

УДК 539.3

**УСТОЙЧИВОСТЬ СТЕРЖНЯ ПРИ УЧЁТЕ УМЕНЬШЕНИЯ СЖИМАЮЩЕЙ  
СИЛЫ УПРУГО-ЗАЩЕМЛЁННОЙ ОПОРОЙ**

**Киракосян Р.М., Степанян С.П.**

**Ключевые слова:** устойчивость стержня, упруго-зашемлённая опора для задачи устойчивости, уменьшение сжимающей силы опорой, действительная критическая сила.

**Keywords:** The stability of rod, the elastic clamped support of the problem for stability, the real critical force.

**Բանալի բառեր.** Ձողի կայունությունը, առաձգական ամրակցման հենարան կայունության խնդրի համար, սեղմող ուժի փոքրացում հենարանի կողմից, իրական կրիտիկական ուժ:

**Կիրակոսյան Ռ.Մ., Ստեփանյան Ս.Պ.**

**Ձողի կայունությունը առաձգական ամրակցման հենարանի կողմից սեղմող ուժի փոքրացման  
հաշվառմամբ**

Աշխատանքի հիմնական նպատակն է հեծանի լայնական ծունկի համար առաձգական ամրակցման հենարանի պայմանները ընդհանրացնել սեղմվող ձողի կայունության խնդրի համար և ցույց տալ այդ պայմանների իրավացի լինելը նաև այն դեպքում, երբ հաշվի է առնվում առաձգական գանգվածի մեջ մտած ձողի եզրային մասի շփման հետևանքով արտաքին ուժի փոքրացումը: Առաջարկվում է շփման ուժի հաշվառման եղանակ, որի կիրառմամբ լուծվում է հաստատուն կտրվածքով իզոտրոպ ձողի կայունության խնդիրը, երբ նրա մի եզրը ամրակցված է առաձգական, իսկ մյուսը՝ բացարձակ կոշտ: Դիտարկվում է թվային օրինակ: Ստացված անչափ արդյունքների հիման վրա արվում են եզրակացություններ առաձգական ամրակցման հենարանի կոշտությունից կրիտիկական իրական ուժի կախվածության վերաբերյալ:

**The stability of rod by taking into account the decrease of the compression force by elastic clamped  
support**

**Kirakosyan R.M., Stepanyan .S.P.**

The main objective of the work is to generalize the clamped elastically bendable support conditions for compressed rod stability problem for the rod cross beams. As well as to show that these conditions are true in the case when a decrease of external force due to the friction of the edge of the rod inserted in an elastic solid is taken into account. An accounting method for the friction force is proposed applying which one can solve the stability problem of an isotropic rod of constant cross-section, when one end of the rod is elastically clamped and the other end is clamped completely rigidly. A numerical example is discussed. On the basis of the obtained dimensionless results are made conclusions regarding the dependence of the real critical force from the stiffness of the elastic clamped support.

Основной целью работы является обобщение условий упруго-зашемлённой опоры поперечной изгибаемой балки для задачи устойчивости сжатого стержня и обоснование этих условий, когда учитывается уменьшение сжимающей внешней силы вследствие трения краевой части стержня, вставленной в упругий массив. Предлагается способ учёта силы трения, с применением которого решается

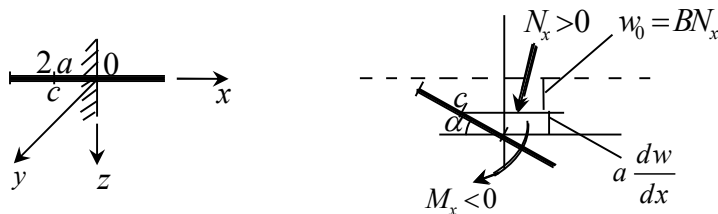
задача устойчивости изотропного стержня постоянного поперечного сечения, когда один край стержня упруго защемлён, а другой край защемлён абсолютно жёстко. Рассматривается численный пример. На основе полученных безразмерных результатов делаются заключения о зависимости действительной критической силы от жёсткости упруго защемлённой опоры.

