

**СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ, СЛОИСТОЙ,
ФЕРРОМАГНИТНОЙ СТРУКТУРЕ С УЧЁТОМ ОБМЕННОГО
ЭФФЕКТА**

Даноян З.Н., Атоян Л.А., Саакян С.Л., Даноян Н.З.

Ключевые слова: спиновые волны, периодическая ферромагнитная слоистая структура, обменное взаимодействие.

Key words: spin waves, layered ferromagnetic periodic structure, exchange interaction.

Դանոյան Զ. Ն., Աթոյան Լ. Ա., Սահակյան Ս. Լ., Դանոյան Ն.Զ.

Սպինային ալիքները շերտավոր պարբերական ֆերոմագնիտական կառուցվածքում փոխանակային էֆեկտի առկայությամբ

Ֆերոմագնիտական շերտավոր պարբերական կառուցվածքում, փոխանակային էֆեկտի առկայությամբ ուսումնասիրվում են սպինային ալիքների գոյության և տարածման առանձնահատկությունները: Գտնվել են խնդրի դիսպերսիոն առնչությունը և հաճախությունների այն տիրույթները, երբ գոյություն ունի ալիքային պրոցես, ինչպես նաև բացահայտված են արգելափակված գոտիները:

Danoyan Z.N., Atoyan L.H., Sahakyan S.L., Danoyan N.Z.

Spin waves in periodic layered ferromagnetic structure when exchange effect is considered

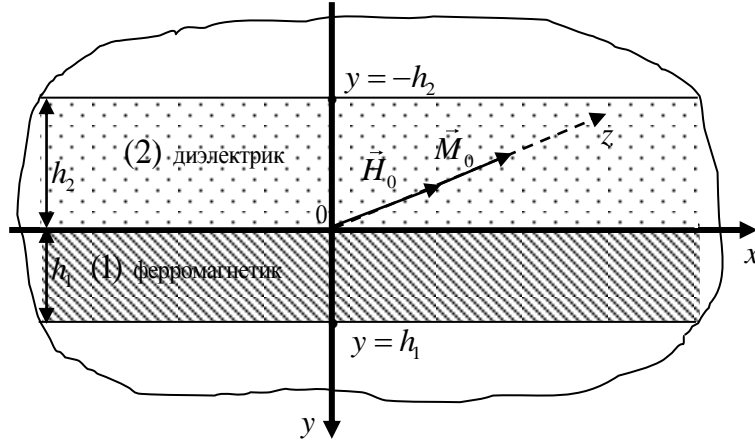
The problems of existence and propagation of spin waves in a layered periodic ferromagnetic structure taking into account exchange effect are investigated. The dispersion relations, frequencies bands of existence and band gaps are derived.

В работе исследуются вопросы существования и распространения спиновых волн в слоистой, периодической, ферромагнитной структуре с учётом обменного эффекта. Найдено дисперсионное соотношение и установлены области частот существования волн, а также запрещённые зоны, где нет волнового процесса.

1. Введение. В последние годы всё большее внимание исследователей стали привлекать вопросы распространения спиновых волн в слоистых, периодических, ферромагнитных структурах. По аналогии с фотонными и фононными (photonic, phononic) кристаллами их стали называть магنونными кристаллами (magnonic crystals) или магнитными сверхрешётками (magnetic superlattices) [13, 18, 20- 22]. В рассматриваемых задачах спиновые волны выступают в качестве носителей информации, при этом, вместе с вопросами существования и распространения этих волн особое внимание уделяется исследованию условий, при которых волновой процесс невозможен, т.е. существуют запретные полосы в частотном спектре исследуемых волн (band gaps), что является следствием ряда факторов в том числе и периодичности среды. Поэтому, как уже более подробно говорилось в наших предыдущих работах [4, 7,-9, 18], они находят широкое применение во многих областях современной техники. Много исследований посвящены также поверхностным спиновым и упругоспиновым волнам в слоистых средах [1, 2, 5, 10-16, 20-22], которые интересны и тем, что нет взаимности, т.е. нет симметрии при распространении волн в противоположных направлениях.

В настоящей работе учитывается, не учтённый ранее нами, эффект обменного взаимодействия в ферромагнитной среде.

