ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 67, №3, 2014 Механика

УДК 539.3

О ВЛИЯНИИ ТИПА ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ДУГОВУЮ ЧАСТЬ КОНТУРА КРУГОВОГО СЕКТОРА НА ПОВЕДЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В УСЛОВИЯХ ГЛАДКОГО КОНТАКТА НА РАДИАЛЬНЫХ СТОРОНАХ. ЧАСТЬ II.

Саргсян А.М.

Ключевые слова: круговой сектор, гладкий контакт, метод разделения переменных, особенность напряжений, коэффициент при особенности.
Key words: circular sector, smooth contact, method of separation of variables, singularity of stresses, coefficient with the singularity.

Սարգսյան Ա.Մ.
Շառավղային կողմերին ողորկ կոնտակտային պայմաններով շրջանային սեկտորում լարումների վարքի վրա եզրագծի աղեղային մասի եզրային պայմանների տիպի ազդեցության մասին: Մաս II

Դիտարկված է բարակ շրջանային սեկտորի առաձգական վիճակը, երբ շառավղային կողմերի վրա տեղի ունի ողորկ կոնտակտի պայման, իսկ եզրագծի աղեղային մասի վրա տրված են նորմալ և շոշափող տեղափոխություններ:

Նախորդ աշխատանքներում [1-6] սեկտորի եզրագծի աղեղային մասի վրա տրված էին՝ 1) նորմալ և շոշափող լարումներ, 2) նորմալ լարում և շոշափող տեղափոխություն, 3) նորմալ տեղափոխություն և շոշափող լարում: Ցույց էր տրված, որ այն դեպքերում, երբ սեկտորի բացվածքի α անկյանը ձգտում է π-ի կամ 2π-ի, լարումները ունենում են $r^{-1+\varepsilon}$ տիպի եզակիության ($\varepsilon \to 0$, երբ $\alpha \to \pi$, կամ $\alpha \to 2\pi$), իսկ եզակիության գործակիցները, եզրագծի աղեղային մասի ընդհանուր բեռնավորման դեպքում, առաջին խնդրում զրոից տարբեր են, երկրորդ և երրորդ խնդրում ձգտում են զրոի:

Այստեղ հետազոտված է սեկտորի եզրագծի աղեղային մասի բեռնավորման չորրորդ դեպքը: Խնդրի լուծումը կառուցված է փոփոխականների անջատման մեթոդի օգնությամբ:

Sargsyan A.M.
On the influence of boundary conditions type on the arch part of the contour of circular sector on the behavior of stresses in the conditions of a smooth contact on the radial sides. Part II.

An elastic state of a thin circular sector, when on the radial sides the condition of contact with rigid stamp without friction (conditions of smooth contact) is established and on the arch part of the contour normal and tangential displacements are given, is considered.

In the earlier investigations [1-6] on the arch part of the contour of the sector 1) normal and tangential stresses, 2) normal stress and tangential displacement, 3) normal displacement and tangential stress were given. It has been shown, that in these cases, when the wedge angle opening α tends to π or 2π, the stresses have the singularity of $r^{-1+\varepsilon}$ type ($\varepsilon \to 0$ at $\alpha \to \pi$ or $\alpha \to 2\pi$) and the coefficients with such singularity in the conditions of general loading of the contour arch part in the first problem are different from zero, and in the second and third problems they vanish.

Here the fourth case of loading of the arch part of the boundary sector is analized. The solution of the problem is built with the help of the method of separation of variables.

Рассматривается упругое состояние тонкого кругового сектора, когда на радиальных сторонах осуществляются условия соприкасания с жёстким штампом без трения (условия гладкого контакта), а на дуговой части контура заданы нормальные и касательные перемещения.

