ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 67, №4, 2014 Механика

УДК 539.3

К ВОПРОСУ О СУММИРОВАНИИ УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ МАТЕРИАЛОВ

Симонян А.М., Арутюнян А.С., Акопян Э.А.

Ключевые слова: усталостное повреждение, гипотеза о суммировании.
Key words: fatigue, damage, summation hypothesis.

Սիմոնյան Ա.Մ., Հարությունյան Ա.Ս., Հակոբյան Է.Ա.
Նյութերի հոգնածային վնասվածքների գումարման մասին

Փորձ է արված տալ ավելի ընդհանրական մոտեցում հոգնածային վնասվածքների գումարման հարցին: Տրվել է բանաձև և նկարագրվել մոտեցում, որը հնարավորություն է տալիս, հոգնածային վնասվածքների գումարման ժամանակ հաշվի առնել բեռնվածքի ցիկլերի հաջորդականությունը, ինչպես նաև ցիկլերի միջև դադարը:

Simonyan A.M., Harutyunyan A.S., Hakobyan E.A.
On the problem of summation of fatigue damage

The present paper analyzes versions of hypothesis of damage summation as well as offers the model for calculating number of cycles to destruction under varying conditions of cyclic loading, on the base of results obtained under constant conditions of cyclic loading. In contrast to hypothesis of damage summation, the proposed hypothesis reflects the sequence of condition changes of cyclic loading and the influence of relaxation on the results calculated according to suggested model.

В работе анализируются варианты гипотезы суммирования повреждений и предлагается соотношение для расчёта количества циклов до разрушения при переменных условиях циклического нагружения на основе данных, полученных при постоянных условиях циклического нагружения. В отличие от гипотезы линейного суммирования повреждений, в предлагаемой гипотезе отражается последовательность изменений условий циклического воздействия, а также влияния отдыхов.

Как известно, любой кристаллический материал изначально содержит в себе множество несовершенств. Это точечные (вакансии кристаллической решетки) и линейные несовершенства (дислокационные петли), инородные включения, микротрещины и др. [1]. При действии касательных напряжений дислокации перемещаются, размножаются, согласно источнику Франка-Рида [2], выходят к микротрещинам и расширяют их, что в конечном итоге приводит к разрушению. При циклических воздействиях происходят те же процессы с большей скоростью. Изучение механизма разрушения позволяет дать объяснения процессу, однако определение длительности сопротивления материала циклическим воздействиям может быть определено лишь в результате проведения соответственного эксперимента. Разброс экспериментальных данных о числе циклов до разрушения очень велик и для него принимаются разные виды вероятностных распределений: нормальное распределение [3, 4], распределение Пирсона [5], распределение Вейбулла [3, 6] и др. Ниже будут рассматриваться усреднённые значения количеств циклов до разрушения N, соответствующих условиям циклического воздействия (нагрузки, степень асимметрии, частота, температура и т.д.).

При эксплуатации конструкций условия циклического нагружения обычно не являются неизменными, как правило, нагружение чередуется с разгрузкой. В условиях циклических воздействий, переменных во времени, обычно используется так называемая гипотеза суммирования усталостных повреждений [4,7-10], которая может быть записана так:

$$\sum D_i = 1, \tag{1}$$

где D_i – повреждение материала, накопленное на i - м режиме циклического нагружения.

Наиболее употребляемой является гипотеза линейного суммирования усталостных повреждений Пальмгрена - Майнера [6,7,19], согласно которой

$$D_i = \frac{n_i}{N_i}, \tag{2}$$

где n_i – количество циклов, осуществленных при i -ом режиме нагружения, N_i – общее количество циклов до разрушения при i -ом режиме, неизменном во времени.

В работе [6] приведены и другие выражения D_i:

$$D_i = \left(\frac{n_i}{N_i}\right)^c,\ D_i = 1 - \left(1 - \frac{n_i}{N_i}\right)^c,\ D_i = 1 - \left(1 - \frac{n_i}{N_i}\right)^c,\ D_i = B\frac{n_i}{N_i} - C\left(\frac{n_i}{N_i}\right)^2,$$
$$B = C + 1. \tag{3}$$

Отметим, что независимо от выбора выражения D_i, согласно гипотезе (1), на результаты испытания (количество циклов до разрушения) не должно влиять наличие отдыхов (остановки нагружения), а также очерёдность режимов испытания.

