ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 66, №2, 2013 Механика

УДК 62-50

ОПТИМИЗАЦИЯ ГАРАНТИРУЮЩЕГО УПРАВЛЕНИЯ ПОИСКОМ ПОДВИЖНОГО ОБЪЕКТА

Аветисян В.В.

Ключевые слова: гарантированный поиск, оптимальное управление
Keywords: guaranteed search, optimal control

Ավետիսյան Վ.Վ.
Շարժվող օբյեկտի փնտրման երաշխավորող ղեկավարման օպտիմալացումը

Դիտարկվում է հարթության մեջ արագությամբ ղեկակավարվող շարժական կետային օբյեկտի օպտիմալ երաշխավորված փնտրման խնդիրը, երբ սկզբնական պահին հայտնի է միայն որոնելի օբյեկտի գտնվելու շրջանային տիրույթը: Որպես փնտրվող է դիտարկվել եռաչափ տարածության մեջ արագությամբ ղեկավարվող կետային օբյեկտը: Հայտնաբերումը՝ որոնելի օբյեկտի ճշգրիտ կոորդինատների որոշումն իրականացվում է շարժական կոնի շրջանաձև ինֆորմացիոն հիմքի միջոցով, որի գագաթը կապված է փնտրող օբյեկտի ընթացիկ կոորդինատների հետ: Պահանջվում է հայտնաբերումն իրականացնել ամենաարագ ձևով: Առաջարկված է ղեկավարման ալգորիթմ, ինչպես նաև ստացված են անհրաժեշտ ու բավարար պայմաններ, որոնց դեպքում որոնելի օբյեկտը երաշխավորված հայտնաբերվում է հնարավոր նվազագույն ժամանակում: Ներկա աշխատանքի խնդրի դրվածքի հիմնական տարբերությունը [1-8] խնդիրների դրվածքներից կայանում է նրանում, որ [1-6]-ում փնտրումն իրականցվում է որոնելի անշարժ կամ շարժական օբյեկտի գտնվելու անորոշության տիրույթում, իսկ [7,8]-ում որոնելի օբյեկտի փնտրումը սկսվում է անորոշության տիրույթից դուրս, սակայն [7]-ում հարթությամ վրա շարժվող փնտրող օբյեկտը հայտնաբերումն իրականացնում է հաստատուն շառավղով շրջանային տիրույթի, իսկ [8]-ում՝ կիսահարթության միջոցով:

Avetisyan V.V.
Optimization of guaranteed control of search for mobile object

A problem of optimal search of moving point object with controllable speed in space is observed, where in the initial stage only the circular domain of the sought object is known. The sought object is a point object with controllable speed. The discovery, i.e. the identification of the precise coordinates of the object, is implemented through the moving information basis of the cone, the apex of which is connected to the current coordinates of the sough object. It is required to locate the object as quickly as possible. A control algorithm is proposed, as well as sufficient conditions identified, for a guaranteed discovery of the sought object in minimal timeframe. The objective of the problem set in the present paper is different from that of the problems [1-8] since in [1-6] the search is implemented in an unknown domain with immovable or moving sought object, whereas in [7,8] the search of the sought object starts outside of the unknown domain, where in [7] the searching body moves over a surface and completes the discovery through circular domain with a fixed radius, and in [8] the sought object is located through a semi-surface.

Рассматривается задача оптимального гарантированного поиска подвижного точечного объекта, совершающего управляемое по скорости движение на плоскости в предположении, что известно положение искомого объекта в начальный момент с точностью до некоторого заданного круга неопределённости. В качестве ищущего принимается точечный объект, управляемый по скорости в трёхмерном пространстве. Обнаружение – определение точных координат искомого объекта осуществляется с помощью информационного круга – основания некоторого конуса, вершина которого связана с текущими координатами ищущего объекта. Необходимо осуществить обнаружение наискорейшим образом. Предложен алгоритм управления, а также получены необходимые и достаточные условия, при которых искомый объект гарантированно обнаруживается за возможно минимальное время. Основное отличие постановки задачи данной работы от постановок задач гарантированного поиска целевого объекта [1-8] состоит в том, что в [1-6] поиск ведётся внутри области неопределённости искомого объекта, а в [7,8] поиск на плоскости начинается вне круга неопределённости, однако в [7] движущийся на плоскости ищущий обнаружение искомого объекта осуществляет с помощью круга постояннго радиуса, а в [8] – с помощью полуплоскости.