В ранних исследованиях [1–6] на дуговой части контура сектора были заданы: 1) нормальные и касательные напряжения; 2) нормальное напряжение и окружное перемещение; 3) нормальное перемещение и касательное напряжение. Было показано, что в этих случаях, когда угол раствора клина α стремится к π или 2π, напряжения имеют особенность типа $r^{-1+\varepsilon}$ ($\varepsilon \to 0$ при $\alpha \to \pi$ или $\alpha \to 2\pi$). Коэффициенты при такой особенности в условиях общего нагружения дуговой части контура в первой задаче отличны от нуля, а во второй и третьей задачах они стремятся к нулю.

Здесь анализируется четвёртый случай нагружения дуговой части границы сектора. Решение задачи строится с помощью метода разделения переменных.

Упругое состояние кругового сектора с единичным радиусом и произвольным углом раствора α определяется решением бигармонического уравнения

$$\Delta\Delta\Phi\left(r,\varphi\right)=0 \tag{1}$$

при граничных условиях гладкого контакта на радиальных сторонах [7]

$$\tau_{r\varphi}\left(r,0\right)=u_{\varphi}\left(r,0\right)=0, \tag{2}$$

$$\tau_{r\varphi}\left(r,\alpha\right)=u_{\varphi}\left(r,\alpha\right)=0, \tag{3}$$

когда на дуговой части контура заданы компоненты перемещений:

$$u_r\left(1,\varphi\right)=f_1\left(\varphi\right),\; u_{\varphi}\left(1,\varphi\right)=f_2\left(\varphi\right),\; f_2\left(0\right)=f_2\left(\alpha\right)=0. \tag{4}$$

Методом разделения переменных решение бигармонического уравнения представляется в виде [8]

$$\Phi\left(r,\varphi\right)=r^{\lambda+1}\left[AS_{\varphi}^{+}+BC_{\varphi}^{+}+CS_{\varphi}^{-}+DC_{\varphi}^{-}\right], \tag{5}$$

где A,B,C,D – постоянные интегрирования, λ – произвольный параметр,

$$S_{\varphi}^{\pm}=\sin\left(\lambda\pm1\right),C_{\varphi}^{\pm}=\cos\left(\lambda\pm1\right)\varphi.$$

Напряжения через функцию Эри $\Phi\left(r,\varphi\right)$ выражаются формулами:

$$\sigma_r=\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\Phi}{\partial\varphi^2},\quad \sigma_{\varphi}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2},\quad \tau_{r\varphi}=-\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi}\right). \tag{6}$$

С помощью закона Гука, соотношения Коши и формул (6) для перемещений $u_{\varphi}\left(r,\varphi\right)$ получим:

$$Eu_{\varphi}\left(r,\varphi\right)=\left[-A\lambda^{+}\nu^{+}C_{\alpha}^{+}+B\lambda^{+}\nu^{+}S_{\alpha}^{+}-C\left(\lambda^{-}\nu^{+}+4\right)C_{\alpha}^{-}+D\left(\lambda^{-}\nu^{+}+4\right)S_{\alpha}^{-}\right]r^{\lambda}, \tag{7}$$

$$\lambda^{\pm}=\lambda\pm1,\quad \nu^{\pm}=1\pm\nu.$$

Удовлетворяя граничным условиям (2) и (3), для определения неизвестных постоянных *A, B, C* и *D* получим однородную систему линейных алгебраических уравнений [1–6]. Условие существования нетривиального решения этой системы даёт A=C= 0 ,

$$\sin(\lambda+1)\alpha\sin(\lambda-1)\alpha=0. \tag{8}$$

Корни уравнения (8) действительные и простые,

$$\lambda_k=\alpha_0 k+1,\quad \tilde{\lambda}_n=\alpha_0 n-1,\quad \alpha_0=\pi/\alpha, \tag{8$'$}$$

причём, $\lambda_k>0,\quad \tilde{\lambda}_n>0.$ (9)

Условия (9), в зависимости от величины α, ограничивают область изменения k и n;

