ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 63, №4, 2010 Механика

УДК 519.6

ОЦЕНКА РАССТОЯНИЯ ЛОМАНОЙ ЭЙЛЕРА ОТ СТАБИЛЬНЫХ МНОЖЕСТВ ДЛЯ ПОЭТАПНО МЕНЯЮЩИХСЯ СИСТЕМ

ГАБРИЕЛЯН М. С.

Ключевые слова: ломаные Эйлера, экстремальная стратегия, стабильный мост.
Keywords: Euler`s Broken Line, Extremal Strategy, Stable Bridge.

Գաբրիելյան Մ.Ս.
Էտապ առ էտապ փոփոխվող դինամիկայով համակարգերի համար ստաբիլ բազմությունից Էյլերի բեկյալի հեռավորության գնահատականը

Էտապ առ էտապ փոփոխվող դինամիկայով համակարգերի համար որոշված է բավականին ճիշտ գնահատական էքստրեմալ ստրատեգիայով կառուցված Էյլերի բեկյալների և համապատասխան մաքսիմալ ստաբիլ բազմություններից ունեցած հեռավորությունների համար, ցանկացած վերջավոր ժամանակահատվածի դեպքում:

Gabrielyan M.S.
Estimation of Distance of Euler`s Broken Line from Constant Multitude for Step by Step Changing Systems

The sharp estimation of distance of Euler`s broken line which is built by extremal strategy relative to maximal stable bridge for any terminal time interval is determined.

Для поэтапно меняющихся конфликтно-управляемых систем определяется достаточно точная оценка расстояния ломаной Эйлера, построенной экстремальной стратегией относительно максимальных стабильных мостов для любого конечного промежутка времени.

Движение конфликтно-управляемых систем определяется системами обыкновенных дифференциальных уравнений

$$\dot{x}_\kappa^{(1)}\left[t\right]=f_k\left(t,x_k^{(1)}\left[t\right],\ u_k,v_k\left[t\right]\right) \text{ при } x_k^{(1)}\left[t_*\right]=x_{k^*}^{(1)} \qquad k=1,2,...,m$$

где $u_k\in P_k$, $v_k\left[t\right]\in Q_k$ – интегрируемая по Лебегу реализация управления второго игрока. Здесь $f_k:[t_0,\infty)\times R^n\times P_k\times Q_k\to R^n$ – непрерывная функция, $P_k\subset R^{p_k}$, $Q_k\subset R^{q_k}$ – компакты, характеризующие возможности игроков. Предполагается, что в точках t_k соблюдается непрерывность траектории, т.е $x_k^{(1)}\left[t_k\right]=x_{k-1}^{(1)}\left[t_k\right]$.

Наряду с движением $x_k^{(1)}\left(t\right)$, $k=1,...,m$, рассмотрим движение $x_k^{(2)}\left(t\right)$, которое удовлетворяет следующему уравнению в контингенциях:

$$\dot{x}_k^{(2)}\in co\left[f_k:f_k=f_k\left(t,x_k^{(2)}(t),u_k,v_k^*\right),u_k\in P_k\right],\ k=1,...,m;\ x_k^{(2)}\left(t_*\right)=x_{k*}^{(2)}.$$

Известно, что правую часть этих систем можно представить в виде ([1], стр. 60):

$$\dot{x}_k^{(2)} = \sum_{i=1}^{n+1} \alpha_{ki}^{(t)} f_k\left(t,\, x_k^{(2)}(t),\, u_{ki}, v_k^*\right), \quad \text{где} \quad \alpha_{ki}^{(t)} \geq 0; \quad u_{ki} \in P_k;$$

$$\sum_{i=1}^{n+1} \alpha_{ki}^{(t)} = 1.$$

Векторы $u_k^* \in P_k$ и $v_k^* \in Q_k$ выбраны из следующих условий:

$$\max_{v_k \in Q_k}\left(x_{k*}^{(1)} - x_{k*}^{(2)}\right)' f_k\left(t_*, x_{k^*}^{(1)}, u_k, v_k\right) = \min_{u_k \in P_k}\max_{v_k \in Q_k}\left(x_{k^*}^{(1)} - x_{k^*}^{(2)}\right)' f_k\left(t_k,\, x_{k^*}^{(1)},\, u_k, v_k\right)$$

$k = 1,...,m$

$$\min_{u_k \in P_k}\left(x_{k*}^{(1)} - x_{k*}^{(2)}\right)' f_k\left(t_*, x_{k^*}^{(1)}, u_k, v_k\right) = \max_{v_k \in Q_k}\min_{u_k \in P_k}\left(x_{k^*}^{(1)} - x_{k^*}^{(2)}\right)' f_k\left(t_*,\, x_{k^*}^{(1)},\, u_k, v_k\right)$$

$k = 1,...,m$

Обозначим через $\rho_k(t)$ расстояние между точками $x_k^{(1)}[t]$ и $x_k^{(2)}[t]$, т. е.

$$\rho_\kappa(t) = \left\| x_\kappa^{(2)}[t] - x_\kappa^{(1)}[t] \right\|;$$

$$\rho_\kappa(t_*) = \left\| x_\kappa^{(2)}[t_*] - x_\kappa^{(1)}[t_*] \right\| = \left\| x_{k*}^{(2)} - x_{k*}^{(1)} \right\| \qquad k = 1, 2\, ..., m$$

Оценивая величину $\rho_k(t)$ для каждого $k = 1, 2\, ..., m$ точно так, как в [2], получим:

$$\rho_k^2(t) \leq e^{2\lambda_k(t - t_*)} \times \rho^2(t_*) + \varphi(\Delta) \cdot \frac{1}{2\lambda_k}\left(e^{2\lambda_k(t - t_*)} - 1\right) \qquad k = 1, 2\, ..., m$$

Здесь λ_k – постоянная Липшица по x_k функции f_k в рассматриваемой области $\varphi(\Delta) = \max\left(\varphi(\Delta_1), ..., \varphi(\Delta_m)\right)$, $\Delta = \max\left(\Delta_1, ..., \Delta_m\right)$,

где $\Delta_1, ..., \Delta_m$ – ограниченные числа, а

$$\rho(t_*) = \max \rho_k(t_*) \text{ при } k = 1, 2\, ..., m$$

Как в [2], следует, что $\rho(t_*) \to 0$ и $\varphi(\Delta) \to 0$ при $\Delta \to 0$, и из полученного неравенства следует, что расстояние ломаной Эйлера от стабильного множества стремится к нулю, если $\rho(t_*) \to 0$ и $\varphi(\Delta) \to 0$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Красовский Н.Н., Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М: Наука, 1974.
2. Габриелян М.С. Оценка расстояния ломаной Эйлера от стабильного множества. //Изв. НАН Армении. Механика. 2009. Т.62. №2. С.63–65.

<u>Сведения об авторе:</u>

Габриелян Михаил Сергеевич – доктор техн. наук, профессор Ереванского государственного университета
Телефон (дом): (374.10)57-47-28

Поступила в редакцию 26.03.2010