

**СПИНОВЫЕ ВОЛНЫ ТИПА БЛОХА-ФЛОКЕ В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ  
ФЕРРОМАГНИТНОЙ СЛОИСТОЙ СТРУКТУРЕ**

**Даноян З.Н., Атоян Л.А., Манукян Г.А., Даноян Н.З.**

**Ключевые слова:** спиновые волны, слоистая ферромагнитная структура, волны типа Блоха-Флоке  
**Keywords:** spin waves, layered ferromagnetic structure, Bloch-Floquet type waves.

**Դանոյան Զ.Ն., Աթոյան Լ.Ա., Մանուկյան Գ. Ա., Դանոյան Ն.Զ.**

**Բլոխ-Ֆլոքեի տիպի սպինային ալիքները պարբերական ֆերոմագնիսական շերտավոր կառուցվածքում**

Շերտավոր պարբերական ֆերոմագնիսական կառուցվածքում ուսումնասիրված է Բլոխ-Ֆլոքեի տիպի քվազիպարբերական սպինային ալիքների գոյության և տարածման խնդիրը: Ստացվել է և հետազոտվել է այդ ալիքների գոյության դիսպերսիոն հավասարումը: Պարզաբանվել է հաճախությունների արգելափակված գոտիների գոյության և կառուցվածքի հարցը:

**Danoyan Z.N., Atoyan L.H., Manoukyan G.A., Danoyan N.Z.**

**Bloch-Floquet type waves in periodic ferromagnetic layered structure**

The Bloch-Floquet type waves existence and propagation in ferromagnetic periodic layered structure are investigated. The dispersion equation obtained and investigated. It is shown that the waves spectrum contains forbidden zones.

В ферромагнитной слоистой периодической структуре исследуются вопросы существования и распространения волн типа Блоха-Флоке. Получено дисперсионное уравнение этих волн, а также исследован вопрос существования и структура частотных запретных зон.

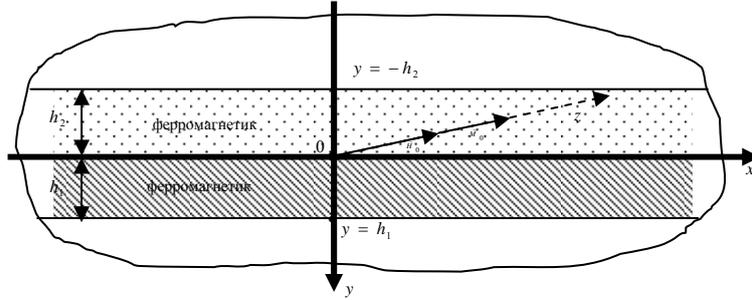
**1.Введение.** В предыдущей нашей работе исследовались вопросы существования и распространения спиновых квазипериодических волн Блоха-Флоке в периодической бесконечной структуре с ячейкой ферромагнит-диэлектрик. Данная работа посвящена исследованию тех же вопросов в структуре ферромагнит-ферромагнит.

Исследованию существования и распространения спиновых и упруго-спиновых волн в периодических структурах в настоящее время посвящено множество работ, в частности [1-9], это обусловлено, в первую очередь, их большим практическим значением. Особый интерес вызывает вопрос существования запрещённых частотных полос, когда волновой процесс Блоха-Флоке невозможен, что наблюдается в большинстве случаев прохождения волн различной природы через периодические структуры. Это явление лежит в основе производства различных приборов электроники и спинтроники, в частности, частотных фильтров [1,2].

В настоящей работе на основе линеаризованных уравнений, описывающих процесс распространения спиновых волн в непроводящих ферромагнитных средах [1,2], исследуются условия существования и распространения квазипериодических волн Блоха-Флоке [4,6,9,10] при соответствующих контактных условиях и условиях Блоха-Флоке на границах ячейки периодичности рассматриваемой конструкции. Кроме того, исследуется вопрос существования запретных полос в спектре частот спиновых волн, т.е. частотных зон, при которых волновой процесс Блоха-Флоке невозможен. Из теории Флоке о квазипериодических волнах известно, что

достаточно изучить волновой процесс только в одной ячейке периодичности структуры, чтобы иметь представление о волновом процессе во всей структуре.