I. $0<\alpha<2\pi,\ (k=0,1,2,...),\ (n=2,3,4,...),$

II. $0<\alpha<\pi,\ (k=0,1,2,...),\ (n=1,2,3,...),$

III. $\pi<\alpha<2\pi,\ (k=-1,0,1,...),\ (n=2,3,4,...).$

Исходя из того, что функции

$$\Phi_{kn}(r,\varphi)=D_k r^{\lambda_k+1}\cos(\lambda_k-1)\varphi+B_n r^{\tilde{\lambda}_n+1}\cos(\tilde{\lambda}_n+1)\varphi$$

удовлетворяют уравнению (1) и граничным условиям (2), (3), функции напряжений Эри для этих трёх случаев будут иметь вид:

$$\begin{aligned}\begin{Bmatrix}\Phi_I\\ \Phi_{II}\\ \Phi_{III}\end{Bmatrix}&=D_{-1}\begin{Bmatrix}0\\0\\ \cos\alpha_0\varphi\end{Bmatrix}r^{2-\alpha_0}+D_0r^2+D_1\begin{Bmatrix}\cos\alpha_0\varphi\\0\\ \cos\alpha_0\varphi\end{Bmatrix}r^{2+\alpha_0}+\\ &+\begin{Bmatrix}a=2\\a=1\\a=2\end{Bmatrix}\sum_{k=a}^{\infty}\left[D_kr^{\lambda_k+1}+B_kr^{\tilde{\lambda}_k+1}\right]\cos\alpha_0k\varphi.\end{aligned} \tag{10}$$

Напряжения и перемещения, соответствующие этим функциям, примут вид:

$$\begin{aligned}\text{I.}\ \begin{Bmatrix}\sigma_\varphi\\ \tau_{r\varphi}\\ \sigma_r\end{Bmatrix}&=+2D_0\begin{Bmatrix}1\\0\\1\end{Bmatrix}+D_1\begin{Bmatrix}(1+\alpha_0)(2+\alpha_0)\cos\alpha_0\varphi\\ \alpha_0(1+\alpha_0)\sin\alpha_0\varphi\\ (1+\alpha_0)(2-\alpha_0)\cos\alpha_0\varphi\end{Bmatrix}r^{\alpha_0}+\\ &+\sum_{k=2}^{\infty}\left[D_k\begin{Bmatrix}(\lambda_k+1)\\(\lambda_k-1)\\(3-\lambda_k)\end{Bmatrix}\lambda_kr^{\lambda_k-1}+B_k\tilde{\lambda}_k(\tilde{\lambda}_k+1)\begin{Bmatrix}1\\1\\-1\end{Bmatrix}r^{\tilde{\lambda}_k-1}\right]\begin{Bmatrix}\cos\alpha_0k\varphi\\ \sin\alpha_0k\varphi\\ \cos\alpha_0k\varphi\end{Bmatrix},\end{aligned} \tag{11$'$}$$

$$\text{II.}\ \begin{Bmatrix}\sigma_\varphi\\ \tau_{r\varphi}\\ \sigma_r\end{Bmatrix}=2D_0\begin{Bmatrix}1\\0\\1\end{Bmatrix}+\sum_{k=1}^{\infty}\left[D_k\begin{Bmatrix}(\lambda_k+1)\\(\lambda_k-1)\\(3-\lambda_k)\end{Bmatrix}\lambda_kr^{\lambda_k-1}+B_k\tilde{\lambda}_k(\tilde{\lambda}_k+1)\begin{Bmatrix}1\\1\\-1\end{Bmatrix}r^{\tilde{\lambda}_k-1}\right]\begin{Bmatrix}\cos\alpha_0k\varphi\\ \sin\alpha_0k\varphi\\ \cos\alpha_0k\varphi\end{Bmatrix}, \tag{11$''$}$$

$$\text{III.}\ \begin{Bmatrix}\sigma_\varphi\\ \tau_{r\varphi}\\ \sigma_r\end{Bmatrix} = D_{-1}\begin{Bmatrix}(1-\alpha_0)(2-\alpha_0)\cos\alpha_0\varphi\\ (1-\alpha_0)\alpha_0\sin\alpha_0\varphi\\ (1-\alpha_0)(2+\alpha_0)\cos\alpha_0\varphi\end{Bmatrix} r^{-\alpha_0} +$$

