

УДК 539.3

**НАПРЯЖЁННОЕ СОСТОЯНИЕ КРУГОВОГО ДИСКА В УСЛОВИЯХ
ГЛАДКОГО КОНТАКТА НА БЕРЕГАХ ТРЕЩИНЫ**

Нерсисян Г.Г., Саргсян А.М.

Բանալի բաներ: շրջանային սկավառակ, շառավղային ճաք, ողորկ կոնտակտ, փոփոխականների անջատման եղանակ, լարումների եզակիություն, եզակիության գործակից, մեխանիկական իմաստ:

Ключевые слова: круглый диск, радиальная трещина, гладкий контакт, метод разделения переменных, особенность напряжений, коэффициент особенности, механический смысл.

Key words: circular disk, radial crack, smooth contact, method of separation of variables, singularity of stresses, coefficient of singularity, mechanical sense.

Ներսիսյան Գ.Գ., Սարգսյան Ա.Մ.

**Շառավղային ճաքի ափերին ողորկ կոնտակտային պայմաններով շրջանային սկավառակի
լարվածային վիճակը**

Գիտարկված է շառավղային ճաքով շրջանային սկավառակի առաձգական հավասարակշռությունը, երբ ճաքի ափերը հավում են կոշտ դրոշմների հետ, իսկ սկավառակի եզրագծի վրա տրված են 1) նորմալ և շոշափող լարումներ, 2) նորմալ լարում և շոշափող տեղափոխություն, 3) նորմալ տեղափոխություն և շոշափող լարում, 4) նորմալ և շոշափող տեղափոխություններ:

Դրված խնդիրների փակ լուծումները ստացվել են փոփոխականների անջատման մեթոդով: Հետազոտված են լարումների եզակիությունները և եզակիության գործակիցների վարքը ճաքի գագաթի շրջակայքում:

Բացահայտված է սկավառակի եզրագծի վրա եզրային պայմանների միջև կապի մեխանիկական իմաստը, որն առաջանում է յուրաքանչյուր խնդրի լուծման ընդհացքում:

Nersisyan G.G., Sargsyan A.M.

Stress-state of a circular disc in the conditions of smooth contact on the borders of the radial crack

An elastic equilibrium of a thin circular disc with a radial crack, the borders of which are in contact with the rigid stamps without friction, and in the contour of the disc 1) normal and tangential stresses, 2) a normal stress and a tangential displacement, 3) a normal displacement and a tangential stress, 4) normal and tangential displacement are given, is considered.

The closed solutions of the stated problems are obtained by the method of separation of variables. The singularities of the stresses and the behavior of the coefficients with the singularity in the vicinity of the crack top are investigated. Mechanical sense of the correlations between the boundary conditions given on the contour of the disc and appeared during the solution of each problem, is established.

Рассматривается упругое равновесие тонкого кругового диска с радиальной трещиной, берега которого соприкасаются с жёсткими штампами без трения, а на обводе диска заданы: 1) нормальные и касательные напряжения, 2) нормальное напряжение и окружное перемещение, 3) нормальное перемещение и касательное напряжение, 4) нормальное и окружное перемещения.

Замкнутые решения поставленных задач получаются методом разделения переменных. Исследуются особенности напряжений и поведения коэффициентов при особенности в окрестности вершины трещин. Устанавливается механический смысл соотношений между заданными на обводе диска граничными условиями.

Введение. Вопросу об особенности напряжений в окрестности вершины тонкого кругового сектора с произвольным углом раствора α ($0 < \alpha < 2\pi$), когда на радиальных сторонах имеют место условия гладкого контакта, а на дуговой части контура заданы различные граничные условия, посвящено значительное число работ [2 – 6]. В данной работе эти задачи рассматриваются на случай $\alpha = 2\pi$, т.е. исследуется упругое равновесие тонкого кругового диска, на берегах которого имеют

место условия гладкого контакта, а на обводе диска заданы четыре различных граничных условий.

Постановка задачи. Отнесём круговой диск к декартовой и полярной системам координат, как показано на фиг.1.

