ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 67, №2, 2014 Механика

УДК 539.3

О НАПРЯЖЁННОМ СОСТОЯНИИ КУСОЧНО-ОДНОРОДНОГО КОМПОЗИТА В ВИДЕ ПАКЕТА ИЗ ПРОИЗВОЛЬНОГО КОНЕЧНОГО ЧИСЛА УПРУГИХ КЛИНЬЕВ ПРИ АНТИПЛОСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ

Гаспарян А.В., Давтян З.А.

Ключевые слова: композит, теория упругости, конечно-разностные уравнения, кусочно-однородный клин.
Keywords: composite, elasticity theory, equations of finite-difference, peace-wise homogeneous wedge

Գասպարյան Ա.Վ., Դավթյան Զ.Ա.
Հակահարթ դեֆորմացիայի ժամանակ կամայական վերջավոր թվով առաձգական սեպերից բաղկացած փաթեթի տեսքով կտոր առ կտոր համասեռ կոմպոզիտի լարվածադեֆորմացիոն վիճակի մասին

Մելլինի ինտեգրալ ձևափոխության օգնությամբ դիտարկվում է ֆիզիկական և երկրաչափական տարբեր բնութագրիչներ ունեցող կամայական վերջավոր թվով առաձգական սեպերից բաղկացած փաթեթի տեսք ունեցող կտոր առ կտոր անհամասեռ առաձգական կոմպոզիտի լարվածադեֆորմացիոն վիճակը հակահարթ դեֆորմացիայի ժամանակ:

Gasparyan A.V., Davtyan Z.A.
On Stress-Strain State of a Non-Homogeneous Composite in Form of a Package Composed of an Arbitrary Finite Number of Elastic Wedges under Anti-Plain Deformation

With the application of Mellin transforms stress-strain state of a piecewise non-homogeneous composite in form of a package composed of an arbitrary finite number of elastic wedges with different physical and geometrical parameters is considered under anti-plain deformation.

При помощи интегрального преобразования Меллина рассматривается напряжённо-деформированное состояние кусочно-однородного композита, представляющего собой пакет из произвольного конечного числа упругих клиньев, спаянных по боковым поверхностям, с разными физическими и геометрическими характеристиками при антиплоской деформации.

В настоящей работе при антиплоской деформации рассматривается граничная задача теории упругости о напряжённом состоянии составного клина с произвольным углом раствора, представляющего собой кусочно-однородное тело в виде пакета из произвольного конечного числа клиньев, спаянных по боковым поверхностям с различными упругими и геометрическими характеристиками.

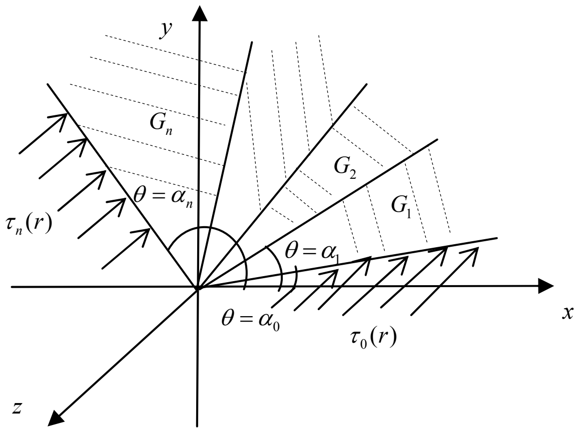
Аналогичные задачи для упругих слоёв и конечных цилиндров рассмотрены в работах [1, 2].

Решение указанной задачи при помощи интегрального преобразования Меллина сводится к решению конечно-разностного неоднородного уравнения [3]. Решение последнего, в свою очередь, сводится к решению систем линейных алгебраических уравнений с треугольной матрицей.