$$+2D_0\begin{Bmatrix}1\\0\\1\end{Bmatrix} + D_1\begin{Bmatrix}(1+\alpha_0)(2+\alpha_0)\cos\alpha_0\varphi\\ \alpha_0(1+\alpha_0)\sin\alpha_0\varphi\\ (1+\alpha_0)(2-\alpha_0)\cos\alpha_0\varphi\end{Bmatrix} r^{\alpha_0} + \qquad (11''')$$

$$+\sum_{k=2}^{\infty}\left[D_k\begin{Bmatrix}(\lambda_k+1)\\ (\lambda_k-1)\\ (3-\lambda_k)\end{Bmatrix}\lambda_k r^{\lambda_k-1} + B_k\tilde{\lambda}_k\left(\tilde{\lambda}_k+1\right)r^{\tilde{\lambda}_k-1}\right]\begin{Bmatrix}\cos\alpha_0 k\varphi\\ \sin\alpha_0 k\varphi\\ \cos\alpha_0 k\varphi\end{Bmatrix},$$

$$\begin{Bmatrix}u_{rI}\\ u_{rII}\\ u_{rIII}\end{Bmatrix} = D_{-1}\cos\alpha_0\varphi\begin{Bmatrix}0\\0\\ \left(\lambda_1^+\nu^+ - 4\nu\right)\end{Bmatrix} r^{1-\alpha_0} +$$

$$+2D_0\nu^- r + D_1\cos\alpha_0\varphi\begin{Bmatrix}1\\0\\1\end{Bmatrix}\left(\lambda_1^+\nu^+ - 4\right)r^{1+\alpha_0} -$$

$$-\begin{Bmatrix}a=2\\a=1\\a=2\end{Bmatrix}\sum_{k=a}^{\infty}\left[D_k\left(\lambda_k^+\nu^+ - 4\right)r^{\lambda_k} + B_k\lambda_k^-\nu^+ r^{\tilde{\lambda}_k}\right]\cos\alpha_0 k\varphi, \qquad (12)$$

$$\begin{Bmatrix}u_{\varphi I}\\ u_{\varphi II}\\ u_{\varphi III}\end{Bmatrix} = D_{-1}\sin\alpha_0\varphi\begin{Bmatrix}0\\0\\ \left(\lambda_1^-\nu^+ - 4\right)\end{Bmatrix} r^{1+\alpha_0} + D_1\sin\alpha_0\varphi\begin{Bmatrix}1\\0\\1\end{Bmatrix}\left(\lambda_1^-\nu^+ + 4\right)r^{1+\alpha_0} +$$

$$+\begin{Bmatrix}a=2\\a=1\\a=2\end{Bmatrix}\sum_{k=a}^{\infty}\left[D_k\left(\lambda_k^-\nu^+ + 4\right)r^{\lambda_k} + B_k\lambda_k^-\nu^+ r^{\tilde{\lambda}_k}\right]\sin\alpha_0 k\varphi. \qquad (13)$$

Входящие в (10)–(13) неизвестные B_k и D_k определяются из граничных условий (4):

I. $2D_0\nu^- - D_1\left(\lambda_1^+\nu^+ - 4\right)\cos\alpha_0\varphi - \sum_{k=2}^{\infty}\left[D_k\left(\lambda_k^+\nu^+ - 4\right) + B_k\lambda_k^-\nu^+\right]\cos\alpha_0\varphi = Ef_1(\varphi),$

$$D_1\left(\lambda_1^-\nu^+ + 4\right)\sin\alpha_0\varphi + \sum_{k=2}^{\infty}\left[D_k\left(\lambda_k^-\nu^+ + 4\right) + B_k\lambda_k^-\nu^+\right]\sin\alpha_0 k\varphi = Ef_2(\varphi), \quad (14)$$

II. $2D_0\nu^- - \sum_{k=1}^{\infty}\left[D_k\left(\lambda_k^+\nu^+ - 4\right) + B_k\lambda_k^-\nu^+\right]\cos\alpha_0 k\varphi = Ef_1(\varphi),$