2. Постановка задачи. Пусть задана периодическая слоистая структура, состоящая из бесконечно чередующихся ферромагнитных слоёв толщины h_1 и скреплённых с ними диэлектрическими слоями толщины h_2 . Структура отнесена к прямоугольной декартовой системе координат $Oxyz$, как показано на фиг.1. Предполагается, что оси анизотропии лёгкого намагничивания ферромагнитных слоев параллельны друг другу и совпадают с направлением оси Oz .



Фиг.1. Ячейка периодичности ферромагнитной конструкции.

Предположим, что рассматриваемая структура находится во внешнем постоянном магнитном поле \vec{H}_0 и во всех ферромагнитных слоях объёмная плотность намагниченности $\vec{M}_0 = \rho_1 \vec{\mu}_0$ ($\vec{\mu}_0$ – плотность намагниченности на единицу массы, ρ_1 – массовая плотность ферромагнетика) одинакова и параллельна магнитному полю \vec{H}_0 и оба вектора направлены по оси лёгкого намагничивания, т.е. по оси Oz . Рассмотрим случай, когда возмущения в структуре не зависят от координаты z и характеризуются магнитным моментом $\vec{\mu} = (\mu_1(x, y, t), \mu_2(x, y, t), 0)$ и магнитостатическим потенциалом $\varphi_1(x, y, t)$ в ферромагнитном слое, а в диэлектрическом слое – магнитостатическим потенциалом $\varphi_2(x, y, t)$, причём

$$\vec{H}_1 = -\text{grad}\varphi_1, \quad \vec{H}_2 = -\text{grad}\varphi_2, \quad (2.1)$$

где \vec{H}_1 и \vec{H}_2 – возмущения напряжённости магнитного поля в ферромагните и диэлектрике, соответственно.

Ставится задача: на основе линеаризованных уравнений и соотношений, описывающих спиновой волновой процесс в непроводящих ферромагнитных средах [1, 2, 5], найти условия существования и распространения в вышеописанной периодической структуре спиновых волн при соответствующих контактных условиях и при граничных условиях типа Блоха-Флоке [13, 18, 21, 22] на границах ячейки периодичности рассматриваемой бесконечной структуры. Такие волны в литературе иногда называются квазипериодическими. Кроме того, исследуется вопрос

существования, так называемых запретных полос в спектре частот (band gaps). Ячейка периодичности нашей конструкции занимает область $-h_2 \leq y \leq h_1$. Из теории Флоке известно, что достаточно изучить волновой процесс только в одной ячейке периодичности бесконечной периодической структуры, чтобы иметь представление о волновом процессе во всей структуре.

3. Уравнения в слоях, контактные условия между слоями и условия Блоха-Флоке на границах ячейки. Волновое поле в ферромагнитном и диэлектрическом слоях рассматриваемой ячейки периодичности, с учётом обменных эффектов, описывается уравнениями:

а) **Уравнения, описывающие волновой процесс в ферромагнитном слое $0 \leq y \leq h_1$ (уравнения движения намагниченности, квазистатические уравнения Максвелла для магнитного поля) :**

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_1 &= \rho_1 \left(\frac{\partial\mu_1}{\partial x} + \frac{\partial v_1}{\partial y} \right), \\ \frac{\partial\mu_1}{\partial t} &= \Omega_M \left(\rho_1^{-1} \frac{\partial\varphi_1}{\partial y} + \hat{b}v_1 - \lambda\Delta v_1 \right), \\ \frac{\partial v_1}{\partial t} &= -\Omega_M \left(\rho_1^{-1} \frac{\partial\varphi_1}{\partial x} + \hat{b}\mu_1 - \lambda\Delta\mu_1 \right), \end{aligned} \quad (3.1)$$

где

$$\hat{b} = b + \chi_0^{-1}, \quad \chi_0 = M_0/H_0, \quad \Omega_M = \gamma_0 M_0,$$

$\gamma_0 = 1.76 \cdot 10^7$ (Э · с)⁻¹ – гирромагнитное отношение, χ_0 – коэффициент магнитной восприимчивости, b – постоянная магнитной анизотропии, λ – обменная постоянная, φ_1 – магнитостатический потенциал магнитного поля в ферромагнетике.

б) **Уравнения магнитостатики в диэлектрике, в области $-h_2 \leq y \leq 0$:**

$$\nabla^2\varphi_2 = 0, \quad (3.2)$$

где φ_2 – магнитостатический потенциал магнитного поля в диэлектрике.