1. Пусть имеются два точечных объекта X и Y, из которых X – ищущий, а Y – искомый. Оба объекта, обладая ограниченными линейными скоростями, имеют возможность в каждый момент времени произвольно изменять направления своих движений: X – в пространстве, а Y – на плоскости согласно следующим уравнениям, ограничениям и начальным данным:

$$X: \ \dot{x} = u, \quad x(t_0) = x^0; \quad |u(t)| \le U; \quad x, u \in R^3 \tag{1.1}$$

$$Y: \quad \dot{y} = \mathrm{v}, \quad y(t_0) = y^0; \quad |\mathbf{v}(t)| \le V; \qquad y, \mathbf{v} \in R^2 \tag{1.2}$$

В (1.1), (1.2) x, y – радиус-векторы координат объектов; u, v – их управляющие скорости, которые являются кусочно-непрерывными функциями от t, $t \ge t_0$; U, V – максимально возможные скорости объектов X, Y.

Предположим, что в каждый момент времени $t \ge t_0$ объекту X точно известно свои фазовые координаты и максимальная скорость объекта Y. О координатах Y объекту X известно лишь то, что в начальный момент времени $t = t_0$ Y находится в заданном круге неопределённости

$$y^0 \in D_0 = \{y \in R^2 : \ |y - \tilde{y}^0| \le r_0 \ \} \tag{1.3}$$

с центром в точке $\tilde{y}^0 = (\tilde{y}_1^0, \tilde{y}_2^0) \in R^2$ и радиусом r_0, которые также известны X.

Возможность установления точных координат искомого объекта Y осуществляется с помощью подвижной и изменяющейся во времени информационной области

$$G(x(t), C) = \left\{ \begin{matrix} \tilde{\xi} \in R^2 : \ |\tilde{\xi}(t) - \tilde{x}(t)| \le l(t) = Cx_3(t) \\ \tilde{x} = (x_1, x_2), \ C = \mathrm{tg}\alpha > 0 \end{matrix} \right\}, \quad t \ge t_0 \tag{1.4}$$

$$G(x(t_0), C) = G(\tilde{x}(t_0), x_3(t_0), C) = G_0$$

представляющая собой круговое основание некоторого конуса, вершина которого связана с текущим значением вектора положения X.

При пространственном движении ищущего объекта эволюция информационного круга (1.4) на плоскости (x_1, x_2) при $t \ge t_0$ определяется плоским движением его центра $\tilde{x}(t) = (x_1, x_2)$ с помощью вектора управления $\tilde{u} = (u_1, u_2)$ и расширением или сужением области (1.4), путем изменения расстояния x_3 объекта X до плоскости (x_1, x_2) с помощью скалярного управления u_3, т.е. изменением её радиуса $l = C x_3$ с помощью управления Cu_3: $\dot{l} = Cu_3$, $l_0 = l(t_0)$. При $u_3 > 0$ круг G (1.4) расширяется, а при $u_3 < 0$ сужается.

Одной из возможных наглядных интерпретаций описанной поисковой системы является отождествление информационной области $G(x(t))$ со световым пятном [8], которое можно управляемым образом перемещать в тёмном пространстве с целью обнаружения подвижного объекта.

Скажем, что положение искомого объекта Y становится точно известным в момент времени $t^* \geq t_0$, когда впервые выполняется условие обнаружения, т.е. условие его попадания в круг обнаружения

$$y \in G(x(t^*)) \text{, т.е. } \left|\tilde{x}(t^*) - y(t^*)\right| \leq l \text{, } \tilde{x} = (x_1, x_2) \text{, } \quad t^* \geq t_0 \text{ .} \qquad (1.5)$$