**Введение.** В строительных сооружениях широко применяются упруго-защемлённые опоры. Поэтому, практическую важность имеют разработка конструкций и исследование свойств таких опор. Этим вопросам посвящено много работ ([1 ]- [13 ]) и др.). В книгах [1 ] и [2 ] рассматриваются теоретические модели упруго-защемлённой опоры, не указывая их конкретные конструкции. В настоящей работе рассматривается упруго-защемлённая опора следующей конструкции: краевая часть стержня малой длины вставлена в упруго-деформируемый массив. Считается, что эта часть совершает перемещение и вращение без деформирования, вследствие чего прогиб и его производная в опорном сечении, в отличие от абсолютно жёсткой опоры, отличны от нуля. В задачах устойчивости стержня на свободном конце опоры действует сжимающая сила, под действием которой происходит трение вставленной части с упругим массивом и на стержень действует только часть внешней силы. В настоящей работе обобщаются условия упруго-защемлённой опоры изгибаемой балки для задачи устойчивости стержня при учёте уменьшения сжимающей силы опорой. Решается задача устойчивости стержня, один край которого упруго-защемлён, а другой край защемлён абсолютно жёстко. На основе полученных безразмерных результатов делаются заключения о зависимости действительной критической силы от жёсткости упруго-защемлённой опоры.

**1. Упруго-защемлённая опора поперечно изгибаемой балки.** Краевая часть балки вставлена в упругий массив. Длина этой части составляет  $2a$ , что достаточно мало относительно длины балки. Из-за малости длины будем считать, что вставленная часть при изгибе балки, подобно абсолютно твёрдому элементу, будет поступательно перемещаться и вращаться, как одно целое, без деформирования.

Поэтому, в её пределах значение производной прогиба  $\frac{dw}{dx}$  будем считать постоянным. Вставленная часть балки фактически образует упруго-защемлённую опору, которая существует во всех строительных сооружениях.

На фиг.1, для наглядности, изменение положения вставленной части балки при изгибе представлено существенно увеличено. В опорном сечении балки  $x = 0$  возникнут только поперечная сила  $N_x$  и изгибающий момент  $M_x$ . Для простоты, в принятой правой системе декартовых координат  $x, y, z$  положим  $N_x > 0, M_x < 0$



Фиг.1.

Под действием момента поперечной силы относительно середины вставленной части « $-aN_x$ » и момента  $M_x$  вставленная часть будет вращаться на некоторый угол  $\alpha$ . Будем считать, что тангенс этого угла прямо пропорционален сумме этих моментов. Так как  $\frac{dw}{dx} > 0$  при отрицательном моменте, то можно написать

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=0} = D(aN_x - M_x). \quad (1.1)$$

Постоянный параметр  $D$  является обратной величиной жёсткости упруго-зашемлённой опоры на вращение. В *СИ* имеет размерность  $H^{-1} \text{ м}^{-1}$ .

Прогиб балки в опорном сечении  $w(x=0)$  состоит из двух частей. Одна из них возникает от вертикального поступательного перемещения вставленной части балки. По аналогии с гипотезой Фусса – Винклера будем считать, что значение этой части прогиба  $w_0$  прямо пропорционально поперечной силе  $N_x(x=0)$ . Вторая часть прогиба является следствием вращения вставленной части и имеет значение  $a \frac{dw}{dx}$ .

В итоге получим:

$$w|_{x=0} = BN_x + a \frac{dw}{dx}. \quad (1.2)$$

Постоянная « $B$ » является обратной величиной жёсткости упруго-зашемлённой опоры на поступательное вертикальное перемещение. В *СИ* имеет размерность  $H^{-1} \text{ м}$ .

