ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 64, №3, 2011 Механика

УДК 539.3

МАГНИТНОЕ СОСТОЯНИЕ ФЕРРОМАГНИТНОГО ПОЛУПРОСТРАНСТВА ПРИ ВНЕШНЕМ ЛИНЕЙНОМ ВОЗМУЩЕНИИ МАГНИТНОГО ПОТЕНЦИАЛА

ДАНОЯН З.Н., АТОЯН Л.А., ДАНОЯН Н.З.

Ключевые слова: ферромагнетик, вектор намагничивания, магнитостатический потенциал, спиновые (магнитные) волны.
Key words: ferromagnetic, vector of magnetization, magnetostatic potential, spin (magnetic) waves.

Դանոյան Զ.Ն., Աթոյան Լ.Հ., Դանոյան Ն.Զ.
Ֆերոմագնիսական կիսատարածության մագնիսական վիճակը մագնիսական պոտենցիալի արտաքին գծային խոտորման դեպքում

Դիտարկվում է ֆերոմագնիսական կիսատարածություն-վակուում կառուցվածքի մագնիսական վիճակը բնութագրող ֆունկցիաների որոշման խնդիրը, երբ կատարվում է մագնիտոստատիկ դաշտի պոտենցիալի գծային խոտորում:

Danoyan Z.N., Atoyan L.H., Danoyan N.Z.
Magnetic constituency of ferromagnetic half-space under external linear perturbance of magneto-static potential

Magnetoelastic constitutive functions definition is considered for a structure ferromagnetic half-space-vacuum under linear surface perturbation of magnetic potential.

Рассматривается задача определения функций, характеризующих магнитное состояние структуры-ферромагнитное полупространство-вакуум, при линейном поверхностном возмущении магнитного потенциала поля.

Исследование спиновых (магнитных) и упруго-спиновых волн в ферромагнитных средах [1,2,3,4,5] привлекает всё большее внимание в связи с возрастающим интересом к спинотронике, которая в настоящее время является основой для создания нового поколения запоминающих устройств, магнитных сенсоров, сейсмических устройств и пр. Магнитное состояние ферромагнитной среды обычно исследуется в условиях длительного воздействия внешних электромагнитных полей. В предлагаемой работе исследуется магнитное состояние ферромагнитного полупространства при импульсном внешнем линейном воздействии на поверхность полупространства.

Пусть ферромагнитное полупространство в декартовой системе координат $0xyz$ занимает область $y>0$. Вне среды $(y<0)$ предполагается вакуум. Как известно, ферромагнитные тела проявляют свойство анизотропии, намагниченность стремится ориентироваться вдоль определенных кристаллических осей, которые называются направлением легкого намагничивания [1]. Ось $0z$ направлена по оси легкого намагничивания кристалла ферромагнетика. Возмущения в среде характеризуются вектором намагничивания $\vec{\mu}(\mu,\nu,t)$, где μ и ν – составляющие $\vec{\mu}$ по оси $0x$ и $0y$, соответственно. Кроме того, будем полагать, что они не зависят от z, т.е. μ и ν – функции только переменных x, y и t (t – время). Возмущения в среде характеризуются также напряжённостью магнитного поля $\vec{h}=-\operatorname{grad}\varphi(x,y,t)$, где $\varphi(x,y,t)$ – магнитостатический потенциал поля в среде. Возмущения в вакууме описываются вектором $\vec{h}_e = -\mathrm{grad}\varphi_e\left(x, y, t\right),$ где $\varphi_e\left(x, y, t\right)-$ магнитостатический потенциал магнитного поля в вакууме. Далее будем полагать, что по поверхности кристалла ферромагнитного полупространства в начальный момент времени $t = 0$ по оси $0z$ производится мгновенное возмущение потенциала магнитостатического поля. После этого, наша задача будет заключаться в том, чтобы определить дальнейшее магнитное состояние рассматриваемой структуры: ферромагнитное полупространство – вакуум для времени $t > 0.$

При вышеописаннных допущениях волновое поле в среде и в вакууме согласно феноменологической теории [1,2] будет представляться следующими соотношениями:

1. Уравнения в ферромагнитном полупространстве (в области $y > 0$):