Функция напряжения Эри, удовлетворяющая бигармоническому уравнению, имеет вид [1]:

$$\Phi(r, \varphi) = r^{\lambda+1} [AS_{\varphi}^{+} + BC_{\varphi}^{+} + CS_{\varphi}^{+} + DC_{\varphi}^{+}], \quad (1)$$

где A, B, C, D – постоянные интегрирования, λ – произвольный параметр,

$$S_{\varphi}^{\pm} = \sin(\lambda \pm) \varphi, \quad C_{\varphi}^{\pm} = \cos(\lambda \pm) \varphi.$$

На берегах трещины граничные условия таковы:

$$\tau_{r\varphi}(r, 0) = u_{\varphi}(r, 0) = 0, \quad (2)$$

$$\tau_{r\varphi}(r, 2\pi) = u_{\varphi}(r, 2\pi) = 0. \quad (3)$$

На обводе диска заданы четыре разных граничных условий:

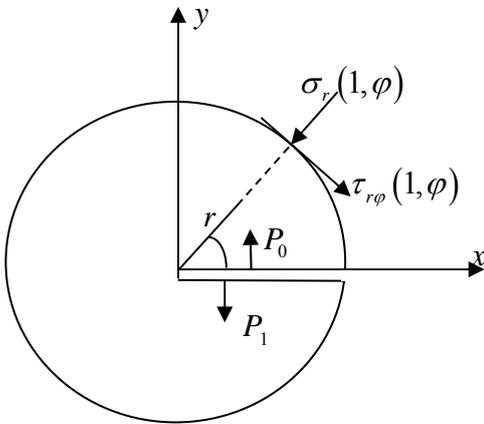
$$1. \sigma_r(1, \varphi) = f_1(\varphi), \quad \tau_{r\varphi}(1, \varphi) = f_2(\varphi), \quad (4)$$

$$2. \sigma_r(1, \varphi) = f_1(\varphi), \quad u_{\varphi}(1, \varphi) = f_2(\varphi), \quad (5)$$

$$3. u_r(1, \varphi) = f_1(\varphi), \quad \tau_{r\varphi}(1, \varphi) = f_2(\varphi), \quad (6)$$

$$4. u_r(1, \varphi) = f_1(\varphi), \quad u_{\varphi}(1, \varphi) = f_2(\varphi). \quad (7)$$

В условиях (4) – (7) $f_2(0) = f_2(2\pi) = 0$.



Фиг.1

Решение

Напряжения выражаются через функцию Эри следующим образом:

$$\sigma_r = \frac{1}{r} \frac{\lambda \Phi}{\lambda r} + \frac{1}{r^2} \frac{\lambda^2 \Phi}{r \lambda r}, \quad \sigma_{\varphi} = \frac{\lambda^2 \Phi}{\lambda r^2}, \quad \tau_{r\varphi} = -\frac{\lambda}{\lambda r} \left(\frac{1}{r} \frac{\lambda \Phi}{\lambda r} \right). \quad (8)$$

С помощью закона Гука, соотношения Коши и формул (1), (8), определяя напряжения $\tau_{r\varphi}(r, \varphi)$ и перемещения $u_{\varphi}(r, \varphi)$ и удовлетворяя граничным условиям (2), (3), для неизвестных A, B, C, D получим однородную систему линейных алгебраических уравнений [2, 3].

Условие существования нетривиального решения этой системы даёт $A = C = 0$ и

$$\sin(\lambda + 1)2\pi \cdot \sin(\lambda - 1)2\pi = 0. \quad (9)$$

Корни уравнения (9) – действительные и простые

$$\lambda_k = k/2 + 1, \quad \tilde{\lambda}_n = n/2 - 1, \quad (9')$$

причём,

$$\lambda_k > 0, \quad \tilde{\lambda}_n > 0. \quad (10)$$

Условие (10), вытекающее из требования конечности упругой деформации в малой окрестности вершины трещины, налагает ограничение на пределы изменения параметров k и n :

$$k = -1, 0, 1, \dots; \quad n = 3, 4, 5, \dots \quad (10')$$

Учитывая, что функции

$$\Phi_{kn} = D_k r^{\lambda_k + 1} \cos(\lambda_k - 1)\varphi + B_n r^{\tilde{\lambda}_n + 1} \cos(\tilde{\lambda}_n + 1)\varphi$$