1. **Постановка задачи и вывод определяющих уравнений.** Пусть в цилиндрической системе координат (r,θ,z) с полюсом в начале координат в декартовой системе $Oxyz$ и полярной осью Ox упругий композит представляет собой пакет из n слоёв-клиньев с модулями сдвига G_k (фиг. 1), занимающих области

$$\Omega_k = \{-\infty < z < \infty, \quad 0 \le r < \infty, \quad \alpha_{k-1} \le \theta \le \alpha_k\} \quad (k = \overline{1,n})$$

$$-\pi \le \alpha_i < \pi, \ (i = \overline{0,n}), \ \ 0 < \alpha_n - \alpha_0 < 2\pi$$



Фиг. 1

Касательные силы интенсивностей $\tau_0(r)$ и $\tau_n(r)$, приложенные, соответственно, на крайних гранях композита $\theta = \alpha_0$ и $\theta = \alpha_n$, вызывают антиплоскую деформацию в направлении оси Oz с базовой плоскостью $r\theta$:

$$\tau_{\theta z}(r,\theta)\big|_{\theta=\alpha_0} = \tau_0(r), \qquad \tau_{\theta z}(r,\theta)\big|_{\theta=\alpha_n} = \tau_n(r).$$

Требуется найти напряжения и перемещения в композите.

Будем считать, что на бесконечности клина напряжения отсутствуют. Тогда при помощи закона Гука для k-ого слоя Ω_k описанная задача сформулируется следующим образом:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial^2 w_k}{\partial r^2} + \dfrac{1}{r}\dfrac{\partial w_k}{\partial r} + \dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial^2 w_k}{\partial \theta^2} = 0 \\ \dfrac{G_k}{r}\dfrac{\partial w_k}{\partial \theta}\bigg|_{\theta=\alpha_{k-1}} = \tau_{k-1}(r), \quad \dfrac{G_k}{r}\dfrac{\partial w_k}{\partial \theta}\bigg|_{\theta=\alpha_k} = \tau_k(r) \\ \tau_{\theta z,}\, \tau_{rz} \to 0 \quad r \to \infty \quad (\alpha_{k-1} \le \theta \le \alpha_k) \end{cases} \tag{1.1}$$

где $w_k = w_k(r,\theta)$ – единственная отличная от нуля компонента смещения точек клина Ω_k в направлении оси Oz при антиплоской деформации, а $\tau_{k-1}(r)$ и $\tau_k(r)$ – пока неизвестные касательные контактные напряжения, соответственно, на гранях $\theta = \alpha_{k-1}$ и $\theta = \alpha_k$, $(k = \overline{1,n})$ клина Ω_k.

Решение граничной задачи (1.1) построим при помощи интегрального преобразования Меллина [4], полагая

$$\overline{w}_k=\overline{w}_k(p,\theta)=\int_0^\infty w_k(r,\theta)r^{p-1}dr,\quad \overline{\tau}_k(p)=\int_0^\infty \tau_k(r)r^p dr\,.$$

Далее, применяя к (1.1) преобразование Меллина, придём к следующей граничной задаче:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2\overline{w}_k}{d\theta^2}+p^2\overline{w}_k=0 \qquad (\alpha_{k-1}<\theta<\alpha_k,\ \ k=\overline{1,n}), \\ G_k\left.\dfrac{d\overline{w}_k}{d\theta}\right|_{\theta=\alpha_{k-1}}=\overline{\tau}_{k-1},\ \ G_k\left.\dfrac{d\overline{w}_k}{d\theta}\right|_{\theta=\alpha_k}=\overline{\tau}_k\ \ (\lambda-1<\operatorname{Re}p<0;\ 0<\lambda<1). \end{cases} \tag{1.2}$$

Решение граничной задачи (1.2) представляется формулой

$$\overline{w}_k=\overline{w}_k(p,\theta)=A_k\cos p\theta+B_k\sin p\theta \qquad (\alpha_{k-1}\le\theta\le\alpha_k), \tag{1.3}$$

