ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 63, №3, 2010 Механика

УДК 539.3

ФЛАТТЕР ВЯЗКОУПРУГИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК С УЧЕТОМ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ В ПОТОКЕ ГАЗА

ХУДАЯРОВ Б.А.

Ключевые слова: интегро-дифференциальные уравнения, оболочка, флаттер, вязкоупругость.
Key words: integro-differential equations, shells, flutter, viscoelastic.

Խուդոյարով Բ.Ա.

Սահմանային շերտի հաշվառմամբ առաձգամածուցիկ գլանային թաղանթների ֆլաթերը գազի հոսանքում

Ուսումնասիրված է սահմանային շերտի հաշվառմամբ առաձգամածուցիկ գլանային թաղանթների ֆլաթերը գազի հոսանքում: Աշխատանքի հիմնական ուղղվածությունը առաձգամածուցիկ հատկությունների ուսումասիրությունն է գերձայնային արագությունների ժամանակ: Որոշված են թաղանթի ֆլաթերի կրիտիկական արագությունները:

Khudayarov B. A.

Flutter Viscoelastic of a Cylindrical Shells taking into Account of a Boundary Layer in a Flow of Gas

In this work is investigated the flutter of viscoelastic cylindrical shells streamlined by gas current. The basic direction of work is consisted in taking into account of viscoelastic material's properties at supersonic speeds. Critical speeds for shell flutter are defined.

Исследуются задачи о флаттере вязкоупругих цилиндрических оболочек с учетом пограничного слоя в потоке газа. Основное направление работы состояло в учете вязкоупругих свойств материала при сверхзвуковых скоростях. Определены критические скорости флаттера оболочки.

В настоящее время многие результаты теоретических и экспериментальных исследований флаттера находятся еще в плохом согласии. Ввиду сложности явления панельного флаттера большинство теоретических исследований связано с использованием упрощающих предложений. Однако эти допущения, как правило, оказываются настолько ограничительными, что теоретическая модель перестает с достаточной точностью отражать реальные условия. Расхождения между теоретическими и экспериментальными оценками флаттера можно отчасти приписать следующим факторам: 1) неточной идеализации всех возможных сложных условий опирания панелей; 2) неучету влияния вязкости материала конструкции; 3) неучету влияния пограничного слоя.

В реальных условиях между поверхностью обшивки летательного аппарата и обтекающим её сверхзвуковым потоком имеется вязкий пограничный слой. Толщина его зависит от параметров потока и от конфигурации конструкции.

Учет пограничного слоя для упругих конструкций впервые был сделан в работе Фына [1] и Андерсона [2]. Фыном была предложена идеализированная схема пограничного слоя.

Влияние вязкоупругих свойств материала конструкций и учет пограничного слоя и некоторые результаты численного решения задачи о флаттере будут обсуждены ниже.

Рассмотрим шарнирно опертую, замкнутую, круговую, вязкоупругую цилиндрическую оболочку при наличии пограничного слоя. Оболочка с радиусом кривизны R срединной поверхности и длиной L, обтекается с внешней стороны сверхзвуковым потоком газа со скоростью V, направленной вдоль образующих. Будем пользоваться обычными гипотезами теории упругих оболочек [3, 4], считая справедливой гипотезу Кирхгоффа-Лява и полагая прогибы малыми по сравнению с толщиной оболочки.

Для выяснения роли пограничного слоя при флаттере цилиндрической оболочки воспользуемся идеализированной схемой, предложенной Фыном [1]. Представим пограничный слой в виде кольцевой области равномерного дозвукового течения, расположенный между оболочкой и однородным сверхзвуковым потоком. Толщину дозвуковой области обочначим через δ, скорость течения – через V_δ (фиг.1).