**2. Постановка задачи.** Пусть задана периодическая структура, состоящая из бесконечно чередующихся двух различных ферромагнитных слоёв толщины  $h_1$  и  $h_2$ . Описываемая структура изображена на фиг. 1.



Фиг.1. Ячейка периодичности ферромагнитной конструкции

Положим, что рассматриваемая конструкция находится во внешнем постоянном магнитном поле  $\vec{H}_0$ , объёмные плотности намагниченностей слоёв описываются векторами  $\vec{M}_1 = \rho_1 \vec{\mu}_1$  и  $\vec{M}_2 = \rho_2 \vec{\mu}_2$  ( $\vec{\mu}_j$  – плотности намагниченностей, отнесённые к единице массы,  $\rho_j$  – плотности материалов ферромагнетиков ( $j=1,2$ )). Векторы  $\vec{M}_j$  и  $\vec{H}_0$  параллельны и направлены по оси лёгкого намагничивания, которую будем считать совпадающей с осью Oz. Далее будем пренебрегать деформациями слоёв и будем полагать, что магнитные возмущения в структуре не зависят от координаты z и характеризуются вектором магнитного момента  $\vec{\mu}_j = \{\mu_j(x, y, t), v_j(x, y, t), 0\}$  и магнитостатическим потенциалом  $\varphi_j(x, y, t)$ . Компоненты возмущения магнитного поля выражаются через магнитостатический потенциал следующей формулой:

$$\vec{H}^{(j)} = -\text{grad}(\varphi_j(x, y, t)), \quad (1)$$

где  $\vec{H}^{(j)}$  и  $\varphi_j$  – возмущения напряжённостей магнитного поля и потенциалов в соответствующих слоях. Волновой процесс при пренебрежении обменными эффектами, в области  $y \in [-h_2, h_1]$  описывается следующей системой уравнений [1,2]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mu_j}{\partial t} &= \Omega_{Mj} (\rho_j^{-1} \frac{\partial \varphi_j}{\partial y} + b_j v_j), \\ \frac{\partial v_j}{\partial t} &= -\Omega_{Mj} (\rho_j^{-1} \frac{\partial \varphi_j}{\partial x} + b_j \mu_j), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\Delta \varphi_j = \rho_j \left( \frac{\partial \mu_j}{\partial x} + \frac{\partial v_j}{\partial y} \right) (j=1,2),$$

где  $b_j$  – постоянные анизотропии слоёв,  $\Omega_{Mj} = \gamma_0 M_{0j}$ ,  $\gamma_0 = 7\pi \times 10^4$  м/а.сек – гирромагнитное отношение,  $M_{0j}$  – объёмные плотности намагниченностей слоёв.

Контактные условия на поверхности  $y=0$  и условия Блоха-Флоке на соответствующих поверхностях  $y=-h_2$  и  $y=h_1$  ячейки периодичности конструкции представляются следующими соотношениями:

$$\begin{aligned} \varphi_1(0) &= \varphi_2(0), \\ \frac{\partial \varphi_1(0)}{\partial y} - \rho_1 v_1(0) &= \frac{\partial \varphi_2(0)}{\partial y} - \rho_2 v_2(0); \\ \varphi_1(h_1) &= \ell \varphi_2(-h_2), \\ \frac{\partial \varphi_1(h_1)}{\partial y} - \rho_1 v_1(h_1) &= \ell \left( \frac{\partial \varphi_2(-h_2)}{\partial y} - \rho_2 v_2(-h_2) \right). \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $\ell = e^{iqa}$ ,  $a = h_1 + h_2$ ,  $q$  – так называемая постоянная Блоха-Флоке или волновое число Блоха-Флоке.