где коэффициенты A_k и B_k определяются из граничных условий (1.2) при помощи матричного равенства

$$\begin{pmatrix}A_k\\ B_k\end{pmatrix}=\frac{1}{pG_k\sin p(\alpha_k-\alpha_{k-1})}\begin{pmatrix}\cos p\alpha_k & -\cos p\alpha_{k-1}\\ \sin p\alpha_k & -\sin p\alpha_{k-1}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\overline{\tau}_{k-1}\\ \overline{\tau}_k\end{pmatrix}\quad (k=\overline{1,n})\,.$$

$$A_k=\frac{\overline{\tau}_{k-1}\cos p\alpha_k-\overline{\tau}_k\cos p\alpha_{k-1}}{pG_k\sin p(\alpha_k-\alpha_{k-1})},B_k=\frac{\overline{\tau}_{k-1}\sin p\alpha_k-\overline{\tau}_k\sin p\alpha_{k-1}}{pG_k\sin p(\alpha_k-\alpha_{k-1})}\quad (k=\overline{1,n}) \tag{1.4}$$

При помощи (1.3) условие непрерывности смещений на линии контакта $\theta=\alpha_k$ слоёв Ω_k и Ω_{k+1}

$$\left.\overline{w}_k\right|_{\theta=\alpha_k}=\left.\overline{w}_{k+1}\right|_{\theta=\alpha_k},\qquad (k=\overline{1,n-1})$$

запишется в виде

$$A_k\cos p\alpha_k+B_k\sin p\alpha_k=A_{k+1}\cos p\alpha_k+B_{k+1}\sin p\alpha_k\ \ (k=\overline{1,\ n-1})\,. \tag{1.5}$$

Далее, приняв во внимание (1.4), из (1.5) после простых преобразований получим следующую систему конечно-разностных уравнений второго порядка относительно трансформантов Меллина неизвестных касательных напряжений $\overline{\tau}_k$:

$$\begin{gathered} a_k\overline{\tau}_{k-1}-(b_k+b_{k+1})\overline{\tau}_k+a_{k+1}\overline{\tau}_{k+1}=0\quad (k=\overline{1,n-1}) \\ a_k=\frac{1}{G_k\sin p\varphi_k},\ \ b_k=\frac{\operatorname{ctg}p\varphi_k}{G_k},\ \varphi_k=\alpha_k-\alpha_{k-1}\quad (k=\overline{1,n}). \end{gathered} \tag{1.6}$$

Теперь из (1.6) сразу находим

$$\overline{\tau}_k=\frac{G_{k+1}\sin(p\varphi_{k+1})\overline{\tau}_{k-1}+G_k\sin(p\varphi_k)\overline{\tau}_{k+1}}{G_{k+1}\sin(p\varphi_{k+1})\cos(p\varphi_k)+G_k\sin(p\varphi_k)\cos(p\varphi_{k+1})}. \tag{1.7}$$

Для сведения (1.6) к конечно-разностным уравнениям первого порядка положим

$$a_k\overline{\tau}_{k-1}-b_k\overline{\tau}_k=f_k \tag{1.8}$$

$$a_{k+1}\overline{\tau}_{k+1}-b_{k+1}\overline{\tau}_k=g_{k+1}\qquad (k=\overline{1,n-1}). \tag{1.9}$$

Тогда система уравнений (1.6) перейдёт в систему

$$f_k + g_{k+1} = 0, \qquad (k = \overline{1, n-1}). \tag{1.10}$$

Таким образом, решение поставленной задачи сводится к решению конечно-разностных уравнений первого порядка (1.8), (1.9) и (1.10).

После решения этих уравнений, по формуле (1.4) определяются коэффициенты A_k и B_k, а затем по формуле (1.3) – функции $\overline{w}_k(p,\theta)$. Далее, при помощи обратного интегрального преобразования Меллина получим перемещения:

$$w_k(r,\theta) == \int_{c-i\infty}^{c+i\infty} \overline{w}_k(p,\theta) r^{-p} dp$$

$$(0 < r < \infty;\ \lambda - 1 < c = \operatorname{Re} p < 0;\ \ 0 < \lambda < 1;\ \ k = \overline{1,n}),$$

а при помощи последних определятся напряжения в любой точке композита.