Так как, в силу эволюционного свойства [9], множество достижимости $D(t)$ искомого объекта (1.2) с начальным условием (1.3) непрерывно меняется во времени при $t \geq t_0$, то оно также представляет собой круг, причём $D(t) \supset D_0$. Таким образом, если $D(t^*)$ – область достижимости искомого объекта Y, а $G(x(t^*))$ – круг обнаружения ищущего объекта X в момент времени $t^* \geq t_0$ при некотором допустимом управлении $u(\tau)$, $t_0 \leq \tau \leq t^*$, то из геометрических соображений очевидно, что условие обнаружения (1.5) в момент t^* равносильно условию поглощения [10] области достижимости искомого объекта Y кругом обнаружения ищущего объекта X, т.е. выполнению условия включения

$$D(t^*) \subset G(x(t^*)) \text{ .} \qquad (1.6)$$

Пусть параметры $\tilde{y}_1^0, \tilde{y}_2^0, r_0$ и x_1^0, x_2^0, x_3^0, C кругов неопределённости и обнаружения такие, что в начальный момент времени $t = t_0$ выполняется одно из следующих условий:

$$\text{(a) } D_0 \cap G_0 = \varnothing \quad \text{или} \quad \text{(b) } G_0 \cap D_0 \neq \varnothing \text{ и } G_0 \not\subset D_0 \text{ .} \qquad (1.7)$$

Согласно (1.7) в начальный момент круг обнаружения находится вне круга неопределённости (a) или круг обнаружения имеет неполное пересечение с кругом неопределённости (b). Во втором случае естественно предполагать, что в начальный момент обнаружение искомого объекта не имеет место.

Требуется построить такое управляемое движение объекта X, при котором обнаружение искомого объекта (1.5) или условие поглощения (1.6) происходит за минимально возможное время T.

Для решения этой задачи сначала рассмотрим задачу 1 – задачу гарантированного поиска.

Задача 1. Для заданного начального положения $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0) \in R^3$ и заданных начальных кругов обнаружения G_0 и круга неопределённости D_0, удовлетворяющих условию (1.7), найти число $T > 0$ и допустимое управление $u(t)$ объекта X на интервале $[t_0, T]$, для которых при любом начальном положении y^0 объекта Y в круге неопределённости D_0 и любом допустимом управлении $\text{v}(t)$ на интервале $[t_0, T]$ гарантируется условие обнаружения в некоторый момент времени t^* – не позднее времени T: $t^* \leq T$.

Для заданной начальной позиции $\{x^0, G_0, D_0\}$ управление $u(t)$ – решение задачи 1 будем называть гарантирующим, а время T – гарантированным временем поиска или обнаружения.

Задача 1 всегда имеет решение, и не одно, для любой начальной позиции $\{x^0, G_0, D_0\}$, если

$$CU > V\,, \tag{1.8}$$

т.е. когда скорость расширения круга обнаружения больше, чем скорость расширения области неопределённости искомого объекта. Действительно, тогда для произвольного начального положения $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0) \in R^3$ при любых начальных радиусах l_0 и r_0 кругов обнаружения и неопределённости соответственно, условие (1.5) или (1.6) можно осуществить за конечное время движением X с максимальной скоростью U лишь по вертикали наверх, так как при таком способе движения скорость расширения круга обнаружения, т.е. скорость $\dot{l} = C\dot{x}_3 = CU$ увеличения радиуса круга обнаружения будет больше, чем скорость увеличения радиуса круга неопределённости искомого объекта.

В рассматриваемом случае (1.8) для выделения единственного решения естественно наложить ещё требование оптимальности, например, времени поиска, т.е. рассмотреть задачу 2.

Задача 2. Для заданного начального положения $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0) \in R^3$ и заданного круга неопределённости D_0 найти гарантирующее управление $u(t)$, при котором гарантированное время обнаружения искомого объекта T минимально.

Отметим, что в работе [11] был исследован случай $CU \le V$, т.е. когда скорость расширения круга обнаружения меньше, чем скорость расширения области неопределённости искомого объекта.