удовлетворяют бигармоническому уравнению и граничным условиям (2), (3), функция напряжения Эри с учётом (10') примет следующий вид:

$$\Phi(r, \varphi) = D_{-1} r^{3/2} \cos \varphi / 2 + D_0 r^2 + D_1 r^{5/2} \cos \varphi / 2 + D_2 r^3 \cos \varphi + \\ + \sum_{k=3}^{\infty} [D_k r^{k/2+2} + B_k r^{k/2}] \cos k\varphi / 2.$$

Напряжения и перемещения записываются в виде:

$$\sigma_{\varphi} = \frac{3}{4} D_{-1} r^{-1/2} \cos \varphi / 2 + 2D_0 + \frac{15}{4} D_1 r^{1/2} \cos \varphi / 2 + 6D_2 r \cos \varphi + \\ + \sum_{k=3}^{\infty} [D_k \lambda_k (\lambda_k + 1) r^{k/2} + B_k \tilde{\lambda}_k (\tilde{\lambda}_k + 1) r^{k/2-2}] \cos k\varphi / 2, \\ \sigma_r = \frac{5}{4} D_{-1} r^{-1/2} \cos \varphi / 2 + 2D_0 + \frac{9}{4} D_1 r^{1/2} \cos \varphi / 2 + 2D_2 r \cos \varphi + \quad (11)$$

$$+ \sum_{k=3}^{\infty} [D_k \lambda_k (3 - \lambda_k) r^{k/2} - B_k \tilde{\lambda}_k (\tilde{\lambda}_k + 1) r^{k/2-2}] \cos k\varphi / 2,$$

$$\tau_{r\varphi} = \frac{1}{4} D_{-1} r^{-1/2} \sin \varphi / 2 + \frac{3}{4} D_1 r^{1/2} \sin \varphi / 2 + 2D_2 r \sin \varphi +$$

$$+ \sum_{k=3}^{\infty} [D_k \lambda_k (\lambda_k - 1) r^{k/2} + B_k \tilde{\lambda}_k (\tilde{\lambda}_k + 1) r^{k/2-2}] \sin k\varphi / 2,$$

$$Eu_{\varphi}(r, \varphi) = D_{-1} (v^+ / 2 - 4) r^{1/2} \sin \varphi / 2 + D_1 (v^+ / 2 + 4) r^{3/2} \sin \varphi / 2 +$$

$$+ D_2 (v^+ + 4) r^2 \sin \varphi + \sum_{k=3}^{\infty} [D_k (\lambda_k^- v^+ + 4) r^{k/2+1} + B_k \tilde{\lambda}_k^- v^+ r^{k/2-1}] \sin k\varphi / 2,$$

$$Eu_r = D_{-1} (3v^+ / 2 - 4) r^{1/2} \cos \varphi / 2 + 2D_0 v^- r - D_1 (5/2 v^+ - 4) r^{3/2} \cos \varphi / 2 - \quad (12)$$

$$- D_2 (3v^+ - 4) r^2 \cos \varphi - \sum_{k=3}^{\infty} [D_k (\lambda_k^- v^+ - 4) r^{k/2+1} + B_k \tilde{\lambda}_k^- v^+ r^{k/2-1}] \cos \alpha_0 k\varphi,$$

причём, должно иметь место условие равновесия каждого штампа

$$\int_0^1 \sigma_{\varphi}(r, 0) dr = P_0, \quad \int_0^1 \sigma_{\varphi}(r, 2\pi) dr = P_1, \quad \lambda^{\pm} = \lambda \pm 1, \quad v^{\pm} = 1 \pm v.$$

Входящие в (11), (12) неизвестные D_{-1} , D_0 , D_1 , D_2 , D_k и B_k определяются из граничных условий (4) – (7):

$$\begin{aligned}
& 1) D_{-1} \frac{5}{4} \cos \varphi/2 + 2D_0 + D_1 \frac{9}{4} \cos \varphi/2 + 2D_2 \cos \varphi + \\
& + \sum_{k=3}^{\infty} \left[D_k \lambda_k (3 - \lambda_k) - B_k (\tilde{\lambda}_k + 1) \tilde{\lambda}_k \right] \cos \frac{k}{2} \varphi = f_1(\varphi), \\
& D_{-1} \frac{1}{4} \sin \varphi/2 + D_1 \frac{3}{4} \sin \varphi/2 + 2D_2 \sin \varphi + \\
& + \sum_{k=3}^{\infty} \left[D_k \lambda_k (\lambda_k - 1) + B_k \tilde{\lambda}_k (\tilde{\lambda}_k + 1) \tilde{\lambda}_k \right] \sin \frac{k}{2} \varphi = f_2(\varphi).
\end{aligned} \tag{13.1}$$