**3. Решение задачи в виде плоских волн.** Решение системы (2) ищем в виде гармонических плоских волн:

$$(\mu_j, v_j, \varphi_j) = (M_j, N_j, \Phi_j) e^{r_j y} e^{i(px - \omega t)} \quad (j=1,2), \quad (4)$$

где  $M_j, N_j, \Phi_j$  – амплитудные коэффициенты,  $r_j > 0$  – поперечные волновые числа,  $\omega > 0$ ,  $p > 0$  – круговая частота и продольное волновое число.

Подставим (4) в (2) и выпишем условие существования нетривиальных решений полученной системы, тем самым, придём к дисперсионным уравнениям в каждой полосе:

$$(r_j^2 - p^2)(\Omega_j^2 - \Omega_{SVj}^2) = 0, \quad (5)$$

где  $\Omega_j = \omega / \Omega_{Mj}$ ,  $\Omega_{SVj}^2 = b_j(b_j + 1)$ .

Из дисперсионных соотношений (5) следует:

$$r_1^2 = r_2^2 = p^2. \quad (6)$$

Таким образом, общее решение системы (2) в каждой полосе представляется так:

$$\begin{aligned} \mu_j &= (M_1^{(j)} e^{-pr} + M_2^{(j)} e^{pr}) e^{i(px - \omega t)}, \\ v_j &= (N_1^{(j)} e^{-pr} + N_2^{(j)} e^{pr}) e^{i(px - \omega t)}, \\ \varphi_j &= (\Phi_1^{(j)} e^{-pr} + \Phi_2^{(j)} e^{pr}) e^{i(px - \omega t)}, \quad (j=1,2), \end{aligned} \quad (7)$$

где  $M_1^{(j)}, M_2^{(j)}, N_1^{(j)}, N_2^{(j)}, \Phi_1^{(j)}$  и  $\Phi_2^{(j)}$  – неизвестные постоянные, входящие в выражения для амплитуд, а  $M_1^{(j)}, M_2^{(j)}, N_1^{(j)}$  и  $N_2^{(j)}$  с использованием системы (2) выражаются через  $\Phi_1^{(j)}$  и  $\Phi_2^{(j)}$  следующим образом:

$$M_1^{(j)} = -\frac{ip\Phi_1^{(j)}}{\rho_j(\Omega_j + b_j)}, M_2^{(j)} = -\frac{ip\Phi_2^{(j)}}{\rho_j(\Omega_j - b_j)}, \quad (8)$$

$$N_1^{(j)} = \frac{p\Phi_1^{(j)}}{\rho_j(\Omega_j + b_j)}, N_2^{(j)} = -\frac{p\Phi_2^{(j)}}{\rho_j(\Omega_j - b_j)}.$$

Подставляя общие решения (7) в граничные условия (3), с учётом соотношений (8), получим алгебраическую систему для определения неизвестных постоянных  $\Phi_1^{(j)}, \Phi_2^{(j)}$ :

$$\begin{aligned} \Phi_1^{(1)} + \Phi_2^{(1)} - \Phi_1^{(2)} - \Phi_2^{(2)} &= 0, \\ -\Phi_1^{(1)} \frac{\Omega_1 + b_1 + 1}{\Omega_1 + b_1} + \Phi_2^{(1)} \frac{\Omega_1 - b_1 - 1}{\Omega_1 - b_1} + \Phi_1^{(2)} \frac{\Omega_2 + b_2 + 1}{\Omega_2 + b_2} + \Phi_2^{(2)} \frac{-\Omega_2 + b_2 + 1}{\Omega_2 - b_2} &= 0, \\ \Phi_1^{(1)} e^{-ph_1} + \Phi_2^{(1)} e^{ph_1} - \Phi_1^{(2)} \ell e^{ph_2} - \Phi_2^{(2)} \ell e^{-ph_2} &= 0, \quad (9) \\ -\Phi_1^{(1)} \frac{\Omega_1 + b_1 + 1}{\Omega_1 + b_1} e^{-ph_1} + \Phi_2^{(1)} \frac{\Omega_1 - b_1 - 1}{\Omega_1 - b_1} e^{ph_1} + \Phi_1^{(2)} \ell \frac{\Omega_2 + b_2 + 1}{\Omega_2 + b_2} e^{ph_2} + \\ \Phi_2^{(2)} \ell \frac{-\Omega_2 + b_2 + 1}{\Omega_2 - b_2} e^{-ph_2} &= 0. \end{aligned}$$