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial\mu}{\partial t} = \Omega_M\left(\rho_o^{-1}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \hat{b}\nu - \lambda\Delta\nu\right),\\
&\frac{\partial\nu}{\partial t} = \Omega_M\left(-\rho_o^{-1}\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \hat{b}\mu + \lambda\Delta\mu\right),\\
&\Delta\varphi = \rho_0\left(\frac{\partial\mu}{\partial x} + \frac{\partial\nu}{\partial y}\right),
\end{aligned} \tag{1}$$

где $\lambda -$ обменная постоянная, $\rho_0 -$ плотность ферромагнетика, $\Omega_M = \gamma_0\,\rho_0\,\mu_0,$ $\mu_0 -$ абсолютное значение намагниченности в расчете на единицу массы среды, $\gamma_0 -$ гирромагнитное отношение, $\gamma_0 = 1,76\cdot 10^7$ $(\text{Э}\cdot\text{С})^{-1}, \hat{b} -$ постоянная магнитной анизотропии.

2. Уравнение в вакууме (в области $y < 0$):

$$\Delta\,\varphi_e = 0,\ \Delta \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \tag{2}$$

3. Мгновенное начальное поверхностное возмущение магнитостатического потенциала по оси $0z$ задаётся следующим соотношением:

$$\varphi\left(x, y, t\right) = \varphi_0\,\delta\left(x\right)\delta\left(t\right), \tag{3}$$

где $\varphi_0 - \mathrm{const}, \delta\left(x\right)$ и $\delta\left(t\right) -$ дельта-функции Дирака.

Далее предполагаем, что нам заданы две функции $\tilde{\mu}\left(x, y\right)$ и $\tilde{\nu}\left(x, y\right),$ которые описывают первоначальное магнитное состояние ферромагнитной среды до возмущения. Таким образом, начальное состояние среды определяется следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
&\mu\left(x, y, 0\right) = \tilde{\mu}\left(x, y\right),\\
&\nu\left(x, y, 0\right) = \tilde{\nu}\left(x, y\right).
\end{aligned} \tag{4}$$

Для корректности постановки задачи нам осталось потребовать непрерывность магнитного потенциала на поверхности среды (при $y = 0$), а также наложить на искомые величины условия затухания на бесконечности (т.е. при $y \to \pm\infty$) [6]. Эти условия представляются соотношениями:

$$\varphi\left(0,x,t\right)=\varphi_e\left(0,x,t\right), \tag{5}$$

$$\mu,\nu,\varphi\to 0 \text{ при } y\to+\infty \text{ и } \varphi_e\to 0 \text{ при } y\to-\infty. \tag{6}$$

Окончательно задачу можно сформулировать так: решить систему (1) совместно с уравнением в вакууме (2) при соблюдении граничных, начальных условий (3), (4), а также условия непрерывности (5) и условий затухания (6).

Поставленную задачу в данной работе мы будем решать, пренебрегая обменным эффектом, т.е. полагая $\lambda=0.$ Это вполне допустимо в нашей задаче, поскольку при температуре, намного меньшей температуры Кюри, магноны, возбуждаемые в ферромагнетике, в основном, длиноволновые, а феноменологическая теория применима только для этой ситуации [1].

Прежде чем решать поставленную задачу, сделаем некоторые преобразования системы (1). Продифференцировав первое уравнение системы по y, а второе по x и далее используя третье уравнение, мы приходим к соотношению:

$$\frac{\partial\mu}{\partial x}+\frac{\partial\nu}{\partial y}=\frac{1}{\Omega_M}\left[\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\mu}{\partial y}-\frac{\partial\nu}{\partial x}\right)-\hat{b}\Omega_M\left(\frac{\partial\mu}{\partial x}+\frac{\partial\nu}{\partial y}\right)\right]. \tag{7}$$

Введем обозначения:

$$\frac{\partial\mu}{\partial x}+\frac{\partial\nu}{\partial y}=u,\quad \frac{\partial\mu}{\partial y}-\frac{\partial\nu}{\partial x}=\text{v}. \tag{8}$$

Уравнение (7) в этих обозначениях примет вид:

$$u=\frac{1}{\Omega_M}\left(\frac{\partial\text{v}}{\partial t}-\hat{b}\Omega_M u\right),$$