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left[D_k\left(\lambda_k^-\nu^+ + 4\right) + B_k\lambda_k^-\nu^+\right]\sin\alpha_0 k\varphi = Ef_2(\varphi), \quad (14'')$$

III. $D_{-1}\left(\lambda_1^+\nu^+ - 4\nu\right)\cos\alpha_0\varphi + 2D_0\nu^- - D_1\left(\lambda_1^+\nu^+ - 4\right)\cos\alpha_0\varphi -$

$$-\sum_{k=2}^{\infty}\left[D_k\left(\lambda_k^+\nu^+ - 4\right) + B_k\lambda_k^-\nu^+\right]\cos\alpha_0 k\varphi = Ef_1(\varphi),$$

$$D_{-1}\left(\lambda_1^-\nu^+ - 4\right)\sin\alpha_0\varphi + D_1\left(\lambda_1^-\nu^+ + 4\right)\sin\alpha_0\varphi + \quad (14''')$$

$$+\sum_{k=2}^{\infty}\left[D_k\left(\lambda_k^-\nu^+ + 4\right) + B_k\lambda_k^-\nu^+\right]\sin\alpha_0 k\varphi = Ef_2(\varphi).$$

Так же, как и в работах [1– 6], умножая первые уравнения (14′) – (14‴) на $\cos\alpha_0 m\varphi\left(m = 0,1,2,...\right)$, а вторые уравнения – на $\sin\alpha_0 m\varphi\left(m = 1,2,3,...\right)$ и интегрируя по φ в интервале $\left(0,\alpha\right)$, находим все неизвестные величины:

I. $2D_0 = \dfrac{E}{\nu^-\alpha}\displaystyle\int_0^{\alpha} f_1(\varphi)d\varphi, \qquad D_1 = \dfrac{2E}{\alpha(\lambda_1^-\nu^+ + 4)}\tilde{f}_{21} = \dfrac{-2E}{\alpha(\lambda_1^+\nu^+ - 4)}\tilde{f}_{11},$

$$D_k = -\frac{E}{\alpha}\,\frac{(\tilde{f}_{1k} + \tilde{f}_{2k})\lambda_k^-\nu^+}{\nu^{+2}\left(\nu^+ - 4\right)\lambda_k^-}, \quad B_k = \frac{E}{\alpha}\,\frac{\tilde{f}_{1k}\left(\lambda_k^-\nu^+ + 4\right) + \tilde{f}_{2k}\left(\lambda_k^+\nu^+ - 4\right)}{\nu^{+2}\left(\nu^+ - 4\right)\lambda_k^-}, \quad (15)$$

где

$$\tilde{f}_{1k} = \int_0^{\alpha} f_1(\varphi)\cos\alpha_0 k\varphi, \quad \tilde{f}_{2k} = \int_0^{\alpha} f_2(\varphi)\sin\alpha_0 k\varphi d\varphi, \quad \left(k = 2,3,4\right).$$

При этом, имеет место соотношение

$$\tilde{f}_{11}\left(\lambda_1^-\nu^+ + 4\right) + \tilde{f}_{21}\left(\lambda_1^+\nu^+ - 4\right) = 0, \quad (16)$$

$$\tilde{f}_{11} = \int_0^{\alpha} f_1(\varphi)\cos\alpha_0\varphi d\varphi, \; \tilde{f}_{21} = \int_0^{\alpha} f_2(\varphi)\sin\alpha_0\varphi d\varphi.$$

II. В этом случае выражения для D_0, D_k и B_k имеют вид (15), однако, здесь $k = 1,2,3...$

$$\text{III.}\quad D_{-1} = \frac{E}{\alpha}\,\frac{\tilde{f}_{11}\left(\lambda_1^{-}\nu^{+}+4\right)+\tilde{f}_{21}\left(\lambda_1^{+}\nu^{+}-4\right)}{\left[\lambda_1^{-2}\nu^{+2}+8\nu^{-}\right]},$$

$$D_1 = -\frac{E}{\alpha}\,\frac{\tilde{f}_{11}\left(\lambda_1^{-}\nu^{+}-4\right)-\tilde{f}_{21}\left(\lambda_1^{+}\nu^{+}-4\nu\right)}{\left[\lambda_1^{-2}\nu^{+2}+8\nu^{-}\right]}, \tag{17}$$

а для D_0, D_k и B_k получим те же формулы (15) $\left(k = 2,3,4...\right)$.