В работе [11] приводится модель Вулла, аналогичная модели Тайгея [6] и не соответствующая (1)

$$\frac{dD}{dn} = CD^m, \tag{4}$$

где C=$C(S(n))$ определяется условиями $S(n)$ циклического воздействия, соответственными циклу n. Соотношение (4) имеет смысл при 0<m<1, при этом для повреждения D получим:

$$D = \sqrt[1-m]{(1-m)\int_0^n C\big(S(n)\big)\,dn}. \tag{5}$$

Разрушение происходит на N -м цикле, соответствующем D = 1, то есть, при

$$\int_0^N C\big(S(n)\big)\,dn = \frac{1}{1-m}. \tag{6}$$

Согласно модели Тсай Г.С., Дойла Д.Ф. и Сана С.Т. [12], которую можно представить в виде

$$\frac{dD}{dn} = \frac{K\big(S(n)\big)}{(1-D)^\alpha}\ , \tag{7}$$

повреждение D выражается так:

$$D(n) = 1 - \left[1 - (\alpha+1)\int_0^n K\big(S(n)\big)\,dn\right]^{\frac{1}{1+\alpha}}, \tag{8}$$

Причём разрушение будет иметь на N -м цикле при выполнении следующего условия

$$\int_0^N K(S(n))\,dn = \frac{1}{1+\alpha}. \tag{9}$$

Хотя модели (4) и (7) не соответствуют (1), однако, согласно им, как и согласно гипотезе (1), последовательность режимов циклического нагружения не отражается на прогнозирование усталостного повреждения. Иначе говоря, если образец n_1 циклов находится в условиях усталостного нагружения S_1, а затем в условиях нагружения S_2, разрушился после n_2 циклов, то при n_2 циклов испытания в условиях нагружения S_2 и дальнейшем нагружении в условиях S_1 он должен разрушиться после n_1 циклов.

Следует отметить также и то, что согласно (1), а также (4) и (7), в случае циклического нагружения, чередующегося с разгрузкой (отдыхом), разрушение прогнозируется при количестве циклов, которое соответствовало разрушению при отсутствии отдыхов. Однако, как указано в [13], очерёдность режимов испытания существенно проявляется при испытании материалов. Кроме того, как показано, например, в работе [14] наличие отдыхов существенно влияет на общее количество циклов до разрушения.

Возможно, это обстоятельство связано с возвратом свойств, заключающимся в восстановлении структуры деформированного материала во времени [15,16], что приводит к уменьшению концентрации напряжений и к "залечиванию" дефектов. Отметим, что аналогичная ситуация имеет место при двухстадийной ползучести, когда обнаруживается "нормальное нарушение коммутативности" [17].

В настоящей работе делается попытка уточнения гипотезы суммирования повреждений способом, в некоторой мере, аналогичным использованию теории наследственности [18] с экспоненциальным ядром, описывающей затухающую память материала предыдущим нагружением.

Запишем гипотезу линейного суммирования усталостных повреждений в виде

$$\int_0^Q \frac{dx}{N(S(x))} = 1, \tag{10}$$

где $N(S)$ – количество циклов до разрушения при постоянном режиме S циклического нагружения, Q – количество циклов до разрушения при изменении режимов нагружения, определяемом функцией $S(x)$. Очевидно, при постоянстве режима нагружения $S(x) = S_0$ будем иметь $Q = N(S_0)$.

Ниже рассмотрим соотношение

$$\int_0^Q \frac{1-\beta\left[1-\alpha x e^{-\alpha(Q-x)}\right]}{N(S(x))}dx + \frac{\beta}{\alpha}\frac{1-e^{-\alpha Q}}{Q} = 1, \tag{11}$$

где $\alpha \geq 0$ и β – некоторые параметры, определяемые из экспериментов. Фактически, здесь суммируемость повреждений распространяется на $1-\beta$, а значение α может быть уподоблено скорости возврата.

При $\beta = 0$ соотношение (11) вырождается в (10). Отметим, что при устремлении α к нулю, из соотношения (11) вновь получим (10).

При неизменном режиме усталостного нагружения $S(x) = S_0$ из соотношения (11) при любых значениях α и β получим $Q = N(S_0)$. Таким образом, разница между соотношениями (10) и (11) обнаруживается лишь при переменном режиме нагружения.

