ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 66, № 3, 2013 Механика

УДК 539.3

МАГНИТОУПРУГИЕ КОЛЕБАНИЯ ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ С НАЧАЛЬНЫМ МАГНИТНЫМ ИМПУЛЬСОМ

Папян А.А.

Ключевые слова: магнитное поле, пластинка, частота колебаний, начальные условия.
Key words: magnetic field, vibrations frequency, initial conditions.

Պապյան Ա.Ա.
Սկզբնական մագնիսական իմպուլսով իդեալական հաղորդիչ ուղղանկյուն սալի մագնիսաառաձգական տատանումները երկայնական մագնիսական դաշտում

Կիրհոֆի սալերի տեսության հիման վրա լուծվում է մագնիսաառաձգական տատանումների մի խնդիր, սկզբնական պայմաններով: Ստացվել են տատանման հաճախության արժեքները՝ կախված մագնիսական դաշտից:

Papyan A.A.
The magnetoelastic vibrations of ideal conductive rectangular plate in longitudinal magnetic field with initial magnetic impulse

Based on the theory of Kirchhoff's plate is solved a problem of vibrations of magneto-elasticity with initial conditions. The frequency values of vibrations are obtained depending on the magnetic field.

На основе теории Кирхгофа решается задача магнитоупругих колебаний с начальными условиями. Получены значения частот колебаний при разных величинах магнитного поля.

Задачи с начальными условиями для магнитоупругих колебаний изучались в [1-3], а для распространения магнитоупругих волн – [4 - 6].

В [1] рассматривается прямоугольная пластинка с конечной электропроводностью, которая находится в постоянном магнитном поле. Пластинка шарнирно опёрта по всем краям, а начальные условия даны в виде начального магнитного импульса.

В [2, 3] исследуется бесконечная проводящая пластинка, которая находится в постоянном продольном магнитном поле с начальными условиями. В одном случае дан начальный прогиб, а в другом – начальный импульс.

В [4] рассматривается распространение одномерных магнитоупругих волн в идеально проводящей среде. Начальные условия заданы в виде начального магнитного импульса. Для решения задачи применяется метод Даламбера.

В [5,6] исследуется распространение магнитоупругих волн в идеально проводящем полупространстве, в случае, когда начальные условия даны в виде магнитного импульса.

В отличие от вышепредставленных задач, в данной работе рассматриваются магнитоупругие колебания идеально проводящей прямоугольной пластинки в продольном магнитном поле.

Рассматриваемая задача от [1-3] отличается тем, что материал пластинки идеально проводящий, а от [4- 6] тем, что исследуется пластинка конечных размеров.

1. Рассматривается прямоугольная пластинка с постоянной толщиной $2h$, которая помещена в постоянное магнитное поле $\vec{H}_0 = \vec{H}_0\left(H_{01}, 0, 0\right)$, вектор напряженности которого параллелен срединной плоскости пластинки. В прямоугольной декартовой системе координат пластинка занимает область $0 \le x \le a$, $0 \le y \le b$ и $-h \le z \le h$. Упругие свойства пластинки характеризуются жёсткостью и плотностью ρ.

Уравнение движения следующее [7,8]:

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} + R_i = \rho \frac{\partial^2 U_i}{\partial t^2} \tag{1.1}$$

$i, j = 1, 2, 3$

где σ_{ij} – компонента тензора напряжения, U_i – компонента перемещения, R_i – объёмная сила.

Основное допущение при рассмотрении задачи колебаний пластинки гипотеза Кирхгофа, согласно которой:

$$U_1 = U - z\frac{\partial w}{\partial x},\ U_2 = V - z\frac{\partial w}{\partial y} \text{ и } U_3 = w \tag{1.2}$$

где $U\left(x, y, t\right)$, $V\left(x, y, t\right)$ и $w\left(x, y, t\right)$ – перемещение срединной плоскости пластинки. Уравнение электродинамики Максвелла представлено в виде [7]:

$$\mathrm{rot}\vec{e} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{h}}{\partial t},\ \mathrm{div}\vec{h} = 0$$

$$\mathrm{rot}\vec{h} = \frac{4\pi}{c}\vec{j},\ \mathrm{div}\vec{e} = 4\pi\rho_{(e)} \tag{1.3}$$