$$\begin{aligned}
& 2) D_{-1} \frac{5}{4} \cos \varphi/2 + 2D_0 + D_1 \frac{9}{4} \cos \varphi/2 + 2D_2 \cos \varphi + \\
& + \sum_{k=3}^{\infty} \left[D_k \lambda_k (3 - \lambda_k) - B_k \tilde{\lambda}_k (\tilde{\lambda}_k + 1) \right] \cos \frac{k}{2} \varphi = f_1(\varphi), \\
& D_{-1} \left(\frac{v^+}{2} - 4 \right) \sin \varphi/2 + D_1 \left(\frac{v^+}{2} + 4 \right) \sin \varphi/2 + D_2 (v^+ + 4) \sin \varphi + \\
& + \sum_{k=3}^{\infty} \left[D_k (\lambda_k^- v^+ + 4) + B_k \lambda_k^- v^+ \right] \sin \frac{k}{2} \varphi = Ef_2(\varphi).
\end{aligned} \tag{13.2}$$

$$\begin{aligned}
& 3) -D_{-1} \left(\frac{3v^+}{2} - 4 \right) \cos \varphi/2 + 2D_0 v^- - D_1 \left(\frac{5v^+}{2} - 4 \right) \cos \varphi/2 - D_2 (3v^+ - 4) \cos \varphi - \\
& - \sum_{k=3}^{\infty} \left[D_k (\lambda_k^+ v^+ - 4) + B_k \lambda_k^- v^+ \right] \cos \frac{k}{2} \varphi = Ef_1(\varphi), \\
& D_{-1} \frac{1}{4} \sin \varphi/2 + D_1 \frac{3}{4} \sin \varphi/2 + 2D_2 \sin \varphi + \\
& + \sum_{k=3}^{\infty} \left[D_k \lambda_k (\lambda_k - 1) + B_k \tilde{\lambda}_k (\tilde{\lambda}_k + 1) \right] \sin \frac{k}{2} \varphi = f_2(\varphi).
\end{aligned} \tag{13.3}$$

$$\begin{aligned}
& 4) -D_{-1} \left(\frac{3v^+}{2} - 4 \right) \cos \varphi/2 + D_0 2v^- - D_1 \left(\frac{5v^+}{2} - 4 \right) \cos \varphi/2 - D_2 (3v^+ - 4) \cos \varphi - \\
& - \sum_{k=3}^{\infty} \left[D_k (\lambda_k^+ v^+ - 4) + B_k \lambda_k^- v^+ \right] \cos \frac{k}{2} \varphi = f_1(\varphi) E, \\
& D_{-1} \left(\frac{v^+}{2} - 4 \right) \sin \varphi/2 + D_1 \left(\frac{v^+}{2} + 4 \right) \sin \varphi/2 + D_2 (v^+ + 4) \sin \varphi + \\
& + \sum_{k=3}^{\infty} \left[D_k (\lambda_k^- v^+ + 4) + B_k \lambda_k^- v^+ \right] \sin \frac{k}{2} \varphi = f_2(\varphi) E.
\end{aligned} \tag{13.4}$$

Поступая так же, как в работах [2– 6], умножая первые уравнения (13.1) – (13.4) на $\cos m\varphi/2$ ($m = 0, 1, 2, \dots$), а вторые уравнения на $\sin m\varphi/2$ ($m = 1, 2, 3, \dots$) и интегрируя по φ в интервале $(0, 2\pi)$, будем иметь:

$$1) \quad D_{-1} = \frac{2}{\pi} [\tilde{f}_{11} - 3\tilde{f}_{21}], \quad 2D_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_1(\varphi) d\varphi, \quad D_1 = -\frac{2}{3\pi} [\tilde{f}_{11} - 5\tilde{f}_{21}],$$