Физические соотношения между напряжениями σ_x, σ_y и σ_{xy} в срединной поверхности и деформациями $\varepsilon_x, \varepsilon_y$, ε_{xy}, согласно модели Больцмана – Вольтерра, примем в виде

$$\sigma_x = \frac{E}{1-\mu^2}\left(1-R^*\right)\left(\varepsilon_x+\mu\varepsilon_y\right) \quad (x \Leftrightarrow y), \quad \sigma_{xy} = \frac{E}{2(1+\mu)}\left(1-R^*\right)\varepsilon_{xy}$$

где E – модуль Юнга; μ – коэффициент Пуассона; R^* – интегральный оператор с ядром релаксации $R(t)$:

$$R^*\varphi(t) = \int_0^t R(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau$$

Уравнения вязкоупругой цилиндрической оболочки с учетом пограничного слоя возьмём в виде

$$\begin{gathered}\frac{D}{h}\left(1-R^*\right)\nabla^4 w = \frac{1}{R}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2} + \sigma\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho\varepsilon\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{q}{h} \\ \nabla^4\Phi = -\left(1-R^*\right)\frac{E}{R}\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\end{gathered} \tag{1}$$

где $\nabla^4 = \left(\nabla^2\right)^2 = \left(\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}\right)^2$.

Приводя систему (1) к одному уравнению, получим

$$\begin{gathered}\frac{D}{h}\left(1-R^*\right)\nabla^8 w + \frac{E}{R^2}(1-R^*)\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \\ +\nabla^4\left(\sigma\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho\varepsilon\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{q}{h}\right) = 0\end{gathered} \tag{2}$$

где q – аэродинамическая нагрузка:

$$q(x,y,t) = \frac{\aleph p_\infty M^* w_{nm}}{R}\cos\frac{my}{R}\left[\overline{B_{nm}}\cos\frac{n\pi x}{L} + \overline{\overline{B_{nm}}}\sin\frac{n\pi x}{L}\right]$$

$$\overline{B_{nm}} = \frac{n_1+n_2n_3}{1+n_3^2}p_1, \quad \overline{\overline{B_{nm}}} = \frac{n_1n_3+n_2}{1+n_3^2}p_1, \quad p_1 = \frac{\sqrt{1-M_\delta^2}\,p_\delta M_\delta}{\aleph p_\infty M^*}$$

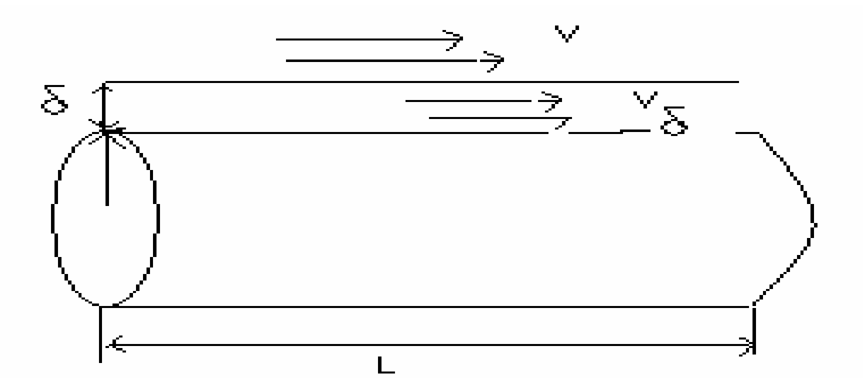
$$n_1 = \left(\frac{n\pi R}{L}\right)^2\Theta\left(1-\frac{\bar\delta}{\eta_0}\right), \quad n_2 = \left(\frac{n\pi R}{L}\right)^2\bar\delta, \quad n_3 = \Theta\bar\delta\left(1-\frac{\bar\delta}{\eta_0^2}\right)$$

$$\overline{\delta}=\frac{M_\delta\delta}{R\sqrt{1-M_\delta^2}},\quad \eta_0=\frac{M_\delta}{\sqrt{1-M_\delta^2}},\quad \Theta=\frac{\aleph p_\infty M^* L}{\sqrt{1-M_\delta^2}\aleph_\delta p_\delta M_\delta n\pi R}$$

Здесь ρ – плотность материала оболочки; h – толщина оболочки; $\aleph$ – показатель политропы газа; p_∞ и V_∞ – соответственно, давление и скорость звука в невозмущённом потоке; $D=Eh^3/\left(12\left(1-\mu^2\right)\right)$ – цилиндрическая жёсткость; $M^*=\dfrac{V}{V_\infty}$ – число Маха в невозмущённом потоке; $M_\delta^*=\dfrac{V_\delta}{V_{\delta\infty}}$ – число Маха в пограничном слое ; $V_{\delta\infty}$ – скорость звука в пограничном слое.