Выражения (1.1) и (1.2) являются условиями упруго-зашемлённой опоры при поперечном изгибе балки.

Рассмотрим предельные случаи.

1) Пусть  $D \rightarrow 0, B \rightarrow 0$ .

Тогда, из (1.1) и (1.2) следует:

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=0} \rightarrow 0, \quad w|_{x=0} \rightarrow 0. \quad (1.3)$$

Следовательно, в этом случае упруго-зашемлённая опора стремится к абсолютно жёсткой опоре.

2)  $D \rightarrow \infty, B \rightarrow \infty$ .

Нетрудно заметить, что в этом случае

$$N_x|_{x=0} \rightarrow 0, \quad M_x|_{x=0} \rightarrow 0, \quad (1.4)$$

т.е. упруго-зашемлённая опора стремится к свободному краю балки.

## 2. Экспериментальное определение параметров упруго-зашемлённой опоры.

Для этого надо изготовить опытный образец опоры натуральных размеров и вместо балки сделать выступ малой длины. К сечению  $x=0$  надо приложить только вертикальную силу достаточно большой величины  $Q$ .

Измерив значения прогиба  $w$  и его производной  $\frac{dw}{dx}$  при  $x = 0$ , можно определить параметры  $D$  и  $B$ . Так как

$$N_x|_{x=0} = Q, \quad M_x|_{x=0} = 0, \quad (2.1)$$

из (1.1) и (1.2) следует:

$$D = \frac{1}{aQ} \frac{dw}{dx} \Big|_{x=0}, \quad B = \frac{w - a \frac{dw}{dx}}{Q} \Big|_{x=0}. \quad (2.2)$$

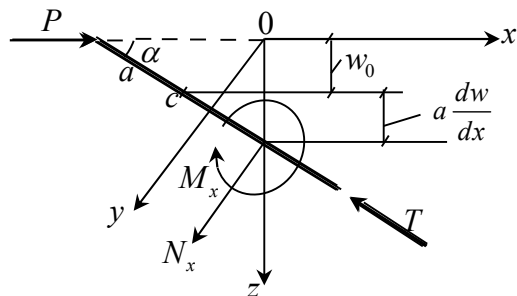
### 3. Связь между параметрами упруго-зашемлённой опоры.

Пользуясь гипотезой Фусса – Винклера будем считать, что нормальные напряжения, которые действуют на верхней и нижней поверхностях вставленной части балки, прямо пропорциональны поступательному вертикальному перемещению  $w_0$  с коэффициентом пропорциональности  $K_1$ . Касательные же напряжения действуют на боковых поверхностях вставленной части. Они прямо пропорциональны касательным вертикальным перемещениям с коэффициентом пропорциональности  $K_2$ . Эти напряжения возникают по двум причинам: от поступательного вертикального перемещения вставленной части  $w_0$  и от её вращения относительно центра «с». Первая составляющая постоянна, а вторая – линейно знакопеременная. Коэффициенты  $K_1$  и  $K_2$  в СИ имеют размерность  $H \cdot m^{-3}$ .

Пользуясь вышесказанным, из условий равновесия вставленной части балки получим:

$$4 a w_0 (bK_1 + hK_2) = N_x = \frac{w_0}{B}, \quad \frac{4}{3} a^2 \frac{dw}{dx} (bK_1 + hK_2) = a N_x - M_x = \frac{1}{D} \frac{dw}{dx} \quad (3.1)$$

Через  $b$  и  $h$  обозначены ширина и толщина поперечного сечения вставленной части балки. Из этих равенств получим следующую связь между параметрами упруго-зашемлённой опоры:



Фиг.2

$$D = \frac{3B}{a^2}. \quad (3.2)$$

### 4. Условия упруго-зашемлённой опоры для задачи устойчивости сжатого стержня.

Рассмотрим задачу устойчивости сжатого стержня при наличии упруго-зашемлённой опоры. Будем считать, что левый край стержня упруго зашемлён, а правый край неподвижен. На наружном конце упруго-зашемлённой опоры

приложена горизонтальная осевая сжимающая сила  $P$ . На фиг.2 схематически представлен вид упруго-зашемлённой опоры при незначительном возмущении стержня. Для наглядности, угол вращения вставленной части  $\alpha$  и вертикальное перемещение  $w_0$  показаны существенно увеличенно.