Условие существования нетривиальных решений этой системы приводит к дисперсионному соотношению волн Блоха-Флоке:

$$\ell^2 - 2f\ell + 1 = 0, \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} f &= (LD\text{chp}(h_2 - h_1) - XH\text{chp}(h_2 + h_1)) / Q, Q = 4(\Omega_1^2 - \\ \Omega_{SV1}^2)(\Omega_2^2 - \Omega_{SV2}^2) / ((\Omega_1^2 - b_1^2)(\Omega_2^2 - b_2^2)), \quad (11) \\ L &= -1 / (\Omega_1 - b_1) + 1 / (\Omega_2 - b_2), D = -1 / (\Omega_1 + b_1) + 1 / (\Omega_2 + b_2), \\ X &= -1 / (\Omega_1 + b_1) + 1 / (\Omega_2 - b_2) - 2, H = -1 / (\Omega_1 - b_1) + 1 / (\Omega_2 + b_2) + 2. \end{aligned}$$

С целью упрощения (10) введём обозначения:  $\Omega_1 = \Omega, \Omega_2 = \alpha\Omega_1, \alpha = \Omega_{M1} / \Omega_{M2}, \Omega^2 = x$ , после чего подставим в (10) параметр  $\ell = e^{iqa}$  ( $a = h_1 + h_2$ ), в результате, дисперсионное уравнение (10) волн Блоха-Флоке примет вид:

$$\cos qa = f, \quad (12)$$

где

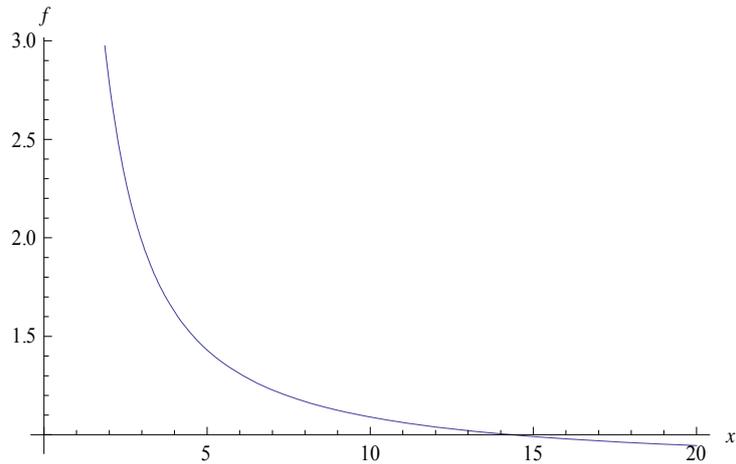
$$\begin{aligned} f &= (d_1x^2 + d_2x + d_3) / (e_1x^2 + e_2x + e_3), e_1 = 4\alpha^2, e_2 = -4(\Omega_{SV1}^2 + \Omega_{SV2}^2), \\ e_3 &= 4\Omega_{SV1}^2\Omega_{SV2}^2, d_1 = 4\alpha^2\text{chp}(h_1 + h_2), \\ d_2 &= (2\alpha - \alpha^2 - 4b_1\alpha^2 - 1 - 4b_2 - 4b_2^2 - 4b_1^2\alpha^2)\text{chp}(h_1 + h_2) + (\alpha - 1)^2\text{chp}(h_2 - h_1), \\ d_3 &= (b_2^2 + 2b_1b_2 + 4b_1b_2^2 + b_1^2 + 4b_1^2b_2 + 4b_1^2b_2^2)\text{chp}(h_1 + h_2) - (b_1 - b_2)^2\text{chp}(h_2 - h_1). \end{aligned}$$

