$ и последнего условия из (1.3) легко получить, что $h_3^{(e)}=h_3=0$. Кроме этого, поскольку $\mathbf{H}$ параллельна границе полупространства, то из решения (2.1) задачи (1.9)-(1.12) следует, что

$$M_i^H\frac{\partial H_k^H}{\partial x_i}\equiv 0,\quad \left[T_{ki}^{H(e)}-T_{ki}^H\right]N_k^0\Big|_{S_0}=0.$$

Следовательно, магнитные объёмные и поверхностные силы невозмущённого состояния равны нулю и, поэтому, задача (1.6)-(1.8) имеет нулевое решение: $\sigma_{ij}^H\equiv 0$. Учитывая сказанное, из (1.1) и (1.5), в силу (2.1) и принятого предположения о двумерности движения, получим следующие уравнения, описывающие распространение двумерных волн в магнитострикционной среде:

уравнения относительно $u_i\left(x_1,x_2,t\right)\ \left(i=1,2,3\right)$

$$\begin{aligned}&\left(\overline{\lambda}+2\mu\right)\frac{\partial^2u_1}{\partial x_1^2}+\left(\overline{\lambda}+\mu\right)\frac{\partial^2u_2}{\partial x_1\partial x_2}+\mu\frac{\partial^2u_1}{\partial x_2^2}=\rho_0\frac{\partial^2u_1}{\partial t^2},\\&\left(\overline{\lambda}+2\mu\right)\frac{\partial^2u_2}{\partial x_2^2}+\left(\overline{\lambda}+\mu\right)\frac{\partial^2u_1}{\partial x_1\partial x_2}+\mu\frac{\partial^2u_2}{\partial x_1^2}=\rho_0\frac{\partial^2u_2}{\partial t^2};\end{aligned}\tag{2.2}$$

$$\begin{cases}\overline{\mu}\Delta u_3=\rho_0\dfrac{\partial^2u_3}{\partial t^2},\\ \Delta\varphi=\dfrac{\chi}{\mu_r}M_3\dfrac{e_1-e_2}{2}\Delta u_3,\quad \Delta\varphi^{(e)}=0,\\ h_k=\dfrac{\partial\varphi}{\partial x_k},\qquad h_k^{(e)}=\dfrac{\partial\varphi^{(e)}}{\partial x_k},\end{cases}\tag{2.3}$$

где

$$\overline{\lambda}=\lambda-\mu_0\chi M_3^2e_2^2,\qquad \overline{\mu}=\mu-\mu_0M_3^2\frac{\chi}{\mu_r}\left(\frac{e_1-e_2}{2}\right)^2,\tag{2.4}$$

φ и $\varphi^{(e)}$ – потенциалы индуцированного магнитного поля в области вакуума и в среде, соответственно, Δ–двумерный оператор Лапласа.

Аналогичным образом из (1.3) получаются следующие граничные условия на плоскости $x_2 = 0$:

$$\left.\begin{aligned}&\frac{\partial u_1}{\partial x_2}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}=0,\\&\bar{\lambda}\left(\frac{\partial u_1}{\partial x_2}+\frac{\partial u_2}{\partial x_1}\right)+2\mu\frac{\partial u_2}{\partial x_2}=0;\end{aligned}\right\}\tag{2.5}$$

$$\left.\begin{aligned}&\varphi=\varphi^{(e)},\quad \frac{\partial\varphi^{(e)}}{\partial x_2}=\mu_r\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}-\chi M_3\frac{e_1-e_2}{2}\frac{\partial u_3}{\partial x_2},\\&\left[\mu-\mu_0\chi M_3^2\left(\frac{e_1-e_2}{2}\right)^2\right]\frac{\partial u_3}{\partial x_2}+\mu_0\chi M_3\frac{e_1-e_2}{2}\frac{\partial\varphi}{\partial x_2}=0.\end{aligned}\right\}\tag{2.6}$$

Из (2.2)-(2.6) следует, что: а) задача (2.2), (2.5) (плоская задача для определения u_1 и u_2 или задача распространения магнитоупругих волн Рэлея) отделена от задачи (2.3), (2.6) (антиплоская задача для определения u_3, φ, $\varphi^{(e)}$ или задача распространения магнитоупругих сдвиговых поверхностных волн); б) существование сдвиговой поверхностной волны обусловлено исключительно учётом магнитострикционного эффекта (вспомним, что при отсутствии магнитного поля чисто упругая сдвиговая поверхностная волна не существует).

В дальнейшем, в этой работе приводятся исследования, относящиеся только к существованию и характеру распространения магнитоупругих сдвиговых поверхностных волн Рэлея.