в) **Контактные условия между слоями ячейки при $y = 0$ ($-\infty < x < +\infty$):**

$$\varphi_1 = \varphi_2, \quad \frac{\partial\varphi_1}{\partial y} - \rho_1 v_1 = \frac{\partial\varphi_2}{\partial y}, \quad \mu_1 = 0, \quad v_1 = 0, \quad (3.3)$$

здесь первое условие – это условие непрерывности магнитостатического потенциала на границе, второе – условие непрерывности нормальной составляющей напряжённости магнитного поля, последних два условия – это так называемые условия закрепления Киттеля (pinning) магнитных моментов на границе. Заметим, что условия закрепления магнитных моментов необходимо потребовать также и на другой границе ферромагнитного слоя при $y = h_1$:

$$\mu_1(h_1) = 0, \quad v_1(h_1) = 0. \quad (3.4)$$

г) **Граничные условия типа Блоха-Флоке на границах ячейки периодичности $y = h_1, y = -h_2$:**

$$\varphi_1(h_1) = \ell\varphi_2(-h_2), \quad \frac{\partial\varphi_1(h_1)}{\partial y} - \rho_1 v_1(h_1) = \ell \frac{\partial\varphi_2(-h_2)}{\partial y}, \quad (3.5)$$

где ℓ – параметр Флоке:

$$\ell = e^{iqa}, \quad a = h_1 + h_2, \quad (3.6)$$

a – длина ячейки (период конструкции), q – усреднённая по периоду конструкции компонента волнового вектора, перпендикулярного к поверхностям слоёв конструкции, называемая волновым числом Блоха-Флоке [29, 31].

4. Решение задачи в виде плоских волн. Решение системы уравнений (3.1) в ферромагните будем искать в виде плоских волн:

$$(\mu_1, \nu_1, \varphi_1) = (\tilde{\mu}, \tilde{\nu}, \tilde{\varphi}) e^{ry} e^{i(\omega t - px)}, \quad (4.1)$$

$\tilde{\mu}, \tilde{\nu}, \tilde{\varphi}, r$ – постоянные, p и ω заданы и положительны.

Подставив (4.1) в (3.1) и выписав условия существования ненулевых решений полученной однородной алгебраической системы, мы получим характеристическое уравнение нашей системы и поскольку она определяет связь между волновым числом и частотой волны, то её будем называть дисперсионным соотношением:

$$(r^2 - p^2) \left\{ \Omega^2 - [\hat{b} - \lambda(r^2 - p^2)] (1 + \hat{b} - \lambda(r^2 - p^2)) \right\} = 0, \quad (4.2)$$

где $\Omega = \frac{\omega}{\gamma_0 M_0}$.

Равенство (4.2) выполняется при условиях:

$$r_1^\pm = \pm p, \quad r_2^\pm = \pm p\beta_1, \quad r_3^\pm = \pm p\beta_2 \quad (4.3)$$

где

$$\beta_1 = \sqrt{1 + \frac{\Omega_{DE} - \sqrt{\Omega^2 + 1/4}}{\lambda p^2}}, \quad \beta_2 = \sqrt{1 + \frac{\Omega_{DE} + \sqrt{\Omega^2 + 1/4}}{\lambda p^2}}, \quad (4.4)$$

$\Omega_{DE} = \hat{b} + 1/2$ – частота Дэймона-Эшбаха, характеризующая поверхностную спиновую волну, которая распространяется в недеформируемом ферромагнитном полупространстве, без учёта обменного эффекта [1, 5].