2. Решение определяющих конечно-разностных уравнений первого порядка. Решения определяющих конечно-разностных уравнений (1.8) и (1.9) построим методом, изложенным в [3]. Сначала уравнение (1.8) представим в форме

$$\overline{\tau}_k = \left[1 - P(k)\right]\overline{\tau}_{k-1} + Q(k),$$

$$P(k) = \frac{b_k - a_k}{b_k}, \qquad Q(k) = -\frac{f_k}{b_k} \qquad (k = \overline{1, n-1}),$$

решение которого имеет вид

$$\overline{\tau}_k = -\prod_{j=1}^{k}[1 - P(j)]\left\{\sum_{i=1}^{k} \frac{f_i}{b_i \prod_{r=1}^{i}[1 - P(r)]} - \overline{\tau}_0\right\} \quad k = (\overline{1, n-1}) \tag{2.1}$$

Аналогичным образом решение уравнения (1.9) имеет вид

$$\overline{\tau}_k = -\prod_{j=k}^{n-1}\frac{1}{1 - \tilde{P}(j+1)}\left\{\sum_{i=k}^{n-1}\frac{g_{i+1}}{a_{i+1}}\prod_{r=i+1}^{n-1}[1 - \tilde{P}(r+1)] - \overline{\tau}_n\right\}$$

$$\tilde{P}(k+1) = \frac{(a_{k+1} - b_{k+1})}{a_{k+1}} \qquad k = (\overline{1, n-1}). \tag{2.2}$$

Теперь приравнивая выражения (2.1) и (2.2) и учитывая (1.10), относительно неизвестных коэффициентов f_i $(i = \overline{1, n-1})$ получим следующую систему линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=k}^{n-1} G_{i+1}\sin(p\varphi_{i+1})\frac{\prod_{r=i+1}^{n-1}\cos(p\varphi_{r+1})}{\prod_{j=k}^{n-1}\cos(p\varphi_{j+1})} f_i + \frac{\overline{\tau}_n}{\prod_{j=k}^{n-1}\cos(p\varphi_{j+1})} =$$

$$= -\sum_{i=1}^{k} G_i \operatorname{tg}(p\varphi_i) \frac{\prod_{r=1}^{i}\cos(p\varphi_r)}{\prod_{j=1}^{k}\cos(p\varphi_j)} f_i + \frac{\bar{\tau}_0}{\prod_{j=1}^{k}\cos(p\varphi_j)}, \ (k=\overline{1,n-1}). \tag{2.3}$$

Вводя обозначения

$$A_i = G_i \operatorname{tg}(p\varphi_i), \ (i=\overline{1,k}), \qquad B_i = G_{i+1}\sin(p\varphi_{i+1}), \ (i=\overline{k,n-1})$$

$$C_i = \prod_{r=1}^{i}\cos(p\varphi_r), \ (i=\overline{1,k}), \quad D_i = \prod_{r=i}^{n-1}\cos(p\varphi_{r+1}), \ (i=\overline{k,n-1})$$

систему (2.3) запишем в виде

$$A_k f_k + \sum_{i=1}^{k-1} A_i \frac{C_i}{C_k} f_i + \sum_{i=k}^{n-1} B_i \frac{D_{i+1}}{D_k} f_i = \frac{\bar{\tau}_0}{C_k} - \frac{\bar{\tau}_n}{D_k}, \ (k=\overline{1,n-1}) \tag{2.4}$$

Полагая

$$K_n = \prod_{r=1}^{n}\cos(p\varphi_r),$$

будем иметь:

$$D_{i+1} = \prod_{r=i+1}^{n-1}\cos(p\varphi_{r+1}) = \frac{K_n}{\cos(p\varphi_{i+1})C_i}; \quad D_k = \prod_{j=k}^{n-1}\cos(p\varphi_{r+1}) = \frac{K_n}{C_k}$$

$$(i=\overline{k,n-1}, \ k=\overline{1,n-1}).$$

С учётом последнего система (2.4) преобразуется к следующей системе с левой треугольной матрицей:

$$\sum_{i=1}^{k} L_{ki} f_i = h_k, \qquad (k=\overline{1,n-1})$$

$$L_{ki} = \begin{cases} A_i C_i - \dfrac{C_k^2}{C_i} A_{i+1}, \ (i=\overline{1,k-1}), \\ A_k C_k, \qquad (i=k) \end{cases} \quad h_k = \bar{\tau}_n - C_k^2 (X_n + \frac{\bar{\tau}_n}{K_n}), \quad X_n = \sum_{i=1}^{n-1} \frac{A_{i+1}}{C_i} f_i,$$

решение которой приведено в [1].