Если параметры рассматриваемой конструкции таковы, что выполняется следующее неравенство:

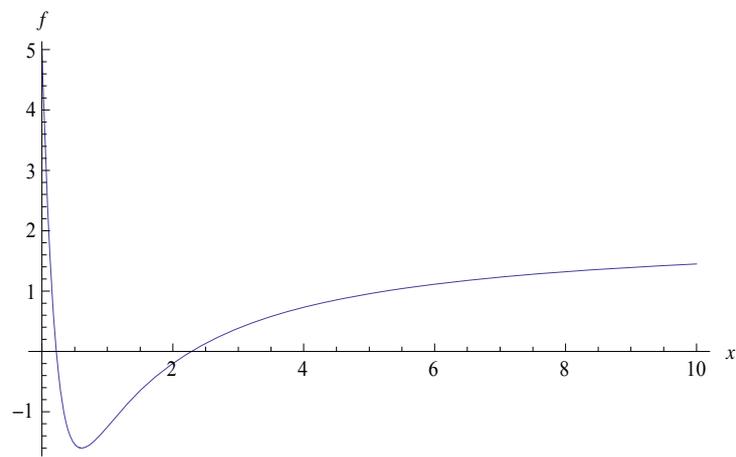
$$|f| > 1, \quad (13)$$

то волновой процесс Блоха-Флоке отсутствует. Такие полосы частот называются запрещёнными.

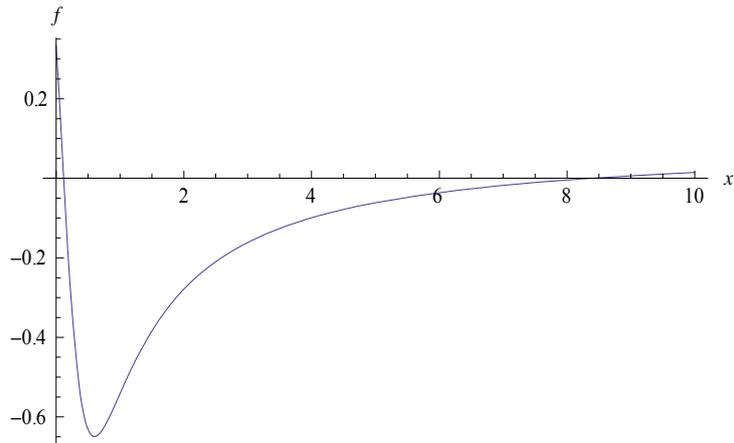
Приведём результаты некоторых численных экспериментов, выражающих зависимости  $f$  от  $x$ . Полученные кривые графически подтверждают существование полос пропускания и запретных полос в спектре частот волн Блоха-Флоке.



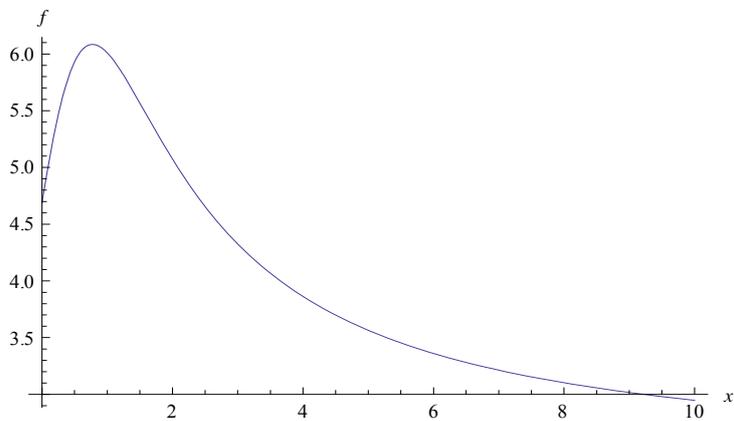
Фиг.2.  $d_1 = 37.6, d_2 = 90, d_3 = 120; e_1 = 46, e_2 = -24, e_3 = 25.6$ .