отсюда:

$$\frac{\partial\text{v}}{\partial t}=\Omega_M\left(1+\hat{b}\right)u. \tag{9}$$

Теперь исключим из первого и второго уравнений системы (1) $\dfrac{\partial\varphi}{\partial x}$ и $\dfrac{\partial\varphi}{\partial y}$. С этой целью продифференцируем первое уравнение (1) по x, а второе уравнение по y, сложив их, мы придём к уравнению:

$$\frac{\partial}{\partial t}\left(\frac{\partial\mu}{\partial x}+\frac{\partial\nu}{\partial y}\right)=\hat{b}\Omega_M\left(\frac{\partial\nu}{\partial x}-\frac{\partial\mu}{\partial y}\right),$$

с учетом обозначений (8), оно примет вид:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=-\hat{b}\Omega_M\text{v}, \tag{10}$$

присоединяя к (10) уравнение (9), мы получим систему уравнений относительно новых переменных u и v:

$$\begin{aligned}\frac{\partial u}{\partial t}&=-\hat{b}\Omega_M\text{v},\\ \frac{\partial\text{v}}{\partial t}&=\Omega_M\left(1+\hat{b}\right)u.\end{aligned} \tag{11}$$

Из (11) следует уравнение:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+a^2u=0, \tag{12}$$

где $a^2 = \Omega^2{}_M \; \Omega^2{}_{sv}, \Omega^2{}_{sv} = \hat{b}\left(1+\hat{b}\right)-$ частота Блоха, т.е. частота спиновых волн, распространяющихся под прямым углом к фоновому магнитному полю.
Общее решение (12) представляется так:

$$u(x,y,t) = A(x,y)\cos at + B(x,y)\sin at, \tag{13}$$

где A и B – произвольные функции x и y. Если к найденному решению (13) добавить значение v, которое находим из первого уравнения (11), то общее решение системы (11) запишется в виде:

$$\begin{gathered} u(x,y) = A(x,y)\cos at + B(x,y)\sin at, \\ \mathrm{v}(x,y) = \sqrt{\frac{1+\hat{b}}{\hat{b}}}\left(A(x,y)\sin at - B(x,y)\cos at\right). \end{gathered} \tag{14}$$

Вернувшись к первоначальным μ и ν, получим следующую систему уравнений:

$$\begin{gathered} \frac{\partial\mu}{\partial x} + \frac{\partial\nu}{\partial y} = A(x,y)\cos at + B(x,y)\sin at, \\ \frac{\partial\mu}{\partial y} - \frac{\partial\nu}{\partial x} = \sqrt{\frac{1+\hat{b}}{\hat{b}}}\left(A(x,y)\sin at - B(x,y)\cos at\right). \end{gathered} \tag{15}$$

Таким образом, исходная система (1) свелась к более простой системе (15), где уже нет производных по времени, т.е. фактически мы проинтегрировали систему (1) по t. Неизвестные функции $A(x,y)$ и $B(x,y)$ найдём, воспользовавшись начальным условием (4). Для этого запишем систему (15) для начального момента времени $t=0$, откуда и найдём неизвестные функции A и B:

$$\begin{gathered} A(x,y) = \frac{\partial\tilde{\mu}}{\partial x} + \frac{\partial\tilde{\mathrm{v}}}{\partial y}, \\ B(x,y) = -\sqrt{\frac{\hat{b}}{1+\hat{b}}}\left(\frac{\partial\tilde{\mu}}{\partial y} - \frac{\partial\tilde{\mathrm{v}}}{\partial x}\right). \end{gathered} \tag{16}$$

Перейдем теперь к решению системы (15). С этой целью сделаем преобразование Фурье по x (параметр α) системы (15) и граничного условия (3). Для этого умножим (15) и (3) на $\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{i\alpha x}$ ($\operatorname{Im}\,\alpha = 0$) и проинтегрируем по x от $-\infty$ до $+\infty$, получим:

$$\begin{gathered} -i\alpha\,\overline{\mu}(y,\alpha,t) + \frac{\partial\overline{\mathrm{v}}(y,\alpha,t)}{\partial y} = \overline{A}(y,\alpha)\cos at + \overline{B}(y,\alpha)\sin at, \\ \frac{\partial\overline{\mu}(y,\alpha,t)}{\partial y} + i\alpha\overline{\mathrm{v}}(y,\alpha,t) = \sqrt{\frac{1+\hat{b}}{\hat{b}}}\left(\overline{A}(y,\alpha)\sin at - \overline{B}(y,\alpha)\cos at\right). \end{gathered} \tag{17}$$