3. Магнитоупругие волны Рэлея

Рассмотрим задачу о магнитоупругих поверхностных волнах Рэлея, описываемые уравнениями (2.2) и граничными условиями (2.5). Введением потенциальных функций $\Phi\left(x_1,x_2,t\right)$ и $\Psi\left(x_1,x_2,t\right)$ посредством [4]

$$\left.\begin{aligned}&u_1=\frac{\partial\Phi}{\partial x_1}+\frac{\partial\Psi}{\partial x_2},\\&u_2=\frac{\partial\Phi}{\partial x_2}-\frac{\partial\Psi}{\partial x_1}\end{aligned}\right\}\tag{3.1}$$

уравнения (2.2) приводятся к двум скалярным волновым уравнениям относительно Φ и Ψ :

$$\Delta\Phi = \frac{1}{\overline{c}_1^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2}, \quad \Delta\Psi = \frac{1}{c_2^2}\frac{\partial^2\Psi}{\partial t^2} \tag{3.2}$$

где введены следующие обозначения:

$$\overline{c}_1^2 = c_1^2 - c_M^2, \; c_1^2 = \frac{\lambda + 2\mu}{\rho_0}, \; c_2^2 = \frac{\mu}{\rho_0}, \; c_M^2 = \frac{\mu_0\chi\left(e_2 M_3\right)^2}{\rho_0},$$

c_1 и c_2 – скорости распространения объёмных продольных и поперечных волн при отсутствии магнитного поля.

Подставляя (3.1) в (2.5), легко установить, что решения уравнений (3.2) должны удовлетворять следующим условиям на плоскости $x_2 = 0$:

$$2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_1 \partial x_2} + \frac{\partial^2\Psi}{\partial x_2^2} - \frac{\partial^2\Psi}{\partial x_1^2} = 0, \quad \overline{c}_1^2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_2^2} + \left(\overline{c}_1^2 - 2c_2^2\right)\frac{\partial^2\Phi}{\partial x_1^2} - 2c_2^2\frac{\partial^2\Psi}{\partial x_1 \partial x_2} = 0. \tag{3.3}$$

Будем искать такие решения волновых уравнений (3.2), которые удовлетворяют поверхностным условиям (3.3) и монотонно убывая, стремятся к нулю при $x_2 \to -\infty$. Покажем, что среди решений поставленной задачи имеются решения, которые представляют собой поверхностные волны. Для этого рассмотрим движение, соответствующее распространению вдоль положительной оси x_1 синусоидальной волны с частотой ω, волновым числом k и амплитудой, зависящей от x_2, т.е. принимаем, что

$$\Phi = f\left(x_2\right)e^{i\left(kx_1 - \omega t\right)}, \quad \Psi = g\left(x_2\right)e^{i\left(kx_1 - \omega t\right)}. \tag{3.4}$$

Подставив (3.4) в (3.2), получим следующие уравнения для определения функций $f\left(x_2\right)$ и $g\left(x_2\right)$:

$$\frac{d^2 f}{dx_2^2} - \left(k^2 - k_1^2\right)f = 0, \qquad \frac{d^2 g}{dx_2^2} - \left(k^2 - k_1^2\right)g = 0, \tag{3.5}$$

где $k_1 = \dfrac{\omega}{\overline{c}_1}, \quad k_2 = \dfrac{\omega}{c_2}.$

В соответствии с условием на бесконечности $\left(x_2 \to -\infty\right)$ следует, чтобы

$$r^2 = k^2 - k_1^2 > 0, \qquad s^2 = k^2 - k_2^2 > 0 \tag{3.6}$$

Из условия (3.6) вытекает, что фазовая скорость $c = \omega$ поверхностной волны (если она существует) должна быть меньше скорости распространения чисто упругих объёмных поперечных волн $\left(c < c_2\right)$.

Найдя общие решения уравнений (3.6) и требуя, чтобы они описывали поверхностную волну, получим следующие выражения для Φ и Ψ :

$$\Phi = Ae^{i(kx_1-\omega t)+rx_2}, \quad \Psi = Be^{i(kx_1-\omega t)+sx_2}. \qquad (3.7)$$

где A и B – произвольные постоянные.

Удовлетворяя граничным условиям (3.3) для определения неизвестных A и B получим однородную систему линейных алгебраических уравнений. Условие совместности этой системы приводит к следующему характеристическому уравнению:

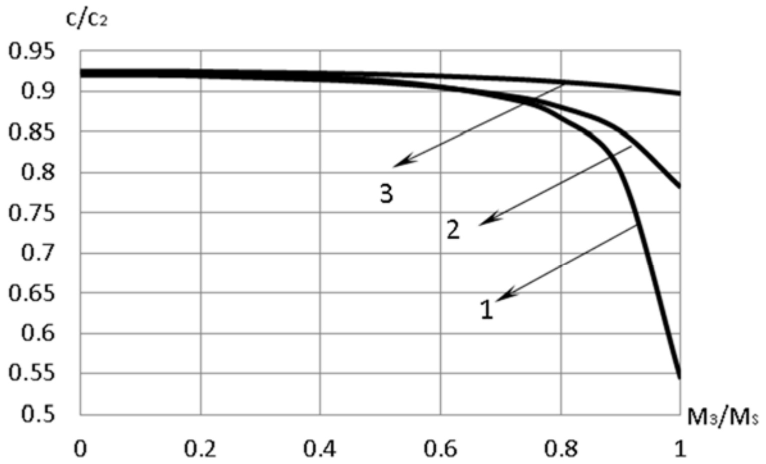
$$\sqrt{1-\theta}\sqrt{1-\gamma\theta} = \left(1-\frac{\theta}{2}\right)^2, \ \gamma = \frac{\gamma_0}{1-\alpha}, \ \ \gamma_0 = \frac{c_2^2}{c_1^2}, \ \ \alpha = \frac{c_M^2}{c_1^2} \qquad (3.8)$$

определяющее безразмерную фазовую скорость $\theta = c_2^{-2}c^2$ поверхностной волны.

В (3.8) параметр α характеризует напряжённость внешнего магнитного поля и при $\alpha = 0$ из (3.8) получается известное уравнение Рэлея для чисто упругих поверхностных волн Рэлея. Аналогично [4], произведён анализ уравнения (3.8) в зависимости от параметров α и γ_0, который показывает что: а) для каждого γ_0 и $0<\alpha<1$ уравнение (3.8) имеет единственный действительный положительный корень, удовлетворяющий условию $\theta<1$, т.е. в любой упругой магнитострикционной среде для любого значения напряжённости магнитного поля могут распространяться поверхностные волны рассматриваемого типа, б) величина скорости поверхностных магнитоупругих волн не зависит от частоты колебаний и поэтому эти волны, как и чисто упругие рэлеевские волны, распространяются без дисперсии, в) величина скорости магнитоупругой рэлеевской волны для каждой среды (для каждого γ_0) с увеличением напряжённости магнитного поля уменьшается. Приведённые утверждения обоснованы также численным решением уравнения (3.8).

На основе уравнения (3.8) приведён численный анализ зависимости фазовой скорости поверхностной волны от величины вектора намагниченности среды, принимая $M_3 \le M_S$, где $M_S = \mu_0^{-1}B_S$ – намагниченность насыщения. Числовые значения физических величин рассматриваемых сред взяты из работ [5-8]. Результаты вычислений представлены на фиг.1. Кривая 1 на этой фигуре соответствует материалу 50КФ (у которого: $E = 1.8\cdot10^{11} H/м^2$, магнитострикция насыщения $\lambda_S = 70\cdot10^{-6}$, индукция насыщения $B_S = 2.2\text{Тл}$, максимальная относительная магнитная проницаемость $\mu_r^{(\max)} = 5.7\cdot10^3$) [5], а кривая 2 – материалу $Eu_3Fe_5O_{12}$ (феррограната) (у которого $\lambda = 1.08\cdot10^{11} H/м^2$, $\mu = 0.80\cdot10^{11} H/м^2, |\lambda_S|\cdot10^6 = 18.7, B_S = 0.117 Тл, \mu_r \sim 10^2$) [6,7], кривая 3 –

материалу 9Ю-ВИ (у которого $\lambda = 1.38 \cdot 10^{11} H/м^2, \mu = 0.72 \cdot 10^{11} H/м^2$, $|\lambda_S| \cdot 10^6 = 80, B_S = 1.4Тл, \mu_r \sim 1.5 \cdot 10^3$).



Фиг.1. Зависимость фазовой скорости поверхностной волны от величины вектора намагниченности среды

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта № SCS 15T-2C134.

ЛИТЕРАТУРА

1. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1987. 870.
2. Багдасарян Г.Е. Возбуждение сдвиговых поверхностных волн в полупространстве волной Рэлея. //Изв. АН Арм.ССР. Механика. 1990. Т.43. №2. С.38-43.
3. Багдасарян Г.Е. Поверхностные колебания и волны в магнитоактивной среде, обусловленные магнитоупругими взаимодействиям. Мат. медоды и физ.-мех. поля, Львов, 2004.
4. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т.1. М.: Наука, 1976.
5. Сыркин Л.Н. Пьезомагнитная керамика. Изд-во 2-е, переработанное и дополненное. Л.: Энергия, 1980. 205с.
6. Яковлев Ю.Н., Генделев С.Ш. Монокристаллы ферритов в радиоэлектронике. М.: Советское радио, 1975. 360с.
7. Багдасарян Г.Е. Колебания и устойчивость магнитоупругих систем. Ереван: ЕГУ, 1999. 440с.
8. Таблицы физических величин. Справочник под ред. И.К. Кикоина. – М.: Атомиздат, 1976. 1006с.

Сведения об авторе:

Багдасарян Геворг Ервандович – академик НАН Армении, профессор, Институт механики НАН Армении **E-mail:** gevorgb@rau.am

Поступила в редакцию 25.07.2017