Фиг.3.  $d_1 = 2, d_2 = -5, d_3 = 1; e_1 = 1, e_2 = 0.4, e_3 = 0.2$ .



Фиг.4.  $d_1 = 2, d_2 = -17, d_3 = 2; e_1 = 22, e_2 = -0.4, e_3 = 6.$



Фиг.5.  $d_1 = 37.6, d_2 = 90, d_3 = 120; e_1 = 16, e_2 = -0.4, e_3 = 25.6.$

На фиг.2 представлен случай существования одной полубесконечной полосы пропускания  $[14,3; -\infty)$ , полоса  $[0; 14,3)$  является запретной. Фиг.3 изображает случай существования двух конечных полос пропускания  $[0,15; 0,33]$  и  $[1,2; 5,2]$ . На фиг.4 представлен случай отсутствия запретных полос и на фиг.5 приведён случай, когда вся полуось  $Ox$  является запретной полосой, т.е. при данных характеристиках структуры волновой процесс невозможен. Анализ вида правой части (12) даёт нам основание утверждать, что больше двух полос пропускания для рассматриваемой структуры без учёта обменных эффектов быть не может.

Как видим, манипулируя магнито-физическими характеристиками слоёв структуры, можно добиться того, чтобы рассматриваемая структура обладала необходимыми свойствами, что, в свою очередь, может быть полезно при конструировании различных приборов спинтроники.

Исследование выполнено при финансовой поддержке ГКН МОН РА в рамках научного проекта N SCS 13-2C097 (тематическое финансирование).

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Мир, 1991. 560с.
2. Гуревич А.Г. Магнитный резонанс в ферритах и ферромагнетиках. М.: Наука, 1973.
3. Gulyaev Yu.V., Nikitov S.A. Magnonic crystals and spin waves in periodic structures. //Doklady Physic. Vol.46. No.10. 2001. Pp.469-471.
4. S.A. Nikitov, Ph. Tailhades, C.S. Tsai. Spin waves in Periodic Magnetic Structures – Magnonic crystals. //J.Magnet.Mater.Vol.23. No.3. 2001. Pp.320-331.
5. K. Sekiguchi et al. Attenuation of propagating spin wave induced by layered nanostructures. //Appl.Phys.Lett. Vol.100, iss.13. 2012.
6. P.Landeros, D.Mills. Spin waves in periodically perturbed films.// Phys. Rev. B85. 054424, 2012.
7. S. Tacchi, G. Duerr et al. Forbidden Band Gaps in the Spin wave Spectrum.// Phys. Rev.Lett. 109. 137202. 2012.
8. C.S. Lin et al, Band Gaps parameters of 1D bicomposit nanostructured Magnonic Cristal.// Appl. Phys. Lett. Vol.98. 022504. 2011.
9. Bader S.D., Parkin S.S. (2010) «Spintronics»: Annual Review of Condensed Matter Physics, 1:71.
10. Ani P.Velo, G.A. Gazonas et al, Recursive Dispersion Relations in one-dimensional Periodic Elastic Media. //J. Appl.Math. Vol.69. No 3. Pp.670-689.

#### **Сведения об авторах:**

**Даноян Завен Нерсесович** – доктор физ.-мат.наук, зав.отделом Института механики НАН Армении.

**Адрес:** Республика Армения, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2.

**E-mail:** zavendanoyan@gmail.com

**Атоян Левон Арутюнович** – канд. физ.-мат. наук, старш. науч.сотрудник Института механики НАН Армении.

**Адрес:** Республика Армения, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2.

**E-mail:** levous@mail.ru

**Манукян Гоар Аслановна** – канд.физ.-мат.наук, старш. науч.сотрудник Института механики НАН Армении.

**Адрес:** Республика Армения, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2.

**E-mail:** mechins@sci.am.

**Даноян Нерсес Завенович** – младш. науч. сотрудник Института механики НАН Армении.

**Адрес:** Республика Армения, 0019 Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2.

**E-mail:** [mechins@sci.am](mailto:mechins@sci.am).

Поступила в редакцию 12.12.2013