$$D_2 = \tilde{f}_{12}/2\pi = \tilde{f}_{22}/2\pi, \quad \lambda_k D_k = \frac{\tilde{f}_{1k} + \tilde{f}_{2k}}{2\pi}, \quad B_k \tilde{\lambda}_k (\tilde{\lambda}_k + 1) = \frac{\tilde{f}_{2k} - \tilde{f}_{1k}}{2\pi},$$

$$\tilde{f}_{1k} = \int_0^{2\pi} f_1(\varphi) \cos \frac{k\varphi}{2} d\varphi, \quad \tilde{f}_{2k} = \int_0^{2\pi} f_2(\varphi) \sin \frac{k\varphi}{2} d\varphi, \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (14)$$

причём, между функциями $f_1(\varphi)$ и $f_2(\varphi)$ имеет место соотношение

$$\tilde{f}_{22} - \tilde{f}_{12} = 0. \quad (15)$$

$$2) \quad D_{-1} = -\frac{(v^+/2 + 4)\tilde{f}_{11} - 9/4\tilde{f}_{21}E}{\pi(v^+/2 - 14)}, \quad 2D_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f_1(\varphi) d\varphi,$$

$$D_1 = \frac{\tilde{f}_{11}(v^+/2 - 4) - \tilde{f}_{21}E5/4}{\pi(v^+/2 - 14)}, \quad D_2 = \frac{\tilde{f}_{12}}{2\pi} = \frac{E\tilde{f}_{22}}{\pi(v^+ + 4)}, \quad (16)$$

$$D_k = \frac{\tilde{f}_{1k}v^+ + \tilde{f}_{2k}E(k/2 - 1)}{2\pi[v^+ + 2(k/2 - 1)]}, \quad B_k = \frac{-\tilde{f}_{1k}(v^+k/2 + 4) + \tilde{f}_{2k}(k/2 + 1)(2 - k/2)E}{2\pi[v^+ + 2(k/2 - 1)]k/2}.$$

Для этой задачи вместо (15) имеем следующее соотношение:

$$2E\tilde{f}_{22} - (v^+ + 4)\tilde{f}_{12} = 0. \quad (17)$$

$$3) \quad D_{-1} = -\frac{3E\tilde{f}_{11} + 2(5v^+ - 8)\tilde{f}_{21}}{2\pi(v^+ - 4)}, \quad 2D_0 = \frac{E}{4\pi v^-} \int_0^{2\pi} f_1(\varphi) d\varphi, \quad (18)$$

$$D_1 = \frac{[E\tilde{f}_{11} + 2(3v^+ - 4)\tilde{f}_{21}]}{2\pi(v^+ - 4)}, \quad (3v^+ - 4)D_2 = \frac{-E}{\pi} \tilde{f}_{12}, \quad D_2 = \frac{1}{2\pi} \tilde{f}_{22},$$

$$D_k = \frac{1}{\pi} \frac{k(k/2 - 1)E\tilde{f}_{1k} + kv^+\tilde{f}_{2k}}{k(k - v^-)}, \quad B_k = \frac{-1}{\pi} \frac{k(k/2 + 1)E\tilde{f}_{1k} + ((k + 4)v^+ - 8)\tilde{f}_{2k}}{k(k - v^-)}.$$

Здесь функции $f_1(\varphi)$ и $f_2(\varphi)$ связаны соотношением

$$(3v^+ - 4)\tilde{f}_{22} + 2E\tilde{f}_{12} = 0. \quad (19)$$

$$4) \quad D_{-1} = \frac{E[(v^+/2 + 4)\tilde{f}_{11} + (5v^+/2 - 4)\tilde{f}_{21}]}{\pi\Delta_1}, \quad D_0 = \frac{E}{4\pi v^-} \int_0^{2\pi} f_1(\varphi) d\varphi, \quad (20)$$

$$D_1 = \frac{-E[(v^+/2-4)\tilde{f}_{11} + (3v^+/2-4)\tilde{f}_{21}]}{\pi\Delta_1}, \quad (3v^+-4)D_2 = \frac{-E\tilde{f}_{12}}{\pi}, \quad (v^++4)D_2 = \frac{E\tilde{f}_{22}}{\pi},$$