Для идеального проводника имеем [4-9]:

$$\vec{h} = \mathrm{rot}\left(\vec{U} \times \vec{H}_0\right) + \vec{q}\left(x, y, z\right) \tag{1.4}$$

Для установившихся колебаний обычно принимается $\vec{q}\left(x, y, z\right) = 0$. Здесь рассматривается задача с начальными условиями $\left(\vec{q}\left(x, y, z\right) \ne 0\right)$.

Условия на лицевых поверхностях пластинки имеют следуюший вид [9]:

$$\sigma_{zz} + t_{zz} = t_{zz}^{(e)},\ \sigma_{zx} + t_{zx} = t_{zx}^{(e)},\ \sigma_{zy} + t_{zy} = t_{zy}^{(e)},\ h_3 = h_3^{(e)} \text{ и}$$

$$e_1 = e_1^{(e)} \tag{1.5}$$

где t_{ij}, $i, j = x, y, z$ – компоненты тензора Максвелла.

Значения компонент пондеромоторной силы $\vec{R} = \frac{1}{c}\left(\vec{j} \times \vec{H}_0\right)$ принимают следующий вид:

$R_1 = 0$,

$$R_2 = \frac{1}{4\pi}\left(H_{01}^2 \left(\frac{\partial^2 U_2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 U_2}{\partial x^2} \right) + H_{01}\left(\frac{\partial q_y}{\partial x} - \frac{\partial q_x}{\partial y} \right) \right),$$

$$R_3 = \frac{1}{4\pi}\left(H_{01}^2 \left(\frac{\partial^2 U_2}{\partial y \partial z} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 U_3}{\partial x^2} \right) - H_{01}\left(\frac{\partial q_x}{\partial z} - \frac{\partial q_y}{\partial x} \right) \right) \tag{1.6}$$

На лицевых плоскостях пластинки $z = \pm h$ $t_{zx}(\pm h) = t_{zx}^{(e)}(\pm h)$ и $t_{yz}(\pm h) = t_{yz}^{(e)}(\pm h)$ [9].

Отсюда следует, что $\sigma_{zy} = \sigma_{zx} = 0$ при $z = \pm h$.

Уравнение движения (1.1) заменяются следующими осреднёнными уравнениями:

$$\frac{\partial Q_1}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} + \int_{-h}^{h} R_1 dz = \rho \int_{-h}^{h} \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} dz$$

$$\frac{\partial Q_2}{\partial y} + \frac{\partial S}{\partial x} + \int_{-h}^{h} R_2 dz = \rho \int_{-h}^{h} \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} dz$$

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} + \int_{-h}^{h} R_3 dz + \sigma_{zz}(h) - \sigma_{zz}(-h) = \rho \int_{-h}^{h} \frac{\partial^2 U_3}{\partial t^2} dz \tag{1.7}$$

$$\frac{\partial M_1}{\partial x} + \frac{\partial M_{12}}{\partial y} + \int_{-h}^{h} z R_1 dz - N_1 = \rho \int_{-h}^{h} z \frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2} dz$$

$$\frac{\partial M_2}{\partial y} + \frac{\partial M_{12}}{\partial x} + \int_{-h}^{h} z R_2 dz - N_2 = \rho \int_{-h}^{h} z \frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2} dz \tag{1.8}$$

где $Q_1 = \frac{2Eh}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial U}{\partial x} + \upsilon \frac{\partial V}{\partial y} \right)$, $Q_2 = \frac{2Eh}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial V}{\partial y} + \upsilon \frac{\partial U}{\partial x} \right)$,

$$S = \frac{Eh}{1+\nu}\left(\frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x} \right), \quad M_1 = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \upsilon \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right), \quad M_2 = -D\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \upsilon \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right),$$

$$M_{12} = -(1-\upsilon) D \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y}, \; D = \frac{2Eh^3}{3(1-\nu^2)} \tag{1.9}$$