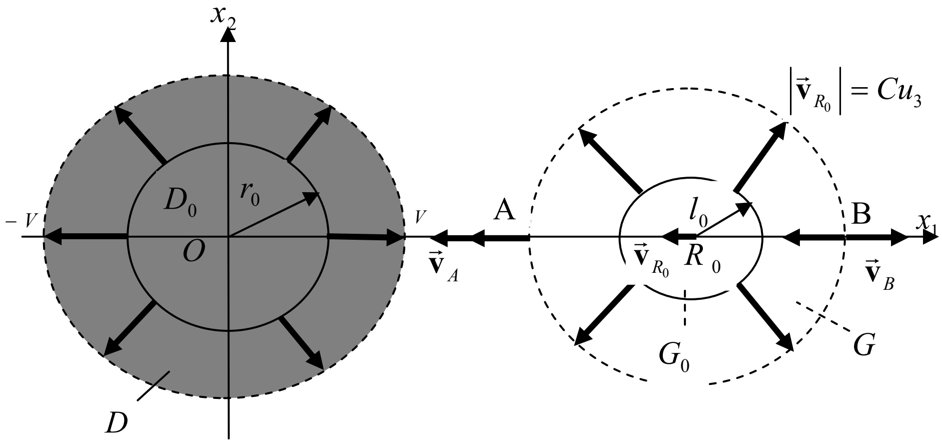
2. Для решения задачи 1 при условии (1.8) предлагается следующий алгоритм, использующий геометрический подход. Не нарушая общности, положим, что центр $\tilde{y}^0 = (\tilde{y}_1^0, \tilde{y}_2^0) \in R^2$ круга неопределённости $D_0 \subset R^2$ искомого объекта Y совпадает с началом декартовой системы координат Ox_1x_2, а ищущий объект X в начальный момент времени $t = t_0$, в соответствии с (1.7), находится в точке $x^0 = (x_1^0, x_2^0, x_3^0)$, $x_1^0 = R_0$, $x_2^0 = 0$, $x_3^0 = C^{-1}l_0$, проекция которой на плоскость Ox_1x_2, т.е. центр круга обнаружения находится в точке $(R_0,\, 0)$, $R_0 > 0$ оси Ox_1 (фиг. 1). Будем полагать, что выполяются соотношения

$$R_0 + l_0 > r_0, \qquad r_0 > l_0\,, \tag{2.1}$$

которые полностью описывают одну из двух начальных расположений (1.7) кругов D_0 и G_0.

Рассмотрим такое движение X в вертикальной плоскости Ox_1x_3, при котором X перемещается вдоль горизонтальной оси Ox_1 по направлению к центру круга неопределённости D_0 с некоторой постоянной составляющей скорости $(-u_1)$, а вдоль вертикальной оси Ox_3 перемещается наверх с постоянной составляющей скорости $u_3 = \sqrt{U^2 - u_1^2}$:

$$u = (-u_1, u_2, u_3), \quad 0 < u_1 < U, \quad u_2 \equiv 0, \quad u_3 = \sqrt{U^2 - u_1^2} \qquad (2.2)$$



Фиг. 1

При таком управлении точки A и B, т.е. точки пересечения круга обнаружения с осью Ox_1, перемещаются вдоль оси Ox_1 со скоростями $\vec{\mathbf{v}}_A$ и $\vec{\mathbf{v}}_B$, проекции которых на оси Ox_1 определяются, соответственно, как $(-u_1 - Cu_3)$ и $(-u_1 + Cu_3)$. Очевидно, что модули скоростей $\vec{\mathbf{v}}_{R_0}$ всех граничных точек круга обнаружения относительно подвижного центра $\widetilde{x} = (R_0, 0)$ равны Cu_3, а направление вектора $\mathbf{v}_B$ вдоль оси Ox_1 зависит от знака величины $(-u_1 + Cu_3)$ (фиг. 1). Таким образом, происходит одновременное расширение и перемещение круга обнаружения, как целое, к центру области неопределённости D_0.

Из геометрических соображений следует, что для заданных параметров U, V, C, R_0, r_0, l_0 (1.8), (2.1) и выбранном способе управления (2.2), необходимым и достаточным условием поглощения (1.6) является выполнение неравенств

$$0 < T^- \le T^+ \qquad (2.3)$$

$$T^- = (R_0 + r_0 - l_0)/(u_1 + Cu_3 - V) \qquad (2.4)$$

$$T^+ = (R_0 - r_0 + l_0)/(u_1 - Cu_3 + V),$$

где T^+ – время, в течение которого точка B пока ещё находится вне круга неопределённости, а T^- – момент времени, начиная с которого точка A оказывается левее от левой точки пересечения круга неопределённости с осью Ox_1. Таким образом, если момент времени T^- наступает не позднее момента T^+, то происходит поглощение и время T^- будет первым моментом поглощения, т.е. гарантированным временем обнаружения. Неравенство $T^- > 0$, очевидно, означает, что в начальный момент поглощение ещё не наступило.