Строго говоря, поперечная сила  $N_x$  не вертикальна, а перпендикулярна к оси возмущённого стержня. На правом конце вставленной части действуют изгибающий момент  $M_x$  и две взаимоперпендикулярные силы. Осевая сила  $T$  не влияет ни на вращение, ни на вертикальное смещение вставленной части. Поперечная сила  $N_x$  относительно центра вставленной части «с» даёт вращающий момент  $(-aN_x)$ , который вместе с моментом  $M_x$  стремится вращать вставленную часть на угол, тангенс которого равен  $D(aN_x - M_x)$ . На левом конце вставленной части действует горизонтальная сила  $P$ , которая относительно точки «с» даёт момент  $(-Pa \frac{dw}{dx})$ , стремящийся увеличить тангенс угла вращения на величину  $(DPa \frac{dw}{dx})$ . Поэтому, тангенс полного угла вращения вставленной части будет:

$$\left. \frac{dw}{dx} \right|_{x=0} = D \left( aN_x - M_x + Pa \frac{dw}{dx} \right) \quad (4.1)$$

Рассмотрим теперь вопрос о вертикальном смещении вставленной части. Поперечная сила  $N_x$  сообщает этой части стержня перемещение своего направления  $BN_x$ . Горизонтальная же сила левого конца  $P$  имеет составляющую  $P \sin \alpha \approx P \operatorname{tg} \alpha = P \frac{dw}{dx}$ , перпендикулярную к вставленной части, которая стремится уменьшить это смещение на величину  $BP \frac{dw}{dx}$ . Из-за малости угла  $\alpha$  все компоненты перемещения можно считать вертикальными. Поэтому, значение прогиба сечения  $x = 0$  будет:

$$w|_{x=0} = a \frac{dw}{dx} + BN_x - BP \frac{dw}{dx}. \quad (4.2)$$

Выражения (4.1) и (4.2) являются условиями рассматриваемой упруго-зашемлённой опоры для задачи устойчивости сжатого стержня.

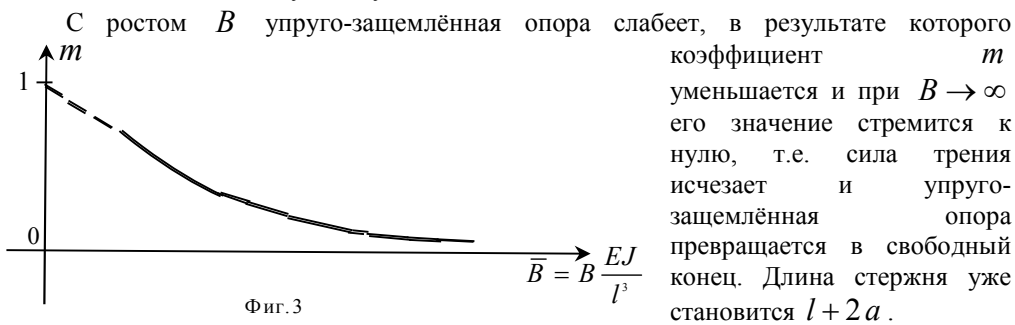
##### **5. Уменьшение сжимающей силы упруго-зашемлённой опорой.**

В отличие от традиционной постановки задачи устойчивости попытаемся учитывать уменьшение сжимающей силы, которое происходит по причине трения вставленной части стержня с упругим массивом под действием приложенной внешней силы  $P$ . Нетрудно заметить, что условия упруго-зашемлённой опоры (4.1) и (4.2) справедливы и в этом случае, поскольку касательные напряжения трения,