Пренебрегая значением $t_{zz}^{(e)}$ на лицевых плоскостях пластинки по сравнению с t_{zz}, условие (1.5) принимает следующий вид:

$$\sigma_{zz} = -t_{zz} \tag{1.10}$$

$$t_{zz} = \frac{1}{4\pi}\left(H_{01}^2 \left(\frac{\partial V}{\partial y} - z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) - H_{01} q_x \right) \tag{1.11}$$

Уравнение (1.7) и (1.8) с учётом (1.9), (1.10) и (1.11) запишутся в следующем виде (значения $\rho\int_{-h}^{h} z\frac{\partial^2 U_2}{\partial t^2}dz$ и $\rho\int_{-h}^{h} z\frac{\partial^2 U_1}{\partial t^2}dz$ пренебрегаются).

$$\frac{2Eh}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial x^2}+\upsilon\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial y}\right)+\frac{Eh}{1+\nu}\left(\frac{\partial^2 U}{\partial y^2}+\upsilon\frac{\partial^2 V}{\partial x\partial y}\right)=2\rho h\frac{\partial^2 U}{\partial t^2}$$

$$\frac{2Eh}{1-\nu^2}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\upsilon\frac{\partial^2 U}{\partial x\partial y}\right)+\frac{Eh}{1+\nu}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}+\upsilon\frac{\partial^2 U}{\partial x\partial y}\right)+\frac{hH_{01}^2}{2\pi}\left(\frac{\partial^2 V}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 V}{\partial x^2}\right)+$$

$$+\frac{hH_{01}}{4\pi}\int_{-h}^{h}\left(\frac{\partial q_y}{\partial x}+\frac{\partial q_x}{\partial y}\right)dz=2\rho h\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \qquad (1.12)$$

$$D\Delta^2 w-\frac{H_{01}^2 h}{2\pi}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{H_{01}^2 h^3}{6\pi}\left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 w}{\partial x^2\partial y^2}\right)-$$

$$-\frac{H_{01}}{4\pi}\int_{-h}^{h}\left(\frac{\partial q_z}{\partial x}-z\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial q_y}{\partial x}-\frac{\partial q_x}{\partial y}\right)\right)dz+2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=0 \qquad (1.13)$$

2. Рассмотрим случай, когда поперечные колебания пластинки не зависят от координаты y, тогда уравнение (1.13) будет иметь следующий вид:

$$D\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}-\frac{H_{01}^2 h}{2\pi}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\frac{H_{01}^2 h^3}{6\pi}\frac{\partial^4 w}{\partial x^4}+2\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}=\frac{H_{01}}{4\pi}\int_{-h}^{h}\frac{\partial q_z}{\partial x}dz \qquad (2.1)$$

Начальные условия, обусловленные начальным магнитным импульсом, запишем в виде:

при $t=0 \quad w=0$, $\frac{\partial w}{\partial t}=0$ и $\vec{h}=\vec{q}(x,y,z)$ (2.2)

Решение (2.1) будем искать в следующем в виде:

$$w(x,t)=W(x,t)+f(x) \qquad (2.3)$$

где функция $f(x)$ выбирается из следующего уравнения:

$$\left(D+\frac{H_{01}^2 h^3}{6\pi}\right)\frac{d^4 f}{dx^4}-\frac{H_{01}^2 h}{2\pi}\frac{d^2 f}{dx^2}=\frac{H_{01}}{4\pi}\int_{-h}^{h}\frac{\partial q_z}{\partial x}dz \qquad (2.4)$$

В этом случае уравнение для $W(x,t)$ примет вид:

$$\left(D+\frac{H_{01}^2 h^3}{6\pi}\right)\frac{\partial^4 W}{\partial x^4}-\frac{H_{01}^2 h}{2\pi}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+2\rho h\frac{\partial^2 W}{\partial t^2}=0. \qquad (2.5)$$