Таким образом, решение поставленной задачи получено в виде сходящихся рядов (11′) – (11‴), коэффициенты которых определяются в явном виде. На дуговой части контура сектора ($r = 1$) эти ряды окажутся сходящимися при определённых условиях на функции $f_1(\varphi)$ и $f_2(\varphi)$. Для улучшения их сходимости можно использовать известную методику [10].

Теперь с помощью формул (11′) – (11‴) исследуем поведение напряжений в окрестности угловой точки кругового сектора.

I. $0 < \alpha < 2\pi$. Из (11′) следует, что окрестность вершины кругового сектора находится в малонапряжённом состоянии (напряжения стремятся к нулю при $r \to 0$) [9], если $0 < \alpha < \pi$.

Если угол раствора клина $\alpha > \pi$, то напряжения при $r \to 0$ имеют степенную особенность типа $r^{\tilde{\lambda}_k - 1}$, причём, $-1 < \tilde{\lambda}_k - 1 < 0\left(k = 2,3\right)$. Коэффициенты при такой особенности в общем случае отличны от нуля, но когда $\alpha \to 2\pi$, хотя показатель степенной особенности стремится к -1 (при $k = 2$), коэффициент при возникшей особенности $r^{-1+\varepsilon}$ ($\varepsilon \to 0$ при $\alpha \to 2\pi$), благодаря наличию множителя $\left(\tilde{\lambda}_k - 1\right)$, стремится к нулю. Этот вывод существенно отличается от того, который был получен в работе [4], где на дуговой части контура кругового сектора были заданы нормальные и касательные напряжения. Там коэффициенты при $r^{-1+\varepsilon}$ отличны от нуля.

II. $0 < \alpha < \pi$. Здесь при $0 < \alpha \le \pi/2$ окрестность угловой точки сектора находится в малонапряжённом состоянии, а при $\pi/2 < \alpha < \pi$ – напряжения имеют степенную особенность $r^{\tilde{\lambda}_k - 1}$, причём, $-1 < \tilde{\lambda}_k - 1 < 0$.

Коэффициенты при степенной особенности в общем случае отличны от нуля. И в данном случае, когда $\alpha \to \pi$, показатель степенной особенности $\left(\tilde{\lambda}_k - 1\right) \to -1$, а коэффициенты при такой особенности стремятся к нулю, благодаря множителю $\tilde{\lambda}_1 = \alpha_0 - 1$.

Если функции $f_1(\varphi)$ и $f_2(\varphi)$, входящие в граничные условия (4), удовлетворяют условию (16), то, как следует из (15), коэффициент $B_1 = 0$ для любого значения угла α из интервала $0 < \alpha \le \pi$. Т.е. окрестность угловой точки сектора всегда находится в малонапряжённом состоянии. Отсюда и механический смысл условий (16) – это условие малонапряжённости окрестности вершины кругового сектора при $0<\alpha\le\pi$.

III. $\alpha<\pi<2\pi$. При приближении к угловой точке сектора напряжения всегда имеют степенную особенность. Особенности напряжений обусловлены как первыми членами правой части (11‴), содержащими множители $r^{-\alpha_0}$, так и соответствующими членами рядов с множителями $r^{\tilde{\lambda}_k-1}$, причём, $-1<\alpha_0<-1/2$, $-1<\tilde{\lambda}_k-1<0 \quad (k=2,3)$.