Условие (3) примет вид:

$$\overline{\varphi}(0,\alpha,t) = \frac{\varphi_o}{\sqrt{2\pi}}\,\delta(t). \tag{18}$$

В (17) и (18) введены следующие обозначения:

$\overline{f}=\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int\limits_{-\infty}^{\infty} f\left(x,y,t\right)e^{i\alpha x}dx,$ где f может принимать значения функций: $\mu,\nu,\varphi,\varphi_e,A$ и B.

Перейдем к решению краевой задачи (17), (18). Продифференцируем первое уравнение (17) по y, откуда $\frac{\partial\overline{\mu}}{\partial y}$ подставим во второе уравнение (17), получим следующее уравнение относительно $\overline{\nu}$:

$$\frac{\partial^2\overline{\nu}}{\partial y^2}-\alpha^2\overline{\nu}=F_3\left(y,\alpha,t\right), \tag{19}$$

где $F_3=F_1\cos at+F_2\sin at, F_1=\frac{\partial\overline{A}}{\partial y}-i\alpha\sqrt{\frac{1+\hat{b}}{\hat{b}}}\overline{B}, F_2=\frac{\partial\overline{B}}{\partial y}+i\alpha\sqrt{\frac{1+\hat{b}}{\hat{b}}}\overline{A}.$

(19) представляет собой неоднородное линейное уравнение второго порядка, общее решение которого представляется соотношением:

$$\overline{\nu}\left(y,\alpha,t\right)=\left[c_1\left(\alpha,t\right)+\int\limits_0^y\left(\int\limits_0^y F_3\cdot e^{|\alpha|y}dy\right)e^{-2|\alpha|y}dy\right]e^{-|\alpha|y}, \tag{20}$$

где $c_1\left(\alpha,t\right)$ – произвольная функция. Далее из первого уравнения (17) находим $\overline{\mu}$:

$$\overline{\mu}=ie^{-|\alpha|y}\left[c_1\left(\alpha,t\right)+\int\limits_0^y\left(\int\limits_0^y e^{|\alpha|y}\cdot F_3dy\right)e^{-2|\alpha|y}dy-\right.$$
$$\left.-\frac{e^{-2|\alpha|y}}{|\alpha|}\left(\int\limits_0^y F_3e^{|\alpha|y}dy\right)+\frac{e^{|\alpha|y}}{|\alpha|}\tilde{A}\right], \tag{21}$$

где $\tilde{A}=\overline{A}\cos at+\overline{B}\sin at.$

Теперь, с целью определения $\overline{\varphi}$ сделаем преобразование Фурье по x (параметр α) второго уравнения системы (1), получим:

$$\overline{\varphi}=\frac{\rho_0}{i|\alpha|\Omega_M}\left(\frac{\partial\overline{\nu}}{dt}+\hat{b}\Omega_M\overline{\mu}\right), \tag{22}$$

где $\overline{\nu}$ и $\overline{\mu}$ задаются выражениями (20) и (21).

Итак, Фурье – изображения искомых нами величин найдены: (20), (21) и (22). В эти соотношения входит неизвестная пока функция $c_1\left(\alpha,t\right)$, для её определения мы воспользуемся граничным условием (18), которое приведёт нас к простому линейному уравнению:

$$\frac{\partial c_1}{\partial t}+i\hat{b}\Omega_M c_1=-\frac{i\hat{b}\Omega_M}{|\alpha|}\tilde{A}+\frac{i|\alpha|\Omega_M\varphi_0}{\rho_0\sqrt{2\pi}}\delta\left(t\right). \tag{23}$$

Таким образом, изображения Фурье искомых величин в ферромагнитной среде мы выразили через заданные функции $\tilde{\mu}\left(x,y\right)$ и $\tilde{\nu}\left(x,y\right)$, определяющие исходное магнитное состояние среды. Для окончательного решения задачи в среде остаётся задать конкретные значения функций магнитного состояния среды $-\tilde{\mu}$ и $\tilde{\nu}$ и далее, сделав обращение изображений (20) - (22), получить искомое решение задачи в среде.