действующие на поверхности контакта с упругим массивом, параллельны оси вставленной части, в силу чего они не влияют на значения прогиба и его производной. Вследствие трения на стержень будет действовать не сила  $P$ , а её некоторая часть  $T$ . Будем считать, что вставленная часть стержня не скользит внутри упругого массива. Тогда можно считать, что сила трения прямо пропорциональна внешней силе  $P$ . Следовательно, на стержень будет действовать сила

$$T = P - mP \quad (5.1)$$

Значение коэффициента  $m$  зависит от жёсткостей упруго-зашемлённой опоры. Так как параметры  $D$  и  $B$  связаны соотношением (3.2), то эту зависимость можно представить как функцию от одного из них, например, от параметра  $B$ . Очевидно, что зависимость  $m = m(B)$  является убывающей функцией. При  $B = 0$  упруго-зашемлённая опора является абсолютно жёсткой опорой и всю силу  $P$  целиком берёт на себя, т.е. при  $B = 0$ ;  $m = 1$ . Конечно, этот предельный случай, в действительности, не существует и всегда  $m < 1$  и  $T > 0$ .



С ростом  $B$  упруго-зашемлённая опора слабеет, в результате которого коэффициент  $m$  уменьшается и при  $B \rightarrow \infty$  его значение стремится к нулю, т.е. сила трения исчезает и упруго-зашемлённая опора превращается в свободный конец. Длина стержня уже становится  $l + 2a$ .

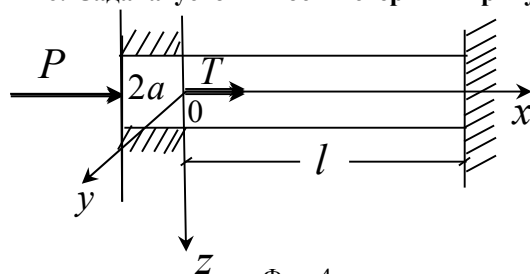
На фиг. 3 представлена качественная картинка зависимости  $m = m(B)$ .

Этим свойством обладает, например, функция

$$m = \frac{1}{1 + B^\beta}, \quad \beta > 0, \quad (5.2)$$

где  $E$  – модуль Юнга материала,  $J$  – наименьший момент инерции поперечного сечения стержня. Значение  $\beta$  для конкретной упруго-зашемлённой опоры можно определить экспериментально. В нижерассматриваемой задаче для простоты будем считать  $\beta = 1$ .

#### 6. Задача устойчивости стержня при учёте уменьшения сжимающей силы упруго-зашемлённой опорой.



В правой системе декартовых координат  $x, y, z$  рассмотрим изотропный стержень длины  $l$  и постоянного поперечного сечения произвольной симметричной формы (фиг. 4). Левый край стержня малой

длиной  $2a$  вставлен в упругий массив, образуя упруго-зашемлённую опору, а другой край стержня жёстко зашемлён. К свободному концу упруго-зашемлённой опоры приложена осевая сила  $P$ . Из-за трения вставленной части стержня с упругим массивом на стержень действует сила  $T$ :

$$T = (1 - m)P, \quad m = \frac{1}{1 + B \frac{EJ}{l^3}} \quad (6.1)$$

Дифференциальное уравнение задачи устойчивости рассматриваемого стержня имеет известный вид [1]:

$$\frac{d^4 w}{dx^4} + k^2 \frac{d^2 w}{dx^2} = 0, \quad k^2 = \frac{T}{EJ} = \frac{(1 - m)P}{EJ} \quad (6.2)$$