Введём следующие обозначения:

$$\frac{3H_{01}^2 h}{6\pi D+H_{01}^2 h^3}=a_1^2,\quad \frac{12\rho h\pi}{6\pi D+H_{01}^2 h^3}=b_1^2,\quad \frac{3H_{01}}{2\left(6\pi D+H_{01}^2 h^3\right)}=a_2 \qquad (2.6)$$

Рассмотрим частный случай, когда

$$q_z = q_0 \cos \lambda_* x, \text{ где } \lambda_* = \frac{\pi}{a}. \tag{2.7}$$

Решение дифференциального уравнения (2.4) получается в виде:

$$f(x) = C_1 e^{a_1 x} + C_2 e^{-a_1 x} - \frac{q_0 2 h a_2}{\lambda_* \left(\lambda_*^2 + a_1^2\right)} \sin \lambda_* x - \frac{C_3}{a_1^2} x - \frac{C_0}{a_1^2} \tag{2.8}$$

Рассмотрим следующую задачу: предположим, что пластинка шарнирно опёрта по краям:

$$\text{при } x = 0, a \quad w = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \tag{2.9}$$

Потребуем, чтобы функция $f(x)$ удовлетворяла аналогичным условиям:

$$\text{при } x = 0, a \quad f = 0, \quad \frac{d^2 f}{dx^2} = 0 \tag{2.10}$$

Удовлетворяя решению (2.8) и условиям (2.10), для $f(x)$ получим:

$$f(x) = -\frac{q_0 2 h a_2}{\lambda_* \left(\lambda_*^2 + a_1^2\right)} \sin(\lambda_* x). \tag{2.11}$$

Решение уравнения (2.5) представим в виде:

$$W(x,t) = X(x) T(t) \tag{2.12}$$

С учётом (2.13) из (2.5) получим:

$$X^{IV}(x) - a_1^2 X^{II}(x) - \lambda^4 X(x) = 0$$

$$T^{II}(t) + \frac{\lambda^4}{b_1^2} T(t) = 0 \tag{2.13}$$

Решением системы уравнений (2.13) будет:

$$X(x) = A_1 \operatorname{sh}(\gamma_1 x) + A_2 \operatorname{ch}(\gamma_1 x) + A_3 \sin(\gamma_2 x) + A_4 \cos(\gamma_2 x) \tag{2.14}$$

$$\text{где } \gamma_1 = \sqrt{\frac{a_1^2 + \sqrt{4\lambda^4 + a_1^4}}{2}}, \gamma_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{4\lambda^4 + a_1^4} - a_1^2}{2}} \tag{2.15}$$

$$T(t) = B_1 \sin\left(\frac{\lambda^2}{b_1} t\right) + B_2 \cos\left(\frac{\lambda^2}{b_1} t\right) \tag{2.16}$$

Подстановка $X(x)$ в граничные условия (2.9) приводит к системе однородных алгебраических уравнений относительно произвольных постоянных A_1, A_2, A_3, A_4. Равенство нулю детерминантов этой системы даёт

$$\sin(\gamma_2 a) = 0. \tag{2.17}$$

Откуда имеем

$$\lambda_k = \sqrt[4]{\frac{\pi^2 k^2}{a^2}\left(\frac{\pi^2 k^2}{a^2} + a_1^2\right)}, \; k = 1, 2, 3.... \tag{2.18}$$

Общее решение $W(x,t)$ будет иметь следующий вид:

$$w(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\sin(\gamma_{2k}x)\left[B_{1k}\sin\left(\frac{\lambda_k^2}{b_1}t\right)+B_{2k}\cos\left(\frac{\lambda_k^2}{b_1}t\right)\right]-$$

$$-\frac{q_0 2ha_2}{\lambda_*\left(\lambda_*^2+a_1^2\right)}\sin(\lambda_* x) \tag{2.19}$$

После удовлетворения (2.19) начальным условиям (2.2) получим:

$$w(x,t)=\frac{q_0 2ha_2}{\lambda_*(\lambda_*^2+a_1^2)}\sin(\lambda_* x)\left(\cos\left(\frac{\lambda_1^2}{b_1}t\right)-1\right) \tag{2.20}$$