При заданных R_0, r_0, l_0, U, V, C (1.8), (2.1), соотношения (2.3), с учётом (2.4) и подстановки $u_3 = \sqrt{U^2 - u_1^2}$, выполняются в том и только в том случае, когда относительно параметров R_0 и u_1 имеет решение следующая система неравенств:

$$u_1 + C\sqrt{U - u_1^2} - V > 0, \qquad u_1 - C\sqrt{U - u_1^2} + V \geq 0$$
$$R_0(C\sqrt{U - u_1^2} - V) \geq (r_0 - l_0)u_1 . \tag{2.5}$$

Разрешая первые два неравенства (2.5) относительно параметра u_1, получим соответственно:

$$u_1 \in (u_1^*, u_1^{**}), \qquad u_1 \in (-\infty, u_1^-] \cup [u_1^+, +\infty), \tag{2.6}$$

где величины $u_1^*, u_1^{**}, u_1^-, u_1^+$ удовлетворяют соотношениям

$$-U < u_1^- < u_1^* < 0 < u_1^+ < u_1^{**} < U \tag{2.7}$$

и определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
u_1^* &= (V - C\sqrt{(1+C^2)U^2 - V^2})(1+C^2)^{-1} \\
u_2^{**} &= (V + C\sqrt{(1+C^2)U^2 - V^2})(1+C^2)^{-1} \\
u_1^- &= (-V - C\sqrt{(1+C^2)U^2 - V^2})(1+C^2)^{-1} \\
u_1^+ &= (-V + C\sqrt{(1+C^2)U^2 - V^2})(1+C^2)^{-1} .
\end{aligned} \tag{2.8}$$

С учётом (2.2), (2.7) и (2.8), решениями системы (2.5) являются значения параметров R_0 и u_1 из области, определяемой следующим образом:

$$H(u_1, R_0) = \left\{(R_0, u_1): \quad R_0 \geq \overline{R}_0(u_1), \quad u_1^+ \leq u_1 < u_1^{**}, \quad r_0 - l_0 < R_0 < \infty\right\}, \tag{2.9}$$

где

$$\overline{R}_0(u_1) = u_1(r_0 - l_0)(C\sqrt{U^2 - u_1^2} - V)^{-1} . \tag{2.10}$$

Функция $\overline{R}_0(u_1)$, $u_1^+ \leq u_1 < u_1^{**}$ (2.10), описывающая границу области (2.9) – области существования решения задачи 1 на плоскости параметров u_1, R_0 – разрывная функция. На интервалах $[u_1^+, u_1^\infty)$ и (u_1^∞, u_1^{**}), где $u_1^\infty = \sqrt{C^2U^2 - V^2}/C$, она монотонно возрастает, причём в точке $u_1^\infty = \sqrt{C^2U^2 - V^2}/C$ претерпевает разрыв второго рода: $\lim\limits_{u_1 \to u_1^\infty - 0} \overline{R}_0(u_1) = +\infty$, $\lim\limits_{u_1 \to u_1^\infty + 0} \overline{R}_0(u_1) = -\infty$.

На интервале $[u_1^+,\, u_1^\infty)$ функция $\overline{R}_0(u_1)$ принимает только положительные значения: $\overline{R}_0(u_1) > 0$, причём $\overline{R}_0(u_1^+) = r_0 - l_0$, а на интервале (u_1^∞, u_1^{**}) – только отрицательные значения: $\overline{R}_0(u_1) < 0$. Так как рассматривается случай $R_0 > 0$, то исследование проведём только на интервале $u_1^+ \le u_1 < u_1^\infty$.