$$D_k = -\frac{E}{(v^+-4)} \frac{\tilde{f}_{1k} + \tilde{f}_{2k}}{2\pi}, \quad B_k = \frac{(kv^+/2+4)\tilde{f}_{1k} - ((k/2+2)v^+-4)\tilde{f}_{1k}}{2\pi},$$

$$\Delta_1 = v^+v^+/2 - 16v^+ + 8.$$

В данном случае связь между функциями $f_1(\varphi)$ и $f_2(\varphi)$ такова:

$$(3v^+-4)\tilde{f}_{22} + (v^++4)\tilde{f}_{12} = 0. \quad (21)$$

Итак, решения поставленных выше задач получены в виде сходящихся рядов (11) и (12), коэффициенты которых определены в явном виде (14), (16), (18) и (20).

Заметим, что в ходе решения каждой из этих задач между граничными условиями на обводе диска возникает определённая связь, которая, как показывает дальнейшее исследование, имеет конкретный механический смысл – это условие статического равновесия диска в направлении оси ox . Т.е. система сил, приложенная или возникшая на обводе диска, самоуравновешена на оси ox . Этого и следовало ожидать, так как прижимающие штампы силы P_0 и P_α не участвуют в условии статического равновесия в направлении оси ox . Остальные уравнения статического равновесия удовлетворяются автоматически.

Как видно из (11), при любых условиях нагружения обвода диска напряжения в окрестности вершины радиальной трещины имеют особенность типа $r^{-1/2}$. Причём, степенная особенность напряжений обусловлена как первыми членами правой части формул (11), так и соответствующими членами рядов с множителями $r^{k/2-2}$ при $k=3$.

Коэффициенты при такой особенности в общем случае отличны от нуля. Однако, подходящим подбором внешних воздействий можно из решения (11) исключить и степенную особенность.

Принимая, например, в первой задаче

$$f_2(\varphi) = 0, \quad f_1(\varphi) = P \left[\delta\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right) + \delta\left(\varphi - \frac{3\pi}{2}\right) \right], \quad (22)$$

для коэффициентов Фурье получим

$$\tilde{f}_{2k} = 0, \quad (k=1, 2, 3, \dots), \quad \tilde{f}_{1k} = 2P \cos \frac{k\pi}{2} \cos \frac{k\pi}{4},$$

откуда следует

$$\tilde{f}_{11} = \tilde{f}_{12} = \tilde{f}_{13} = 0.$$

Таким образом, при граничных условиях (22) удовлетворяется соотношение (15), коэффициенты D_{-1} и B_3 становятся равными нулю, а в выражениях для напряжений исчезнут члены со степенными особенностями.

Отметим одно важное обстоятельство. В отличие от решения задач для кругового сектора с произвольным углом раствора α [2– 6], в решениях задач для кругового диска с радиальной трещиной отсутствуют особенности напряжений типа $r^{-1+\varepsilon}$, где $0 < \varepsilon < 0,5$ ($\varepsilon \rightarrow 0$ при $\alpha \rightarrow 2\pi$). Более того, в первой задаче для сектора [2] коэффициенты при такой особенности принимают отличные от нуля конечные значения, что, с точки зрения хрупкого разрушения, является наиболее опасным случаем. Тем самым, задачи для диска с радиальной трещиной в корне

отличаются от задач для сектора и предельным переходом невозможно достичь совпадения решений этих задач.

Покажем на одном примере те необходимые шаги, с помощью которых из решения задач для сектора можно получить соответствующее решение для диска с радиальной трещиной.

Рассмотрим случай, когда на дуговую часть контура сектора заданы перемещения [6]. Полагая в решении этой задачи $\alpha = 2\pi$, например, для нормального напряжения получим

$$\sigma_r = \frac{5}{4} D_{-1} r^{-1/2} \cos \varphi / 2 + 2D_0 + \frac{9}{4} D_1 r^{1/2} \cos \varphi / 2 - 2D_2 r \cos \varphi -$$

$$- B_2 \tilde{\lambda}_2 (\tilde{\lambda}_2 + 1) r^{-1} \cos \varphi + \sum_{k=3}^{\infty} \left[D_k \lambda_k (3 - \lambda_k) r^{\lambda_k - 1} + B_k \tilde{\lambda}_k (\tilde{\lambda}_k + 1) r^{\tilde{\lambda}_k - 1} \right] \cos \alpha_0 k \varphi,$$