3. Пусть одна сторона пластинки жёстко защемлена, а другая свободна. В случае, когда поперечные колебания не зависят от координаты y, граничные условия будут иметь вид:

при $x=0$ $\quad w=0$, $\dfrac{\partial w}{\partial x}=0$

при $x=a$ $\quad \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0$, $\dfrac{\partial^3 w}{\partial x^3}=0$ (3.1)

Потребуем, чтобы функция $f(x)$ удовлетворяла аналогичным условиям:

при $x=0$ $\quad f=0,$ $\dfrac{df}{dx}=0$

при $x=a$ $\quad \dfrac{d^2 f}{dx^2}=0,$ $\dfrac{d^3 f}{dx^3}=0$ (3.2)

Тогда функция $f(x)$ принимает вид:

$$f(x)=\frac{q_0 2ha_2}{(\lambda_*^2+a_1^2)}\left(\frac{\lambda_*^2}{a_1^3}\mathrm{sh}((x-a)a_1)-\frac{\sin(\lambda_* x)}{\lambda_*}-\right.$$

$$\left.-\frac{x}{a_1^2}\left(\lambda_*^2\mathrm{ch}(a_1 a)-a_1^2\right)+\frac{\lambda_*^2}{a_1^3}\mathrm{sh}(a_1 a)\right) \tag{3.3}$$

Удовлетворяя (2.14) граничным условиям (3.1), получим:

$$\begin{cases} A_2+A_4=0 \\ \gamma_1 A_1+\gamma_2 A_3=0 \\ \gamma_1^2 A_1\mathrm{sh}(\gamma_1 a)+\gamma_1^2 A_2\mathrm{ch}(\gamma_1 a)- \\ -\gamma_2^2 A_3\sin(\gamma_2 a)-\gamma_2^2 A_4\cos(\gamma_2 a)=0 \\ \gamma_1^3 A_1\mathrm{ch}(\gamma_1 a)+\gamma_1^3 A_2\mathrm{sh}(\gamma_1 a)- \\ -\gamma_2^3 A_3\cos(\gamma_2 a)+\gamma_2^3 A_4\sin(\gamma_2 a)=0 \end{cases} \tag{3.4}$$

Чтобы система (3.4) имела ненулевое решение, необходимо чтобы детерминант был равен нулю, тогда получим:

$$a_1^4+2\lambda^4+2\lambda^4\cos(\gamma_2 a)\operatorname{ch}(\gamma_1 a)-\lambda^2 a_1^2\sin(\gamma_2 a)\operatorname{sh}(\gamma_1 a)=0 \tag{3.5}$$

Когда магнитное поле отсутствует: $H_{01}=0$ $(a_1=0)$, из (3.5) получим [10]:

$$\cos(\lambda a)\operatorname{ch}(\lambda a)=-1. \tag{3.6}$$

Неизвестные постоянные A_2, A_3, A_4 из (3.4) представим с помощью A_1

$$\begin{cases} A_3=-\dfrac{\gamma_1}{\gamma_2}A_1 \\ A_4=-A_2 \\ A_2=-\dfrac{\gamma_1^2\operatorname{sh}(\gamma_1 a)+\gamma_1\gamma_2\sin(\gamma_2 a)}{\gamma_1^2\operatorname{ch}(\gamma_1 a)+\gamma_2^2\cos(\gamma_2 a)}A_1 \end{cases} \tag{3.7}$$

Обозначим $\vartheta=\dfrac{\gamma_1^2\operatorname{sh}(\gamma_1 a)+\gamma_1\gamma_2\sin(\gamma_1 a)}{\gamma_1^2\operatorname{ch}(\gamma_1 a)+\gamma_2^2\cos(\gamma_2 a)}$