При заданных r_0, l_0 (2.1), зафиксируем некоторое значение параметра R_0, $r_0 - l_0 < R_0 < \infty$. Из вышеуказанных свойств функции $\overline{R}_0(u_1)$ следует, что уравнение

$$R_0 = (r_0 - l_0) u_1 (C\sqrt{U^2 - u_1^2} - V)^{-1} \tag{2.11}$$

относительно u_1 на интервале $u_1^+ \le u_1 < u_1^\infty$ имеет единственное решение:

$$u_1(\alpha) = (C^2 + \alpha^2)^{-1}(-\alpha V + C\sqrt{(C^2 + \alpha^2)U^2 - V^2}), \tag{2.12}$$

где введено обозначение

$$\alpha = (r_0 - l_0) / R_0, \qquad 0 < \alpha < 1 \tag{2.13}$$

Таким образом, для каждого фиксированного значения $\alpha \in (0,1)$ (и соответствующего значения параметра $R_0 \in (r_0 - l_0,\, \infty)$) существует множество гарантирующих управлений u_1 из интервала

$$u_1^+ \le u_1 \le u_1(\alpha) \tag{2.14}$$

и соответствующие им значения гарантированного времени поиска $T^- = T^-(R_0, u_1)$ (2.4).

3. Далее, в зависимости от параметра $\alpha \in (0,1)$ ($R_0 \in (r_0 - l_0,\, \infty)$) в области существования решения задачи 1 (2.14) решается задача 2 – задача оптимального гарантирующего управления, в которой требуется найти управление u_1^{opt} из интервала $[u_1^+, u_1(\alpha)]$, при котором гарантированное время обнаружения (2.4) искомого объекта Y минимально:

$$T^{opt} = \min_{u_1^+ \le u_1 \le u_1(\alpha)} T^-(R_0, u_1). \tag{3.1}$$

При фиксированном $\alpha \in (0,1)$ исследование функции $T^- = T^-(R_0, u_1)$ относительно u_1 на интервале $[u_1^+, u_1^{**})$, содержащий $[u_1^+, u_1(\alpha)]$, показывает, что минимум этой функции достигается в единственной точке

$$u_1^{\min} = U / \sqrt{1 + c^2}\,, \tag{3.2}$$

причём на интервале $[u_1^+, u_1(\alpha)]$ функция (2.4) монотонно убывает, а на интервале $[u_1(\alpha), u_1^{**})$ монотонно возрастает.

В зависимости от значения $\alpha \in (0,1)$, точка (3.2) либо принадлежит множеству гарантирующих управлений (2.14): $u_1^{\min} \in [u_1^+, u_1(\alpha)]$, либо находится вне этого отрезка, справа от точки $[u_1^+, u_1(\alpha)]$: $u_1^{\min} \in (u_1(\alpha), u_1^{**})$. В первом случае точка минимума (3.2) является оптимальной в рассматриваемой задаче 2, а во втором случае оптимальной является правая крайняя точка $[u_1^+, u_1(\alpha)]$ (2.12) отрезка (2.14). Совпадение точек (2.12) и (3.2) имеет место при некотором значении $\alpha^* \in (0,1)$, которое можно найти, разрешая уравнение

$$u_1(\alpha) - u_1^{\min} = 0 \tag{3.3}$$

относительно параметра α, $\alpha \in (0,1)$. Запишем это уравнение в явном виде:

$$(-\alpha V + C\sqrt{(C^2 + \alpha^2)U^2 - V^2}) / (C^2 + \alpha^2) - U / \sqrt{1 + C^2} = 0 \tag{3.4}$$
$$\alpha \in (0,1)$$

После несложных преобразований оно приводится к виду

$$(C^2 + \alpha^2)[C^4 U^2 - (\alpha U + \sqrt{1 + C^2}\, V)^2] = 0, \qquad \alpha \in (0,1), \tag{3.5}$$

нахождение решения которого равносильно нахождению решения следующего уравнения:

$$F(\alpha) = C^2 U - \alpha U - V\sqrt{1 + C^2} = 0, \qquad \alpha \in (0,1), \tag{3.6}$$

корнем которого без учёта ограничения (3.5) является

$$\alpha^* = C^2 - \sqrt{(1 + C^2)}\; V / U, \tag{3.7}$$

или, учитывая обозначение (2.13),

$$R_0^* = (r_0 - l_0) / \alpha^* = (r_0 - l_0)(C^2 - V\sqrt{1 + C^2}) / U)^{-1}. \tag{3.8}$$