Таким образом, общее решение задачи (3.1) представляется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \left[\tilde{\varphi}_1^\pm e^{\pm py} + \tilde{\varphi}_2^\pm e^{\pm p\beta_1 y} + \tilde{\varphi}_3^\pm e^{\pm p\beta_2 y} \right] e^{i(\omega t - px)}, \\ \mu_1 &= \left[\tilde{\mu}_1^\pm e^{\pm py} + \tilde{\mu}_2^\pm e^{\pm p\beta_1 y} + \tilde{\mu}_3^\pm e^{\pm p\beta_2 y} \right] e^{i(\omega t - px)}, \\ \nu_1 &= \left[\tilde{\nu}_1^\pm e^{\pm py} + \tilde{\nu}_2^\pm e^{\pm p\beta_1 y} + \tilde{\nu}_3^\pm e^{\pm p\beta_2 y} \right] e^{i(\omega t - px)}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Выше, например, под $\tilde{\nu}_1^\pm e^{\pm py}$ подразумевается сумма $\tilde{\nu}_1^+ e^{py} + \tilde{\nu}_1^- e^{-py}$, причём амплитуды связаны следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \tilde{\mu}_1^\pm &= \frac{ip}{\rho_1 (\hat{b} \mp \Omega)} \tilde{\varphi}_1^\pm, \quad \tilde{\mu}_2^\pm = \frac{ip}{\rho_1} \left(\mp \frac{\beta_1 \Omega}{\sqrt{\Omega^2 + 1/4} - 1/2} - 1 \right) \tilde{\varphi}_2^\pm, \\ \tilde{\mu}_3^\pm &= \frac{ip}{\rho_1} \left(\pm \frac{\beta_2 \Omega}{\sqrt{\Omega^2 + 1/4} + 1/2} - 1 \right) \tilde{\varphi}_3^\pm, \quad \tilde{\nu}_1^\pm = \frac{p}{\rho_1 (\hat{b} \mp \Omega)} \tilde{\varphi}_1^\pm, \\ \tilde{\nu}_2^\pm &= \frac{ip}{\rho_1} \left(\frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2 + 1/4} - 1/2} \pm \beta_1 \right) \tilde{\varphi}_2^\pm, \quad \tilde{\nu}_3^\pm = \frac{ip}{\rho_1} \left(-\frac{\Omega}{\sqrt{\Omega^2 + 1/4} + 1/2} \pm \beta_2 \right) \tilde{\varphi}_3^\pm, \end{aligned} \quad (4.6)$$

которые следуют из системы (3.1).

Далее найдём решение уравнения (3.2) в диэлектрике. Решение будем искать в виде $\varphi_2 = \tilde{\Phi} e^{sy} e^{i(px-\omega t)}$, где $\tilde{\Phi}$ и s – постоянные. Характеристическое уравнение представляется так:

$$s^2 = p^2, \quad (4.7)$$

т.е. $s^\pm = \pm p$. Как видим, характеристические числа s^\pm и r_1^\pm совпадают. Следовательно, общее решение уравнения (3.2) имеет следующий вид:

$$\varphi_2 = (\tilde{\Phi}^+ e^{py} + \tilde{\Phi}^- e^{-py}) e^{i(\omega t - px)}. \quad (4.8)$$

Здесь $\tilde{\Phi}^\pm$ – постоянные.

Подставляя решения (4.5), (4.8) в контактные и граничные условия (3.3), (3.4) и (3.5) с учётом соотношений (4.4) и (4.6), мы приходим к системе линейных однородных уравнений относительно восьми неизвестных амплитуд $\tilde{\Phi}_1^\pm$, $\tilde{\Phi}_2^\pm$, $\tilde{\Phi}_3^\pm$, $\tilde{\Phi}^\pm$:

$$\begin{aligned} & \tilde{\Phi}_1^+ + \tilde{\Phi}_1^- + \tilde{\Phi}_2^+ + \tilde{\Phi}_2^- + \tilde{\Phi}_3^+ + \tilde{\Phi}_3^- - \tilde{\Phi}^+ - \tilde{\Phi}^- = 0, \\ & \frac{\hat{b} - \Omega + 1}{\hat{b} - \Omega} \tilde{\Phi}_1^+ - \frac{\Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} \tilde{\Phi}_2^+ + \frac{\Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} \tilde{\Phi}_3^+ - \tilde{\Phi}^+ - \\ & - \frac{\hat{b} + \Omega + 1}{\hat{b} + \Omega} \tilde{\Phi}_1^- - \frac{\Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} \tilde{\Phi}_2^- + \frac{\Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} \tilde{\Phi}_3^- + \tilde{\Phi}^- = 0, \\ & \frac{1}{\hat{b} - \Omega} \tilde{\Phi}_1^+ + \left(\frac{-\beta_1 \Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} - 1 \right) \tilde{\Phi}_2^+ + \left(\frac{\beta_2 \Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} - 1 \right) \tilde{\Phi}_3^+ + \\ & + \frac{1}{\hat{b} + \Omega} \tilde{\Phi}_1^- + \left(\frac{+\beta_1 \Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} - 1 \right) \tilde{\Phi}_2^- + \left(\frac{\beta_2 \Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} - 1 \right) \tilde{\Phi}_3^- = 0, \\ & \frac{-1}{\hat{b} - \Omega} \tilde{\Phi}_1^+ + \left(\frac{\Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} + \beta_1 \right) \tilde{\Phi}_2^+ + \left(\frac{-\Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} + \beta_2 \right) \tilde{\Phi}_3^+ + \\ & + \frac{1}{\hat{b} + \Omega} \tilde{\Phi}_1^- + \left(\frac{\Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} - \beta_1 \right) \tilde{\Phi}_2^- + \left(\frac{-\Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} - \beta_2 \right) \tilde{\Phi}_3^- = 0, \\ & e^{ph_1} \tilde{\Phi}_1^+ + e^{p\beta_1 h_1} \tilde{\Phi}_2^+ + e^{p\beta_2 h_1} \tilde{\Phi}_3^+ - \ell e^{-ph_2} \tilde{\Phi}^+ + \\ & + e^{-ph_1} \tilde{\Phi}_1^- + e^{-p\beta_1 h_1} \tilde{\Phi}_2^- + e^{-p\beta_2 h_1} \tilde{\Phi}_3^- - \ell e^{ph_2} \tilde{\Phi}^- = 0, \\ & \frac{\hat{b} - \Omega + 1}{\hat{b} - \Omega} e^{ph_1} \tilde{\Phi}_1^+ - \frac{\Omega e^{p\beta_1 h_1}}{\tilde{\Omega} - 1/2} \tilde{\Phi}_2^+ + \frac{\Omega e^{p\beta_2 h_1}}{\tilde{\Omega} + 1/2} \tilde{\Phi}_3^+ - \ell e^{-ph_2} \tilde{\Phi}^+ - \\ & - \frac{\hat{b} + \Omega + 1}{\hat{b} + \Omega} e^{-ph_1} \tilde{\Phi}_1^- - \frac{\Omega e^{-p\beta_1 h_1}}{\tilde{\Omega} - 1/2} \tilde{\Phi}_2^- + \frac{\Omega e^{-p\beta_2 h_1}}{\tilde{\Omega} + 1/2} \tilde{\Phi}_3^- - \ell e^{ph_2} \tilde{\Phi}^- = 0, \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$\begin{aligned}
& \frac{e^{p h_1}}{\hat{b} - \Omega} \tilde{\Phi}_1^+ + \left(\frac{-\beta_1 \Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} - 1 \right) e^{p \beta_1 h_1} \tilde{\Phi}_2^\pm + \left(\frac{\beta_2 \Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} - 1 \right) e^{p \beta_2 h_1} \tilde{\Phi}_3^\pm + \\
& + \frac{e^{-p h_1}}{\hat{b} + \Omega} \tilde{\Phi}_1^- + \left(\frac{\beta_1 \Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} - 1 \right) e^{-p \beta_1 h_1} \tilde{\Phi}_2^\mp + \left(\frac{-\beta_2 \Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} - 1 \right) e^{-p \beta_2 h_1} \tilde{\Phi}_3^\mp = 0, \\
& \frac{-e^{p h_1}}{\hat{b} - \Omega} \tilde{\Phi}_1^+ + \left(\frac{\Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} + \beta_1 \right) e^{p \beta_1 h_1} \tilde{\Phi}_2^+ + \left(\frac{-\Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} + \beta_2 \right) e^{p \beta_2 h_1} \tilde{\Phi}_3^+ + \\
& + \frac{e^{\pm p h_1}}{\hat{b} + \Omega} \tilde{\Phi}_1^\mp + \left(\frac{\Omega}{\tilde{\Omega} - 1/2} - \beta_1 \right) e^{-p \beta_1 h_1} \tilde{\Phi}_2^\mp + \left(\frac{-\Omega}{\tilde{\Omega} + 1/2} - \beta_2 \right) e^{-p \beta_2 h_1} \tilde{\Phi}_3^\mp = 0.
\end{aligned}$$