3. Частные случаи и числовые результаты. Рассмотрим двухслойный композит, который подвергается антиплоской деформации, вызванной силами $\tau_0(r)$ и $\tau_2(r)$, приложенными на крайних гранях композита $\theta=\alpha_0$ и $\theta=\alpha_2$ соответственно. Тогда, для преобразования Меллина неизвестного касательного напряжения на линии контакта слоев-клиньев из (1.7) получим

$$\bar{\tau}_1 = \frac{\mu\sin(p\varphi_2)\bar{\tau}_0 + \sin(p\varphi_1)\bar{\tau}_2}{\mu\sin(p\varphi_2)\cos(p\varphi_1) + \sin(p\varphi_1)\cos(p\varphi_2)} \tag{3.1}$$

где $\varphi_2 = \alpha_2 - \alpha_1$, $\varphi_1 = \alpha_1 - \alpha_0$, $\mu = G_2/G_1$.

Применяя формулу обращения Меллина

$$\tau_1(r)=\frac{1}{2\pi i}\int_{c-i\infty}^{c+i\infty}\bar{\tau}_1 r^{-p-1}dp,$$

после несложных вычислений [5, 6] придём к формуле

$$\tau_1(r)=\frac{1}{2\pi r}\left(\mu\int_0^\infty K(x,r)\tau_0(x)dx+\int_0^\infty L(x,r)\tau_2(x)dx\right) \tag{3.2}$$

где

$$K(x,r)=\int_0^\infty \frac{\mathrm{sh}(s\varphi_2)\cos(s\ln\frac{x}{r})ds}{\mu\,\mathrm{sh}(s\varphi_2)\mathrm{ch}(s\varphi_1)+\mathrm{sh}(s\varphi_1)\mathrm{ch}(s\varphi_2)}$$

$$L(x,r)=\int_0^\infty \frac{\mathrm{sh}(s\varphi_1)\cos(s\ln\frac{x}{r})ds}{\mu\,\mathrm{sh}(s\varphi_2)\mathrm{ch}(s\varphi_1)+\mathrm{sh}(s\varphi_1)\mathrm{ch}(s\varphi_2)}\qquad (0<r<\infty)$$

Далее для простоты допустим, что на крайних гранях композита приложены одинаковые сосредоточенные силы, т.е.

$\tau_0(r)=\tau_2(r)=T\delta(r-r_0)$,

где $\delta(r)$ – функция Дирака. Тогда

$$\tau_1(r)=\frac{T}{4\pi r}\left(\mu K(r_0,r)+L(r_0,r)\right)$$

$$K(r_0,r)=\int_0^\infty \frac{\mathrm{sh}(s\varphi_2)\cos(s\ln\frac{r_0}{r})ds}{\mu\,\mathrm{sh}(s\varphi_2)\mathrm{ch}(s\varphi_1)+\mathrm{sh}(s\varphi_1)\mathrm{ch}(s\varphi_2)} \tag{3.3}$$

$$L(r_0,r)=\int_0^\infty \frac{\mathrm{sh}(s\varphi_1)\cos(s\ln\frac{r_0}{r})ds}{\mu\,\mathrm{sh}(s\varphi_2)\mathrm{ch}(s\varphi_1)+\mathrm{sh}(s\varphi_1)\mathrm{ch}(s\varphi_2)}\qquad (0<r<\infty)$$