Общее решение уравнения (6.2) будет

$$w = c_1 + c_2 x + c_3 \cos kx + c_4 \sin kx \quad (6.3)$$

где  $c_i$  – постоянные интегрирования. В качестве краевых условий задачи будут условия упруго-зашемлённой опоры (4.1) (4.2) и условия жёсткого зашемления края стержня  $x = l$ :

$$w \Big|_{x=l} = \frac{dw}{dx} \Big|_{x=l} = 0 \quad (6.4)$$

Изгибающий момент  $M_x$  и поперечная сила  $N_x$  возмущённого стержня имеют известные выражения

$$M_x = -EJ \frac{d^2 w}{dx^2} = EJk^2 (c_3 \cos kx + c_4 \sin kx) \quad (6.5)$$

$$N_x = -EJ \frac{d^3 w}{dx^3} = EJk^3 (c_4 \cos kx - c_3 \sin kx)$$

Примем безразмеривающие обозначения:

$$x = l\bar{x}, \quad a = nl, \quad k = \frac{\bar{k}}{l}, \quad \bar{T} = \frac{Tl^2}{EJ}, \quad \bar{P} = \frac{Pl^2}{EJ},$$

$$\left( T = k^2 EJ \Rightarrow \bar{T} = \bar{k}^2, \quad \bar{P} = \alpha \bar{k}^2 \right), \quad B = \frac{\bar{B}l^3}{EJ}, \quad (6.6)$$

$$D = \frac{\bar{D}l}{EJ}, \quad \left( D = \frac{3B}{a^2} \Rightarrow D = \frac{3\bar{B}l}{n^2 EJ} \right), \quad c_1 = l\bar{c}_1,$$

$$c_2 = \bar{c}_2, \quad c_3 = l\bar{c}_3, \quad c_4 = l\bar{c}_4, \quad \alpha = \frac{1}{1 - m} = 1 + \frac{1}{B}$$

Краевые условия (4.1), (4.2) и (6.4) с учётом (6.5) и обозначений (6.6) приводят к следующей системе четырёх однородных уравнений относительно безразмерных постоянных интегрирования  $\bar{c}_i$ .

$$\begin{aligned}
n(n - 3\bar{B}\alpha\bar{k}^2)\bar{c}_2 + 3\bar{B}\bar{k}^2\bar{c}_3 + n\bar{k}(n - 3\bar{B}(1 + \alpha)\bar{k}^2)\bar{c}_4 &= 0 \\
\bar{c}_1 + (\bar{B}\alpha\bar{k}^2 - n)\bar{c}_2 + \bar{c}_3 + \bar{k}(\bar{B}(\alpha - 1)\bar{k}^2 - n)\bar{c}_4 &= 0 \\
\bar{c}_1 + \bar{c}_2 + \bar{c}_3 \cos \bar{k} + \bar{c}_4 \sin \bar{k} &= 0 \\
\bar{c}_2 - \bar{c}_3 \bar{k} \sin \bar{k} + \bar{c}_4 \bar{k} \cos \bar{k} &= 0
\end{aligned} \tag{6.7}$$

Безразмерные значения действительной критической силы  $\bar{P} = \alpha\bar{k}^2$  определяются с помощью условия существования нетривиальных решений однородной системы (6.7), т.е. равенства нулю её определителя.

### 7. Численный пример.

Пусть

$$n = 0.1, \quad \alpha = 1 + \frac{1}{\bar{B}} \tag{7.1}$$

В нижеприведённой таблице представлены результаты решения задачи для достаточно большого промежутка изменения параметра упруго-зашемлённой опоры ( $0.01 \leq \bar{B} \leq 10000$ ), т.е. практически от абсолютно жёсткого защемления ( $\bar{B} = 0.01$ ) до свободного конца стержня ( $\bar{B} = 10000$ ).

Таблица 1

	$\bar{B}$						
	0.01	0.1	1	10	100	1000	10000
$m$	0.9900	0.9091	0.5	0.0909	0.0099	0.0010	0.0001
$\alpha$	101	11	2	1.1	1.01	1.001	1.0001
$\bar{k}$	0.557	0.801	1.052	1.266	1.309	1.313	1.314
$\bar{T}$	0.310	0.641	1.107	1.603	1.712	1.725	1.726
$\bar{P}$	31.333	7.049	2.215	1.763	1.730	1.726	1.726

Таблица относится к наиболее важной, т.е. первой форме потери устойчивости стержня.