Вопрос разрешимости или неразрешимости уравнения (3.6) относительно параметра $\alpha, 0 < \alpha < 1$ сводится к определению знака функции $F(\alpha)$ (3.6) в зависимости от расположения корня α^* (3.7) относительно отрезка $(0,1)$ и решается следующим образом:

1. Если $V / U \geq C^2 / \sqrt{(1 + C^2)}$, то $\alpha^* \leq 0$ и, следовательно, $F(\alpha) < 0$ при всех $\alpha,\ 0 < \alpha < 1$. Поэтому

$$u_1(\alpha) < u_1^{\min}$$

2. Если $C^2/\sqrt{(1+C^2)} > V/U > (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)}$, то $0 < \alpha^* < 1$ и, следовательно,

$F(\alpha) > 0$ при $\alpha,\ 0 < \alpha \le \alpha^*$
$F(\alpha) = 0$ при $\alpha = \alpha^*$
$F(\alpha) < 0$ при $\alpha,\ \alpha^* < \alpha < 1$

Поэтому, соответственно,

$u_1(\alpha) > u_1^{\min}$ при $\alpha,\ 0 < \alpha < \alpha^*$
$u_1(\alpha) = u_1^{\min}$ при $\alpha = \alpha^*$
$u_1(\alpha) < u_1^{\min}$ при $\alpha,\ \alpha^* < \alpha < 1$

3. Если $V/U \le (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)}$, то $\alpha^* \ge 1$ и, следовательно, $F(\alpha) > 0$ при $\alpha,\ 0 < \alpha < 1$. Поэтому

$u_1(\alpha) > u_1^{\min}$

Подытожив вышеприведённые возможные случаи 1-3 и используя связь между параметрами α и R_0 (2.13), в итоге получаем, что оптимальное гарантирующее управление (2.2) и оптимальное гарантированное время (3.1) определяются следующим образом:

$$u^{opt} = (-u_1^{opt}, u_2^{opt}, u_3^{opt}) \tag{3.9}$$

$$u_1^{opt} = \begin{cases} u_1(R_0), & \text{если } C^2/\sqrt{(1+C^2)} \le V/U \text{ и} \\ & r_0 - l_0 < R_0 < \infty \\ u_1^{\min}, & \text{если } (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)} < \\ & < V/U < C^2/\sqrt{(1+C^2)} \text{ и } R_0^* < R_0 < \infty \\ u_1(R_0^*) = u_1^{\min}, & \text{если } (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)} < \\ & < V/U < C^2/\sqrt{(1+C^2)} \text{ и } R_0^* = R_0 \\ u_1(R_0), & \text{если } (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)} < \\ & < V/U < C^2/\sqrt{(1+C^2)} \text{ и } r_0 - l_0 < R_0 < R_0^* \\ u_1^{\min}, & \text{если } V/U \le (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)} \text{ и} \\ & r_0 - l_0 < R_0 < \infty \end{cases}$$

$$u_2^{opt} = 0, \qquad u_3^{opt} = \sqrt{U^2 - (u_1^{opt})^2}$$

$$
T^{opt} = \begin{cases} T^{-}(u_1(R_0), R_0), & \text{если } C^2/\sqrt{(1+C^2)} \le V/U \text{ и } \\ & r_0 - l_0 < R_0 < \infty \\ T^{-}(u_1^{\min}), & \text{если } (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)} < \\ & < V/U < C^2/\sqrt{(1+C^2)} \text{ и } R_0^* < R_0 < \infty \\ T^{-}(u_1(R_0^*), R_0^*) = T^{-}(u_1^{\min}, R_0^*), & \text{если } (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)} < \\ & < V/U < C^2/\sqrt{(1+C^2)} \text{ и } R_0^* = R_0 \\ T^{-}(u_1(R_0), R_0), & \text{если } (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)} < \\ & < V/U < C^2/\sqrt{(1+C^2)} \text{ и } r_0 - l_0 < R_0 < R_0^* \\ T^{-}(u_1^{\min}, R_0^*), & \text{если } V/U \le (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)} \text{ и } \\ & r_0 - l_0 < R_0 < \infty \end{cases}
$$

где $u_1(R_0)$, $u_1^{\min}$, R_0^* определяются уже известными соотношениями (2.12), (3.2), (3.8) соответственно.