В этом случае $\mathrm{X}(x)$ будет иметь следующий вид:

$$\mathrm{X}_k(x)=A_{1k}\left(\operatorname{sh}(\gamma_{1k}x)-\vartheta_k\operatorname{ch}(\gamma_{1k}x)-\frac{\gamma_{1k}}{\gamma_{2k}}\sin(\gamma_{2k}x)+\vartheta_k\cos(\gamma_{2k}x)\right), \tag{3.8}$$

а для $w(x,t)$ получим

$$w(x,t)=\sum_{k=1}^{\infty}\mathrm{X}_k(x)\left(B_{1k}\sin\left(\frac{\lambda_k^2}{b_1}t\right)+B_{2k}\cos\left(\frac{\lambda_k^2}{b_1}t\right)\right)+f(x), \tag{3.9}$$

где λ_k – решение уравнения (3.5).

Представим $f(x)$ в виде ряда

$$f(x)=\frac{q_0 2ha_2}{\lambda_*^2+a_1^2}\sum_{m=1}^{\infty}C_m X_m \tag{3.10}$$

где C_k, согласно (3.3), определяются следуюшим образом:

$$\left(\frac{q_0 2ha_2}{\lambda_*^2+a_1^2}\right)^{-1}\int_0^a f(x)X_k(x)dx=C_k\int_0^a X_k^2(x)dx \tag{3.11}$$

Удовлетворяя начальным условиям (2.2), получим

$$B_{1k}=0$$

$$B_{2k}=-\frac{q_0 2ha_2}{\lambda_*^2+a_1^2}C_k \tag{3.12}$$

Решение уравнения (3.5) при разных величинах магнитного поля дано в табл.1, откуда можно определить частоты колебаний.

Таблица 1

$a_1^2 a^2$	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	5	10
$\lambda_1 a$	1,87510	1,87507	1,87478	1,87186	1,84311	1,72499	1,59574

При разных величинах магнитного поля получено значение C_1, которое представлено в табл.2.

Таблица 2

$a_1^2 a^2$	0,0001	0,001	0,01	0,1	1	5	10
$C_1 a$	0,86428	0,86455	0,86723	0,89409	1,17156	2,25413	3,02307

ЛИТЕРАТУРА

1. Белубекян М.В., Фароян С.Р. Магнитоупругие колебания прямоугольной электропроводящей пластинки в продольном магнитном поле под воздействием электромагнитного импульса. // Ученые записки ЕГУ. Т. 2. 1979. С. 48-52.
2. Саркисян С.В. Магнитоупругие колебания бесконечной пластинки с заданным начальным прогибом или магнитным импульсом. // Ученые записки ЕГУ. Т.3. 198. С.36-41.
3. Саркисян С.В. Магнитоупругие колебания бесконечной пластинки с заданным начальным прогибом. // В сб.: «Механика». Ереван: Изд-во ЕГУ. 1982. Вып.2. С.120 – 125.
4. Белубекян М.В. О возбуждении упругих волн электромагнитным импульсом. //Доклады АН. Арм.ССР. 1980. Т.20. № 4. С. 219 – 224.
5. Гаспарян А.Е., Даноян З.Н. Распространение магнитоупругих волн в идеально проводящем полупространстве, обусловленных действием электромагнитного импульса. // В сб.: «Исследования по механике твёрдого деформируемого тела» 1983. С.65-72.
6. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н. Электромагнитоупругие волны. Ереван: Изд. ЕГУ, 2006. 492 с.
7. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М.: Наука, 1977. 272с.
8. Новацкий В. Электромагнитные эффекты в твёрдых телах. М.: Мир, 1986. 160с.
9. M.Belubekyan, K. Ghazaryan, P. Marzocca, C. Cormier, (Localized Magnetoelastic Bending Vibration of an Electroconductive Elastic Plate) // Journal of Applied Mechanics, November. 2007. Vol.74. P.1071 – 1077.
10. Бабаков И.М. Теория колебаний. М.: Наука, 1968. 560с.

<u>Сведения об авторе:</u>

Папян Арарат Артурович – аспирант Института механики НАН Армении.

Тел: (+374 93) 05 - 00 - 93

E-mail: aro088@mail.ru

Поступила в редакцию 14.06.2013