Коэффициенты при особенности $r^{-\alpha_0}$ в общем случае нагружения дуговой части контура отличны от нуля. Но, когда $\alpha\to\pi$, эти коэффициенты стремятся к нулю. Если между функциями $f_1(\varphi)$ и $f_2(\varphi)$ имеет место соотношение (16), то тогда, $D_{-1}=0$ и в формулах (11‴) исчезает первый тип особенности напряжений.

При $\alpha\to2\pi$ показатель особенности $(\tilde{\lambda}_k-1)\to-1$, однако, коэффициенты при особенности стремятся к нулю из-за наличия множителя $\tilde{\lambda}_k\ (k=2)$.

Таким образом, при расмотрении задач упругого равновесия кругового сектора, когда на радиальных сторонах осуществляются условия гладкого контакта, а на дуговой части контура заданы четыре типа граничных условий, выяснилось, что только в первом случае из этих четырёх граничных условий коэффициенты при возникшей степенной особенности напряжений $r^{-1+\varepsilon}$ (где $\varepsilon\to0$ при $\alpha\to\pi$ или $\alpha\to2\pi$) отличны от нуля, а при трёх других случаях они стремятся к нулю. Это – случай нагружения дуговой части контура нормальным и касательным напряжениями. Поэтому, с точки зрения механики разрушения, первый тип нагружения дуговой части контура кругового сектора является наиболее опасным случаем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Саргсян А.М. Упругое равновесие кругового сектора при граничных условиях гладкого контакта на радиальных сторонах. // Актуальные проблемы механики сплошной среды. Труды Международной конференции, посвящённой 95-летию академика НАН Армении Н.Х. Арутюняна, 25 – 28 сентября 2007, Цахкадзор, Армения. С. 368–372.
2. Саргсян А.М. Об упругом равновесии кругового сектора при граничных условиях гладкого контакта на радиальных сторонах. // Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Труды VII Международной конференции, 19 – 23 сентября, Горис – Степанакерт, 2008. С.394–398.
3. Саргсян А.М. О равновесии кругового сектора при граничных условиях гладкого контакта на радиальных сторонах. // Изв. НАН Армении. Механика. 2010. Т.63, №4. С.31–37.
4. Саргсян А.М. Влияние типа граничных условий, заданных на дуговой части контура кругового сектора, на поведение напряжений в условиях гладкого

контакта на радиальных сторонах. Часть I. //В сб. научных трудов Международной конференции: «Актуальные проблемы механики сплошной среды», 4 – 8 октября, Дилижан, Армения, 2010. С.16–19.

5. Саргсян А.М. Влияние типа граничных условий, заданных на дуговой части контура кругового сектора, на поведение напряжений в условиях гладкого контакта на радиальных сторонах. Часть II. // Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Труды VII Международной конференции, 19 – 23 сентября, Горис – Степанакерт, 2011. С.366–371.
6. Саргсян А.М. О влиянии типа граничных условий на дуговую часть контура кругового сектора на поведение напряжений в условиях гладкого контакта на радиальных сторонах.// Актуальные проблемы механики сплошной среды. Труды международной конференции, посвящённой 100-летию академика НАН Армении Н.Х. Арутюняна. Т.2. 8 – 12 октября, 2012, Цахкадзор, Армения. С.171–175.
7. Каландия А.И. Замечания об особенности упругих решений вблизи углов. // ПММ. 1969. Т.33. №1. С.132–135.
8. Williams M.L. Stress Singularities Resulting From Various Boundary Conditions in Angular Corners of Plates in Extentions. // Journal of applied mechanics. 1952. December. P. 526 – 528.
9. Чобанян К.С. Напряжения в составных упругих телах. Ереван: Изд-во АН Арм.ССР, 1987. 338с.
10. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т.2. М.: Наука, 1974. 655с.

Сведения об авторе:

Саргсян Азат Мкртычевич – канд.физ.-мат. наук, ведущий научный сотрудник Института механики НАН Армении, 0019, Ереван, пр.Маршала Баграмяна 24/2.
Тел.: (+37410) 52-48-90.

E-mail: azat-sargsyan@mail.ru

Поступила в редакцию 06.12.2013