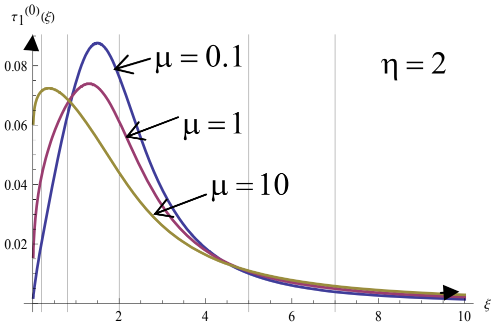
После введения безразмерных величин

$$r=a\xi,\quad r_0=a\eta,\quad \tau_1^{(0)}(\xi)=\frac{a}{T}\tau_1(a\xi)$$

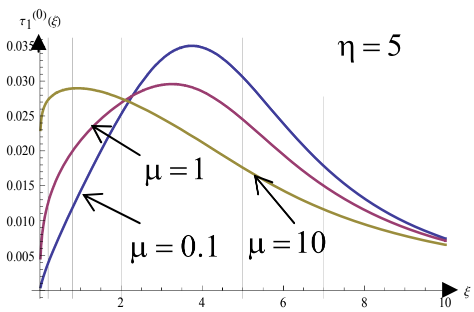
из (3.3) получим

$$\tau_1^{(0)}(\xi)=\frac{1}{4\pi\xi}\left(\mu K(\xi,\eta)+L(\xi,\eta)\right). \tag{3.4}$$

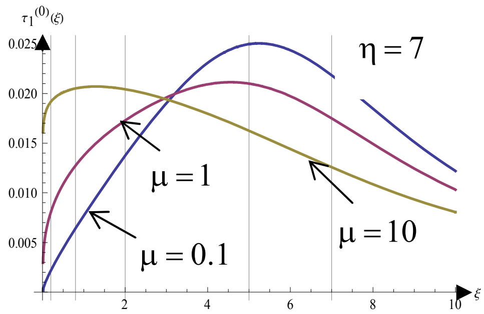
а) На фиг. 2-4 приведены графики безразмерного напряжения $\tau_1^{(0)}(\xi)$ в зависимости от безразмерной переменной ξ для различных значений μ при фиксированных значениях $\varphi_1=\frac{\pi}{2}$, $\varphi_2=\frac{\pi}{4}$ и $\eta=2,5,7$ соответственно.



Фиг. 2



Фиг. 3



Фиг. 4

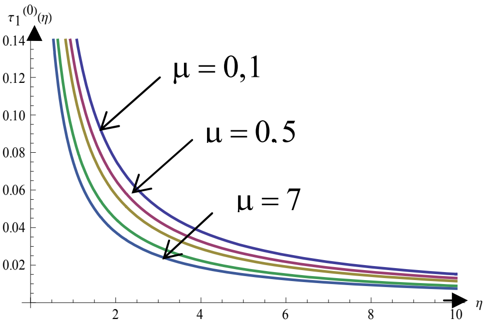
Из графиков видно, что при $\mu > 1$ контактное напряжение вблизи вершины клина больше, а при $\mu < 1$ меньше, чем контактное напряжение там же в однородном случае ($\mu = 1$).

б) При $r = r_0$ $(\xi = \eta)$ из (3.3) и (3.4) получим

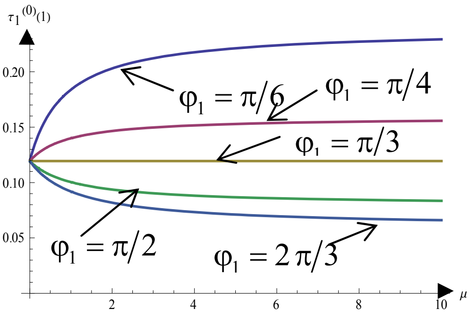
$$\tau_1^{(0)}(\eta) = \frac{1}{4\pi\eta}\left(\mu K(\eta,\eta) + L(\eta,\eta)\right)$$

$$K(\eta,\eta) = \int_0^\infty \frac{\operatorname{sh}(s\varphi_2)ds}{\mu \operatorname{sh}(s\varphi_2)\operatorname{ch}(s\varphi_1) + \operatorname{sh}(s\varphi_1)\operatorname{ch}(s\varphi_2)} \tag{3.5}$$

$$L(\eta,\eta) = \int_0^\infty \frac{\operatorname{sh}(s\varphi_1)ds}{\mu \operatorname{sh}(s\varphi_2)\operatorname{ch}(s\varphi_1) + \operatorname{sh}(s\varphi_1)\operatorname{ch}(s\varphi_2)} \qquad (0 < \eta < \infty)$$



Фиг. 5



Фиг. 6

На фиг. 5 приведены графики изменения $\tau_1^{(0)}(\eta)$ для различных значений $\mu = 0,1; 0,5; 1; 3; 7$ при $\varphi_1 = \dfrac{\pi}{3}$, $\varphi_2 = \dfrac{\pi}{4}$. Эти графики характеризуются строгим монотонным убыванием напряжений, причём при возрастании коэффициента μ контактное напряжение уменьшается.