При  $\bar{B} = 10000$  упруго-зашемлённая опора практически исчезает, превращаясь в свободный конец и длина стержня становится равной  $l + 2a = 1.2l$ . Пользуясь формулой Эйлера и коэффициентом приведения длины, получим:

$$P = \frac{\pi^2 EJ}{4(1.2l)^2} \Rightarrow \bar{P} = 1.713 \tag{7.2}$$



Это значение меньше соответствующего значения в таблице на 0.76 %.

#### 8. Основные выводы.

Данные таблицы приводят к следующим заключениям:

1. Из-за трения вставленной части стержня с упругим массивом значение внешней (действительной) критической силы  $P$  больше значения силы  $T$ , действующей на стержень.
2. С ростом параметра  $\bar{B}$ , т.е. с ослаблением упруго-защемлённой опоры, значения  $P$  и  $T$  уменьшаются.
3. При  $\bar{B} = 10000$ , когда упруго-защемлённая опора практически исчезает, превращаясь в свободный конец, силы  $P$  и  $T$  принимают одинаковое значение.
4. Это значение отличается от значения критической силы стержня длины  $l + 2a$ , один конец которого свободен а другой жёстко защемлён, меньше одного процента. Эта разница является следствием того, что при выводе условий упруго-защемлённой опоры, пользуясь относительной малостью длины этой опоры, было принято допущение, согласно которому часть стержня, вставленная в упругий массив, поступательно перемещается и вращается без деформирования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Прочность, устойчивость, колебания. /Справочник под ред. Биргера И.А. и Пановко Я.Г. Т.3. Изд. Машиностроение, 1964. 564с. Strength, stability, vibrations Birger I.A., Panovko. Vol.3, 1964. 564p. (in Russian).
2. Тимошенко С.П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки, под редакцией Г.С. Шапиро. М.: Наука, Физматлит., 1966. 632с. Timoshenko S., Voinowsky-Krieger S. Plates and shells. McGraw-Hill, New York. 1959. 623p.
3. Геворгян Г.З. Об изгибных колебаниях ортотропных полос переменной толщины с учётом поперечных эффектов при условиях упругой заделки. Актуальные проблемы механики сплошной среды. //Труды IV международной конференции 21-26 сентября 2015, Цахкадзор, Армения, с.129-133. Gevorgyan G.Z. Vibrations of orthotropic strips of variable thickness taking into account the transverse shear under conditions of elastic joints. Proceedings of IV international conference "Topical Problems of Continuum Mechanics", Yerevan-2015, pp.129-133 (in Russian).
4. Киракосян Р.М. Упруго-защемлённая опора для осесимметрично изгибаемых круглых пластин. Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. //Труды VIII международной конференции, сентябрь 22-26, 2014, Горис-Степанакерт, с.261-265. Kirakosyan R. M. Elastically-fixed support for an axisymmetrical bending circular plates. Proceedings of VIII international conference "The problems of dynamics of interaction of deformable media", September 22-26, 2014, Goris-Stepanakert, pp.172-176 (in Russian).
5. Степанян С.П. Неклассическая задача изгиба балки линейно-переменной толщины при наличии упруго-защемлённой опоры. Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. //Труды VIII международной конференции, сентябрь 22-26, 2014, Горис-Степанакерт, с.408-412. Stepanyan S.P. Nonclassical problem of beam bending linearly variable thickness under the presence of elastically restrained supports. Proceedings of VIII international conference «The problems of dynamics of