Здесь для краткости введено обозначение $\tilde{\Omega} = \sqrt{\Omega^2 + 1/4}$. Из условия существования ненулевого решения системы (4.9), т.е. равенства нулю её детерминанта, следует характеристическое уравнение, которое имеет следующий вид:

$$\ell^2 - 2f\ell + 1 = 0. \quad (4.10)$$

Выражение для f ввиду чрезмерной громоздкости мы опускаем. Далее, подставляя параметр $\ell = e^{iqa}$ в (4.10), получим дисперсионное уравнение волн Блоха-Флоке:

$$\cos qa = f, \quad (4.11)$$

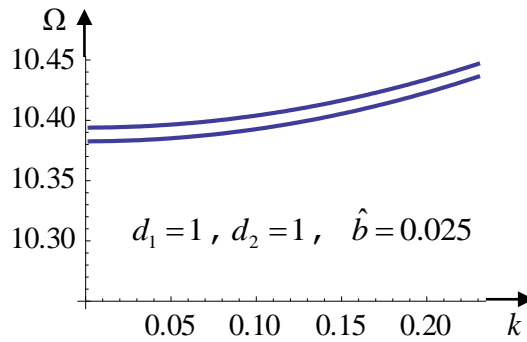
если q , p и Ω таковы, что имеет место неравенство:

$$|f| > 1, \quad (4.12)$$

то волнового процесса Блоха-Флоке нет. Полоса частот в спектре, где нет волнового процесса, называется запрещённой полосой, или полосой непропускания. Отметим, что уравнение (4.10) при $|f| \leq 1$ представляет собой зависимость частот волн Блоха-Флоке от их волнового числа q в полосе пропускания. Указанная зависимость является следствием периодичности среды, поскольку в случаях бесконечной или полубесконечной сред такой зависимости нет. Введём обозначения, которые в дальнейшем будут использованы при построении графиков:

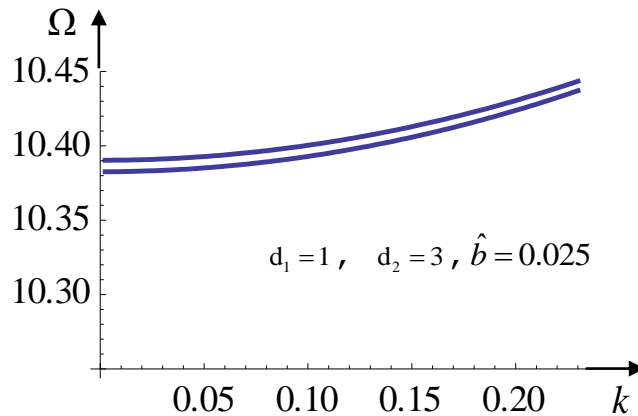
$$k = \sqrt{\lambda} p, \quad d_1 = \frac{h_1}{\sqrt{\lambda}}, \quad d_2 = \frac{h_2}{\sqrt{\lambda}}.$$

На фиг. 2, 3 для различных толщин слоёв конструкции d_1 и d_2 , на плоскости Ω, k представлены области существования волн Блоха-Флоке и области запрещённые, т.е.



Фиг.2.

области, где такого волнового процесса нет. Тонкие области между полученными кривыми на фиг. 2 и 3 являются областями существования спиновых волн Блоха-Флоке, вне этих полос нет таких волн.



Фиг.3.

Анализ кривых, изображённых на фигурах 2, 3, даёт нам основание утверждать, что ширина полосы существования искомым волн, в случае, когда толщины слоёв равны, наибольшая.

На основе результатов этой работы будет решаться упруго-спиновая задача.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта N SCS 13-2C097.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368 с.
2. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Мир, 1991. 560 с.
3. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н. Электромагнитоупругие волны. Ереван: Изд. ЕГУ, 2006. 492 с.
4. Даноян З.Н., Атоян Л.А. Отражение спиновых волн от границы ферромагнитной среды при обобщённых граничных условиях. //Изв. НАН Армении. Механика. 2010. Т.63. №2. С.34-40.
5. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и ферромагнетиках. М.: Наука, 1973. 560 стр.
6. Danoyan Z.N., Piliposian G.T., Hasanyan D.J. Reflection of spin and spin-elastic waves at the interface of a ferromagnetic half space. Waves in Random and Complex Media. -Vol. 19. No. 4. November 2009, p. 567-584.
7. Даноян З.Н., Атоян Л.А., Даноян Н.З. Магнитное состояние ферромагнитного полупространства при внешнем линейном возмущении магнитного потенциала. //Изв. НАН Армении. Механика. 2011. Т.64. №3. С.46-53.
8. Даноян З.Н., Атоян Л.А., Даноян Н.З. Задача типа Лэмба для спинового ферромагнитного полупространства. //Труды 7-ой межд.конф.: “Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред”. Горис-Степанакерт, 2011, с.60-65.
9. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н., Манукян Г.А., Атоян Л.А. Отражение спиновых (магнитных) волн от границы ферромагнитного полупространства. // Тр. VI межд.конф. Сентябрь, Горис-Степанакерт, 2008, с. 115-125.