в) На фиг. 6 приведены графики изменения $\tau_1^{(0)}(\eta)$ в точке $\eta = 1$ в зависимости от параметра μ соответственно для различных значений $\varphi_1 = \dfrac{\pi}{6}; \dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{3}; \dfrac{\pi}{2}; \dfrac{2\pi}{3}$ и при $\varphi_2 = \dfrac{\pi}{3}$.

3.2 При равных углах слоёв-клиньев $\varphi_1 = \varphi_2 = \alpha$ из (1.7) получим

$$\bar{\tau}_1 = \frac{\mu\bar{\tau}_0 + \bar{\tau}_2}{(1+\mu)\cos(p\alpha)}. \tag{3.6}$$

Если $\tau_0 = \tau_2$, то $\bar{\tau}_1 = \dfrac{\bar{\tau}_0}{\cos(p\alpha)}$, т.е. напряжение на плоскости контакта клиньев не зависит от отношения модулей сдвига слоёв μ, что подтверждают также графики на фиг. 4.

Далее, применяя к (3.6) формулу обращения, после несложных преобразований и вычислений [5, 6] получим

$$\tau_1(r) = \frac{1}{2\alpha r(\mu+1)}\left(\mu\int_0^\infty \tau_0(x)\frac{(x/r)^{\pi/2\alpha}}{1+(x/r)^{\pi/\alpha}}dx + \int_0^\infty \tau_2(x)\frac{(x/r)^{\pi/2\alpha}}{1+(x/r)^{\pi/\alpha}}dx\right). \tag{3.7}$$

I. В случае, когда антиплоская деформация двухслойного композита вызвана одинаковыми равномерно распределёнными силами, приложенными на крайних гранях композита $\tau_0(r) = \tau_2(r) = P$, из (3.7) посредством простых вычислений получим

$$\tau_1(r) = \frac{P}{2\cos\alpha}, \quad 0 < \alpha < \frac{\pi}{2}.$$

II. В случае, когда антиплоскую деформацию композита вызывают одинаковые сосредоточенные силы на её крайних гранях $\tau_0(r)=\tau_2(r)=T\delta(r-r_0)$, из (3.7) получим

$$\tau_1(r)=\frac{T}{4\alpha r}\frac{\left(r_0/r\right)^{\pi/2\alpha}}{1+\left(r_0/r\right)^{\pi/\alpha}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Гаспарян А.В., Мхитарян С.М. О напряжённом состоянии композита в виде пакета из произвольного конечного числа упругих слоёв при антиплоской деформации //Изв.НАН Армении. Механика. 2010. Т.63. № 2. С.10-20.
2. Гаспарян А.В., Давтян З.А. Кручение круглого слоистого цилиндра конечной длины //Сб.трудов международной школы-конференции молодых ученых. 28 сентября – 1 октября 2009, Агавнадзор, Армения, с.186-189.
3. Гельфонд А.О. Исчисление конечных разностей. М: Наука, 1967. 375с.
4. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л: Наука, 1967. 403с.
5. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Т.1. М.: Наука, 1969. 343с.
6. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108с.

Сведения об авторах:

Гаспарян Ануш Вараздатовна
К.ф.-м.н., научный сотрудник, Институт механики НАН Армении
Адрес: 0019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2
Тел.: (+37410) 52-48-90,
E-mail: anush@mechins.sci.am

Давтян Завен Азибекович
К.ф.-м.н., старший научный сотрудник, Институт механики НАН Армении
Адрес: 0019, Ереван, пр. Маршала Баграмяна 24/2
Тел.: (+37410) 52-48-90,
E-mail: anush@mechins.sci.am

Поступила в редакцию 26.11.2013