Согласно (3.9), при $V/U \ge C^2/\sqrt{(1+C^2)}$ оптимальное гарантирующее управление определяется в зависимости от начального расстояния между центрами кругов обнаружения и неопределённости $R_0 \in (r_0 - l_0, \infty)$: с уменьшением R_0 модуль постоянной скорости прямолинейного перемещения центра круга обнаружения $u_1^{opt} = u_1(R_0)$ уменьшается, а постоянная скорость расширения круга обнаружения $u_3^{opt} = \sqrt{U^2 - (u_1(R_0))^2}$, наоборот, увеличивается. В случае $V/U \le (C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)}$ оптимальные скорости прямолинейного перемещения и расширения круга обнаружения при любом начальном расстоянии $R_0 \in (r_0 - l_0, \infty)$ неизменны: $u_1^{opt} = u_1^{\min}$ и $u_3^{opt} = \sqrt{U^2 - (u_1^{\min})^2}$. При $(C^2-1)/\sqrt{(1+C^2)} < V/U < C^2/\sqrt{(1+C^2)}$ и начальных расстояниях R_0 не меньше контрольного значения R_0^* (3.8), оптимальные скорости прямолинейного перемещения и скорость расширения круга обнаружения также неизменны: $u_1^{opt} = u_1^{\min}$ и $u_3^{opt} = \sqrt{U^2 - (u_1^{\min})^2}$. И только по мере убывания значения R_0 на отрезке $(r_0 - l_0, R_0^*)$, модуль скорости $u_1^{opt} = u_1(R_0)$ уменьшается, а скорость $u_3^{opt} = \sqrt{U^2 - (u_1(R_0))^2}$ увеличивается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Черноусько Ф.Л. Управляемый поиск подвижного объекта // ПММ. 1980. Вып.1. С.3-12.
2. Чхартишвили А.Г., Шикин Е.В. Динамический поиск объектов. Геометрический взгляд на проблему // Фундаментальная и прикладная математика. 1995. Вып. 4. № 1. С.827-862.
3. Аветисян В.В., Меликян Т.Т. Гарантированное управление поиском подвижного объекта в прямоугольной области // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1999. № 1. С.58-66.
4. Аветисян В.В., Меликян Т.Т. О задаче гарантированного поиска подвижного объекта в прямоугольной области // Изв. РАН. Теория и системы управления. 1999. № 2. С.31-39.
5. Avetisyan V.V. Control of the search for an immobile object aimed at its capture //Journal of Computer and Systems Sciences International. 2006. Vol. 45. No. 6. P. 997–1005.
6. Avetisyan V.V., Martirosyan S.R. Guaranteed Search of a Target Object by an Electromechanical System with Minimal Light Power Inputs // Journal of Computer and Systems Sciences International. 2009. Vol.48. No.5. P.814-826
7. Петросян Л.А., Зенкевич Н.А. Оптимальный поиск в условиях конфликта. Л.: ЛГУ, 1987. 76с.
8. Меликян А.А. Задача оптимального быстродействия с поиском целевой точки // ПММ. 1990. Т. 54. Вып.1. С.3-11.
9. Черноусько Ф.Л. Оценивание фазового состояния динамических систем. М.: Наука, 1988. 319 с.
10. Черноусько Ф.Л., Меликян А.А. Игровые задачи поиска и управления. М.: Наука, 1978. 270с.
11. Аветисян В.В. Оптимальное гарантирующее управление поиском движущегося на плоскости целевого объекта // Изв. НАН РА. Механика. 2007. Т.60. № 1. С.3-9.

Сведения об авторе:

Аветисян Ваган Вардгесович - д.ф.-м.н., профессор кафедры теории оптимального управления и приближённых методов факультета математики и механики Ереванского государственного университета;
тел: (+374 94) 44 95 60,
E-mail: vanavet@yahoo.com

Поступила в редакцию 02.05.2013