10. Damon R. W., Eshbach J. R., Magneto static modes of a ferromagnetic slab. //J. Phys. Chem. Solids, 19, p.308-320.
11. Maugin G. A., Hakmi A. Magnetoelastic surface waves in elastic ferromagnets. //J. Acoust. Soc. Amer., 77, p.1010-1026.
12. Hasanyan D.J., Bagdasaryan G.E., Danoyan Z.N., Sahakyan S.L. The vibration of the piecewise-homogeneous ferromagnetic space with a crack.– Proceedings of ISTC of International Seminar, Yerevan, 2000, pp. 89-92.
13. Gulyaev Yu.V., Nikitov S.A. Magnonic crystals and spin waves in periodic structures. Doklady Physics, vol.46, No. 10, 2001, pp. 469-471.
14. Danoyan Z. N., Chazaryan K. B., Piliposyan G. T. Surface gap wave propagation in layered electro-magneto-elastic structures.-Waves in Random and Complex Media., Vol.19, No. 3, August 2009, pp. 521-534.
15. Danoyan Z.N., Piliposian G.T. Surface Electro-Elastic Love Waves in a Layered structure with a piezoelectric substrate and a dielectric Layer. -International journal of solids and structures. 44 (2007), pp. 5829-5847.
16. Piliposyan G.T., Danoyan Z. N. Surface electro-elastic Love waves in a layered structure with a piezoelectric substrate and two isotropic layers. Int. Journal of solids and structures. 46 (2009), pp.1345-1353.
17. Danoyan Z.N., Piliposian G.T., Hasanyan D. J. Reflection of spin and spin-elastic waves at the interface of a ferromagnetic half-space. Waves in Random and Complex Media. -Vol. 19, No. 4, November 2009, pp. 567–584.
18. Даноян З.Н., Казарян К.Б., Атоян Л.А., Даноян Н.З. Квазипериодические спиновые волны типа Блоха-Флоке в периодической слоистой структуре из ферромагнитных и диэлектрических слоёв. //Изв. НАН Армении. Механика. 2014. Т.66. №4. С.29-38.
19. Багдасарян Г.Е. Существование и характер распространения пространственных спиновых поверхностных волн в ферромагнетиках. // Изв.АН Армении. Физика. 2009. №6. С.405-416.
20. Danoyan Z.N, Atoyan L.H., Danoyan N.Z. Shear horizontal electro-magneto-elastic surface waves in a layered piezoelectric structure in the presence of an electric or magnetic screen. „Topical Problems of Continuum Mechanics”. The proceedings of international Conference, 4-8 October 2010, Dilijan, Armenia, pp. 266-271.
21. S. A. Nikitov, Ph. Tailhades, C. S. Tsai. Spin waves in Periodic Magnetic Structures – Magnonic crystals. J.Magnet.Mater., v.23, 3, 2001, pp.320-331.
22. V.V.Kruglyk, A.N.Kuchko. Spectrum of spin waves propagation in a periodic magnetic structures. Physica B 339 (2003) pp. 130-133.

Сведения об авторах:

Даноян Завен Нерсесович, доктор физ.-мат. наук, зав отделом Института механики НАН Армении

Адрес: РА, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна, 24/2;

E-mail: zavendanoyan@gmail.com.

Атоян Левон Арутюнович, канд. физ.-мат. наук, старший науч. сотрудник Института механики НАН Армении.

Адрес: РА, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2; **E-mail:** levous@mail.ru.

Саакян Саак Леонович, канд.физ.-мат.наук, ассистент. Каф. числ. анализа и мат. моделирования фак-та информатики и прикл. математики ЕГУ.

Адрес: 0019, Ереван, ул. А.Манукяна 1, тел.: (+37477) 002-408,

E-mail: ssahakyan@ysu.am

Даноян Н.З., научный сотрудник Института механики НАН Армении.

Адрес: РА, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2,

E-mail: zavendanoyan@gmail.com.

Поступила в редакцию 16.05.2014