где

$$D_2 = -\frac{E}{2\pi} \frac{\tilde{f}_{12} + \tilde{f}_{22}}{v^+ - 4}, \quad B_2 = \frac{E}{2\pi} \frac{\tilde{f}_{11}(v^+ + 4) + \tilde{f}_{22}(3v^+ - 4)}{v^+(v^+ - 4)}, \quad \tilde{\lambda}_2 = \frac{2\pi}{\alpha} - 1.$$

В выражении σ_r для диска с радиальной трещиной отсутствует слагаемое с множителем r^{-1} , а вместо D_2 имеем:

$$\frac{E}{\pi(v^+ + 4)} \tilde{f}_{22} \quad \text{или} \quad \frac{-E}{(3v^+ - 4)\pi} \tilde{f}_{12}.$$

Оба решения совпадут, если учесть условие (21), левая часть которого входит в числитель B_2 . Правда, в решении этой задачи для сектора слагаемое с множителем r^{-1} исчезает, благодаря множителю $\tilde{\lambda}_2$. Но в решении первой задачи для сектора, когда на дуговой части контура заданы внешние усилия, множитель $\tilde{\lambda}_2$ отсутствует и совпадение двух решений возможно только при повторном применении условий (15).

Заключение

1. В отличие от решения задач для кругового сектора с произвольным углом раствора α [2– 6], в решениях задач для кругового диска с радиальной трещиной отсутствуют особенности напряжений типа $r^{-1+\varepsilon}$, где $0 < \varepsilon < 0,5$ ($\varepsilon \rightarrow 0$ при $\alpha \rightarrow 2\pi$). При любых условиях нагружения обвода диска напряжения в окрестности вершины радиальной трещины имеют особенность типа $r^{-1/2}$.
2. Возникшие определённые связи между граничными условиями на обводе диска имеют конкретный механический смысл – это условия статического равновесия диска в направлении оси ox .

ЛИТЕРАТУРА

1. Williams M.L. Stress Singularities Resulting From Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extensions. // Journal of applied mechanics. 1952. December. P.526 – 528.
2. Саргсян А.М. Упругое равновесие кругового сектора при граничных условиях гладкого контакта на радиальных сторонах. // Актуальные проблемы механики сплошной среды. Труды международной конференции, посвящённой 95-летию академика НАН Армении Н.Х. Арутюняна, 25 – 28 сентября 2007, Цахкадзор, Армения. С. 368 – 372.
3. Саргсян А.М. Об упругом равновесии кругового сектора при граничных условиях гладкого контакта на радиальных сторонах. // Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Труды VII международной конференции, сентябрь 19 – 23, Горис – Степанакерт, 2008. С. 394 – 398.
4. Саргсян А.М. О равновесии кругового сектора при граничных условиях гладкого контакта на радиальных сторонах. // Изв. НАН Армении. Механика. 2010. №4. С.31-37.
5. Саргсян А.М. О влиянии типа граничных условий на дуговую часть контура кругового сектора на поведение напряжений в условиях гладкого контакта на радиальных сторонах.// Актуальные проблемы механики сплошной среды. Труды международной конференции, посвящённой 100-летию академика НАН Армении Н.Х. Арутюняна, 08 – 12 октября 2012, Цахкадзор, Армения. Т.2. С.171 – 175.
6. Саргсян А.М. О влиянии типа граничных условий на дуговую часть контура кругового сектора на поведение напряжений в условиях гладкого контакта на радиальных сторонах. Часть II. //Изв. НАН Армении. Механика, 2014. Т.67. №3. С.26–33.

Сведения об авторах:

Нерсисян Гриша Геворкович – к.ф.-м.н., доцент, Армянский Национальный Аграрный Университет,

Адрес: Армения, 0037, Ереван, пр.Азатутян, 7, кв.7.

Тел.: 20-68-79

Саргсян Азат Мкртычевич – к. ф.-м.н., ведущий научный сотрудник
Института механики НАН Армении

Адрес: 0019, Ереван, пр.Маршала Баграмяна, 24/2 .

Тел.: 52-48-90

Поступила в редакцию 18.02.2014