Ниже рассмотрим прогнозирование усталостного разрушения, согласно соотношениям (10) и (11). Положим, что нагружение осуществляется по следующей программе:

$$S(x) = \begin{cases} S_1 \text{ при } 0 < x < n_1, \\ S_2 \text{ при } n_1 < x. \end{cases} \qquad (12)$$

Сделаем следующие обозначения: $N_1 = N(S_1)$ – количество циклов до разрушения при испытании по неизменному режиму S_1; $N_2 = N(S_2)$ – то же, по режиму S_2; Q – количество циклов до разрушения для программы нагружения (12), согласно соотношению (11); Q_0 – количество циклов до разрушения для программы нагружения (12), согласно соотношению (10).

Соответственно программе изменения нагружения (12), получим:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{Q - n_1}{N_2} =$$

$$= 1 - \beta \left[\begin{array}{c} \left(1 - e^{-\alpha(Q - n_1)}\right)\left(\left(\frac{1}{N_2} - \frac{1}{N_1}\right)n_1 - \frac{1}{\alpha N_2}\right) + \frac{1}{\alpha Q}\left(1 - e^{-\alpha Q}\right) + \\ + \frac{e^{-\alpha Q}}{\alpha N_1}\left(1 + e^{\alpha n_1}\alpha n_1\right) \end{array} \right], \qquad (13)$$

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{Q_0 - n_1}{N_2} = 1.$$

Рассмотрим теперь усталостное нагружение при изменении последовательности режимов S_1 и S_2:

$$S(x) = \begin{cases} S_2 \text{ при } 0 < x < n'_2, \\ S_1 \text{ при } n'_2 < x. \end{cases} \qquad (14)$$

Обозначим общее количество циклов до разрушения по программе (14) через $Q' = n_1 + n'_2$. Согласно (11) будем иметь следующее:

$$\frac{n_1}{N_1} + \frac{Q' - n_1}{N_2} = 1 - \beta \left[\begin{array}{c} \left(1 - e^{-\alpha n_1}\right)\left(\left(\frac{1}{N_1} - \frac{1}{N_2}\right)(Q' - n_1) - \frac{1}{\alpha N_1}\right) + \\ \frac{1}{\alpha Q'}\left(1 - e^{-\alpha Q}\right) + \frac{e^{-\alpha Q'}}{\alpha N_2}\left(1 + e^{\alpha(Q' - n_1)}\alpha(Q' - n_1)\right) \end{array} \right]. \qquad (15)$$

Используя (13) и (15), можно сравнить количество циклов до разрушения, согласно программам (12) и (14), также выражения (13) и (15) дают принципиальную возможность определения значений α и β, если известны значения N_1 и N_2 в соответствии с программами экспериментов (12) и (14).

Ниже рассмотрим упрощённый вариант (11), соответствующий $\alpha \to \infty$:

$$(1 - \beta)\int_0^Q \frac{dx}{N(S(x))} + \frac{\beta Q}{N(S(Q))} = 1, \qquad (16)$$

где $N(S(Q))$ – количество циклов до разрушения при неизменном режиме S, соответствующем циклу в момент разрушения N.

Соотношение (16) даёт возможность анализа момента разрушения при различных ступенчатых изменениях $S(x)$. Например, согласно (12), будем иметь:

$$\frac{n_1}{N_1}+\frac{Q-n_1}{N_2}=1-\beta n_1\left(\frac{1}{N_2}-\frac{1}{N_1}\right). \qquad (17)$$

Сравнивая (17) со вторым выражениям (13), можем заключить, что если режим S_1 менее нагружённый, чем S_2 ($N_1>N_2$), то при $\beta > 0$ в правой части (17) будем иметь величину, меньшую 1, и, следовательно, $Q < Q_0$, то есть разрушение произойдет при меньшем количестве циклов, чем это прогнозируется гипотезой линейной суммируемости повреждений.