- interaction of deformable media», September 22-26, 2014, Goris-Stepanakert, pp.408-412 (in Russian).
6. Киракосян Р.М. Неклассическая задача изгиба ортотропной балки с упруго-зашемлённой опорой. // Докл. НАН Армении. 2014. Т.114. № 2. С.101-107. R. M. Kirakosyan Non-Classical Problem of a Bend Orthotropic Beams with the Elastic Clamped Support. NAS RA Reports, 2014, Vol. 114, № 2, pp. 101-107.
  7. Киракосян Р.М., Степанян С.П. Неклассическая задача изгиба ортотропной балки переменной толщины с упруго-зашемлённой опорой. //Докл. НАН Армении. 2014. Т.114. № 3. С.205-212. Kirakosyan R.M., Stepanyan S.P. Non Classical Problem of Bending of an Orthotropic Beam of Variable Thickness with Elastically Clamped Support. NAS RA Reports, 2014, Vol. 114, № 3, pp. 205-212.
  8. Киракосян Р.М., Степанян С.П. Устойчивость стержня при наличии упруго-зашемлённой опоры. //Докл. НАН Армении. 2014. Т.114. № 4. С.309-315. Kirakosyan R.M., Stepanyan S.P. Stability of the Rod in the Presence of Elastic Clamped Support. NAS RA Reports, 2014, Vol.114, №4, pp.309-315.
  9. Razmik M. Kirakosyan, Seyran P. Stepanyan. On a Model of Elastic Clamped Support of Plate-Strip. //International scientific Journal, Modeling of Artificial Intelligence. 2015. Vol.6. Is.2, pp.67-74.
  10. Киракосян Р.М. Об одной неклассической задаче изгиба упруго-зашемлённой круглой пластинки. //Докл. НАН Армении. 2015. Т.115. №4. С.284-289. Kirakosyan R.M. On One Nonclassical Problem of a Bend of an Elastically Fastened Round Plate. NAS RA Reports, 2015, Vol.115, № 4, pp.284-289.
  11. Степанян С.П. Задача термоупругости ортотропной пластинки-полосы переменной толщины при наличии упруго-зашемлённой опоры. //Докл. НАН Армении. 2016. Т.116. №1. С.26-33. S.P. Stepanyan Thermo-Elasticity Problem of an Orthotropic Plate-Strip of Variable Thickness at the Presence of an Elastically Fastened Support. NAS RA Reports, 2016, Vol. 116, № 1, pp.26-33.
  12. Киракосян Р.М., Степанян С.П. Задача изгиба упруго-зашемлённой ортотропной круглой пластинки, опирающейся на упругом основании. //Докл. НАН Армении. 2016. Т.116. №2. С.120-127. R.M. Kirakosyan, S.P. Stepanyan. The Problem of Bending Resiliently Clamped Orthotropic Circular Plate Resting on the Elastic Foundation. NAS RA Reports, 2016, Vol. 116, №2, pp.120-127.
  13. Киракосян Р.М., Степанян С.П. Неклассическая краевая задача упруго-зашемлённой по краю частично нагружённой круглой ортотропной пластинки. // Изв. НАН Армении. Механика. 2016. Т.69. №3. С.59-70. Kirakosyan R.M., Stepanyan S.P. Non- classical boundary value problems of elastically fastened on the edge, partially loaded, round orthotropic plate. // 2016, Izv. NAS of Armenia, Mekhanika, Volume 69(3), pp. 59-70

#### **Сведения об авторах:**

**Киракосян Размик Макарович** – доктор техн. наук, профессор, главный научн. сотрудник Института механики НАН РА.

**Тел.:** (+374 10) 52-48-90, **E-mail:** Kirakosyan Razmik@ mechins.sci.am

**Степанян Сейран Павлович** – к.ф.-м.н, доцент кафедры численного анализа и мат. моделирования факультета информатики и прикладной математики ЕГУ,

**Тел.:** (+374 93) 524883, **E-mail:** seyran.stepanyan@ysu.am

Поступила в редакцию 24.03.2017