Остается найти поле в вакууме, т.е. решить задачу (2) с учетом условий (5) и (6). Сделав преобразование Фурье по x соотношений (2), (5), получим:

$$\frac{\partial^2 \overline{\varphi}_e\left(y,\alpha,t\right)}{\partial y^2} - \alpha^2 \overline{\varphi}_e\left(y,\alpha,t\right) = 0, \tag{24}$$

$$\overline{\varphi}_e\left(0,\alpha,t\right) = \frac{\varphi_0}{\sqrt{2\pi}}\delta\left(t\right), \tag{25}$$

$$\overline{\varphi}_e \to 0 \text{ при } y \to -\infty. \tag{26}$$

Последнее соотношение следует из того, что, поскольку возмущения возникают в ограниченной области, то изображение $\overline{\varphi}_e$ должно убывать при $y \to -\infty$ [6].

Общее решение уравнения (24) имеет вид:

$$\overline{\varphi}_e = D_1\left(\alpha,t\right)e^{|\alpha|y} + D_2\left(\alpha,t\right)e^{-|\alpha|y}, \tag{27}$$

где D_1 и D_2 – произвольные функции α и t.

Из условия затухания (26) следует, что в (27) необходимо положить $D_2\left(\alpha,t\right) \equiv 0,$ тогда:

$$\overline{\varphi}_e\left(y,\alpha,t\right) = D_1\left(\alpha,t\right)e^{|\alpha|y}. \tag{28}$$

Из условия (25) следует, что $D_1 = \dfrac{\varphi_0}{\sqrt{2\pi}}\delta\left(t\right),$ откуда:

$$\overline{\varphi}_e = \frac{\varphi_0}{\sqrt{2\pi}}e^{|\alpha|y}\delta\left(t\right). \tag{29}$$

Сделав обращение, приходим к искомому оригиналу:

$$\varphi_e\left(x,y,t\right) = \frac{\varphi_0}{\pi}\frac{y}{y^2+x^2}\delta\left(t\right). \tag{30}$$

Предполагается дальнейшее исследование рассмотренной в статье задачи для различных конкретных функций $\tilde{\mu}$ и $\tilde{\nu}$, характеризующих первоначальное состояние среды.

Перенос авторами конкретной вычислительной стороны рассматриваемой задачи в следующую работу обусловлено двумя факторами: первое – это чрезвычайная трудоёмкость и громоздкость вычислений и второе, что она представляет собой самостоятельный вычислительный интерес.

ЛИТЕРАТУРА

1. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Наука, 1991. 560с.
2. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 368с.
3. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н., Асанян Д.Д., Саакян С.Л. Распространение поверхностных волн в однородной ферромагнитной среде. /В сб.: “Проблемы механики деформируемого твердого тела”. Ереван, 2007. С.67-74.
4. Даноян З.Н., Атоян Л.А. Отражение спиновых волн от границы ферромагнитной среды при обобщенных граничных условиях. //Изв. НАН Армении. Механика. 2010. Т.63. №2. С.34–39.

5. Danoyan Z., Piliposian G., Hasanyan D. Reflection of spin and spin-elastic waves at the interface of a ferromagnetic half-spaces. Waves Random Complex Media 19(4), 567-584 (2009).
6. Слепян Л.И. Нестационарные упругие волны. Л.: Судостроение, 1972. 374 с.

Сведения об авторах:

Даноян Завен Нерсесович
Д.ф.-м.н., Зав.отделом Института механики НАН РА.
Адрес: РА, 0019 Ереван, пр.Маршала Баграмяна 24[Б].
E-mail: mechins@ sci.am

Атоян Левон Арутюнович
К.ф.-м.н., ст.науч.сотрудник Института механики НАН РА.
Адрес: РА, 0019 Ереван, пр.Маршала Баграмяна 24[Б]
E-mail: mechins@ sci.am

Даноян Нерсес Завенович
Научный сотрудник Института механики НАН РА.
Адрес: РА, 0019 Ереван, пр.Маршала Баграмяна 24[Б]
E-mail: mechins@ sci.am

Поступила в редакцию 30.05.2011