Значение коэффициента β может быть определено из полученного из экспериментов значения общего количества циклов Q до разрушения, согласно программе (12) по формуле:

$$\beta=1-\frac{N_1}{n_1}\frac{Q-N_2}{N_1-N_2}. \qquad (18)$$

Ниже рассмотрим описание соотношением (16) временной разгрузки (отдыха), согласно следующей программе нагружения:

$$S(n)=\begin{cases}S_0 & 0<n<n_1,\\ 0 & n_1<n<n_2,\\ S_0 & n_2<n.\end{cases} \qquad (19)$$

Согласно (16), получим:

$$Q=N_1+(1-\beta)(n_2-n_1). \qquad (20)$$

Коэффициент β может быть определён из испытания по программе (19) по формуле:

$$\beta=1-\frac{Q-N_1}{n_2-n_1}. \qquad (21)$$

Согласно гипотезе суммирования повреждений (10), вместо (20) имеем:

$$Q=N_1+n_2-n_1. \qquad (22)$$

Экспериментальные данные показывают, что при ступенчатом изменении режима испытания от менее нагружённого до более нагружённого ($N_1 > N_2$), разрушение происходит при меньшем числе циклов (Q), чем это прогнозируется гипотезой линейного суммирования повреждений и что соответствует $\beta > 0$ в соотношении (16). В данной ситуации ступенчатая разгрузка должна отрицательно отразиться на сопротивление материала, так как согласно (20) разрушение произойдёт быстрее, чем это прогнозируется гипотезой суммирования (22).

В заключение отметим, что соотношение (17) является более общим, чем гипотеза суммирования повреждений (10). Она даёт возможность прогнозировать усталостное разрушение в тех случаях, когда гипотеза суммирования не подтверждается экспериментом, при изменяющихся режимах нагружения, так как в этом случае может быть определён параметр β, устраняющий различие экспериментальных данных с теоретическими.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лахтин Ю.М., Леонтьев В.П. Материаловедение. М.: Машиностроение, 1980. 493с.
2. Коттрелл А.Х. Дислокации и пластическое течение в кристаллах. М.: Металуриздат,1968.

3. Хастингс Н., Пикок Д. Справочник по статистическим распределениям. М.: Статистика, 1980. 94с.
4. Серенсен С.В. О накоплении усталостного повреждения и запас прочности при переменной напряжённости случайного характера. Усталостная прочность материалов и элементов. Материалы конференции. Warszawa 1961. S.22-26.
5. Кендалль М.Д., Стюарт А. Теория распределений. М.: Наука, 1966.
6. Xiong J.J. and Shenoi R.A. The new practical models for estimating reliability-based fatigue strength of composites. Journal of composite materials 2004 N1. p.1187-1209.
7. Стрижиус В.С. Современные теории усталости элементов композитных авиаконструкций. //Полёт. 2013. №4. С.11-19.
8. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. М.: Мир, 1984. 624с.
9. Robinson E.L. Effecst of temperature variation on the long rupture strength of steels. Trans ASME. 1952.v.74 N5. p.777-781.
10. Леметр П., Пламтри А. Применение понятия повреждаемости для расчёта разрушения в условиях одновременной усталости и ползучести. // Теоретические основы инженерных расчётов. 1979. №3. С.124-134.
11. Woll R.P. Material damage in polymer. Workshop on a continuum mechanics Approach to Damage and Life Prediction, Carrollton, Kentucky USA, 1980. pp. 28-35.
12. Tsai G.C., Doyle J.F. and Sun C.T. Frequency Effects on the fatigue life and damage of graphite/epoxy composite. Journal of Composite Materials. 1987.21. p. 2-13
13. Арутюнян Р.А. Проблема деформационного старения и длительного разрушения в механике материалов. С-Петербург: Изд-во СПбГУ, 2004. 253с.
14. Кеннеди А.Дж. Ползучесть и усталость в металлах. М.: Металлургия, 1965. 312с.
15. Перриман Э.Ч.У. Возврат механических свойств. Ползучесть и возврат. М.: Металлургиздат, 1961. С.127-165.
16. Грант Н.Дж., Чаудхури А.Р. Ползучесть и разрушение. Ползучесть и возврат. М.: Металлургиздат, 1961. С.326-392.
17. Симонян А.М. Некоторые вопросы ползучести. Ереван: Гитутюн, 1999. 260с.
18. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. М.: Наука, 1966. 742с.
19. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. М.: Наука, 1974. 312 с.

Сведения об авторах:

Симонян Арег Михайлович – вед. научный сотрудник Института механики НАН РА
Тел.: (+374) 93 457 086; **E-mail**: simonyanareg@mail.ru

Арутюнян Арам Симонович – инженер - исследователь
Тел.: (+374) 77 363 368; **E-mail**: aramasp@mail.ru, aramasp@gmail.com

Акопян Эдвин Арамаисович – магистр
Тел.: (+374) 94 650 656; **E-mail**: edvin-hakobyan@mail.ru

Поступила в редакцию 03.03.2014