Решения системы (2) ищем в виде

$$w(x,y,t)=\sum_n^N\sum_m^M w_{nm}(t)\sin\frac{n\pi x}{L}\cos\frac{my}{R} \tag{3}$$



Фиг. 1. Пограничный слой на поверхности цилиндрической оболочки, обтекаемой потоком газа.

Подставляя (3) в уравнение (2) и применяя метод Бубнова–Галеркина, получим систему интегро-дифференциальных уравнений. Вводя в этой системе безразмерные коэффициенты и сохраняя прежние обозначения, систему сводим к уравнению относительно амплитуды прогиба w_{kl} :

$$\begin{gathered}\ddot{w}_{kl}+\varepsilon\dot{w}_{kl}+\Omega^2(1-R^*)B_{kl}W_{kl}+M_E(1-R^*)\left(k^2\pi^2/\lambda\right)^2 w_{kl}-\\ -\sigma_0 C_{kl}w_{kl}+q^*\sum_{n=1}^N\sum_{m=1}^M \Gamma_{klnm}w_{nm}=0\end{gathered} \tag{4}$$

где $\Omega^2=\dfrac{\lambda^2}{12\left(1-\mu^2\right)}M_E^2\left(\beta_1\right)^2,\quad \lambda=\dfrac{L}{R};\quad M_E=\sqrt{\dfrac{E}{\rho V_\infty^2}}$

$M_p=\sqrt{\dfrac{P_\infty}{\rho V_\infty^2}}$; $\beta_1=\dfrac{h}{R}$; $q^*=\aleph M_p M^*\lambda^2/\beta_1$

Γ_{klnm} , A_{kl} , B_{kl} , C_{kl} – безразмерные коэффициенты.

Интегрирование системы (3) при ядре Колтунова–Ржаницына $\left(R(t)=A\cdot\exp(-\beta t)\cdot t^{\alpha-1},\ 0<\alpha<1\right)$ проводилось численным методом, основанным на использовании квадратурных формул [5].

В качестве критерия, определяющего критическую скорость $V_{\text{кр}}$, принимаем условие, предложенное в работах [6-8].

Для определения $V=V_{\text{кр}}$ рассматриваются числа V_1 и V_2, расположенные на интервале (V_0,V_n) таким образом, что $(V_0<V_1<V_2<V_n)$. Сравнивая закон изменения w при $(V=V_1$ и $\mathrm{V}=V_2)$, можно сделать следующие выводы:

а) если при $V<V_1$ закон изменения функции w близок к гармоническому, значит, $V_{\text{кр}}$ не может быть на интервале (V_0,V_1), т.е. $V_{\text{кр}}$ лежит на интервале (V_1,V_n);

б) если при $(V>V_1)$ наблюдается быстрый рост функции w во времени, значит $V_{\text{кр}}$ лежит на интервале (V_0,V_1).

Процессы а) и б), т.е. процесс исключения интервалов, не дающих нежелательные явления, повторяется для (V_0,V_1) или (V_1,V_n) и т.д. Поиск завершается тогда, когда оставшийся подынтервал уменьшается до достаточно малых размеров.

Результаты вычислений представлены в табл.1 и отражаются графиками, приведёнными на фиг.2–5. В табл.1 приводятся результаты расчетов, проведённых по формуле (4) при $N=5,\ M=6$ для оболочек, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа с параметрами $p_\infty=1,014$ кг/см^2, $\aleph=1,4$ и $V_\infty=340$ м/с.

Из табл.1 видно, что увеличение вязкоупругих свойств материала конструкций при наличии пограничного слоя, критическая скорость флаттера уменьшается в 2,05 раза относительно упругих.

Исследовано влияние толщины пограничного слоя и скорости течения в дозвуковой зоне на критическую скорость флаттера. Увеличение толщины пограничного слоя и числа Маха в дозвуковой зоне приводит к увеличению критической скорости.

Таблица 1

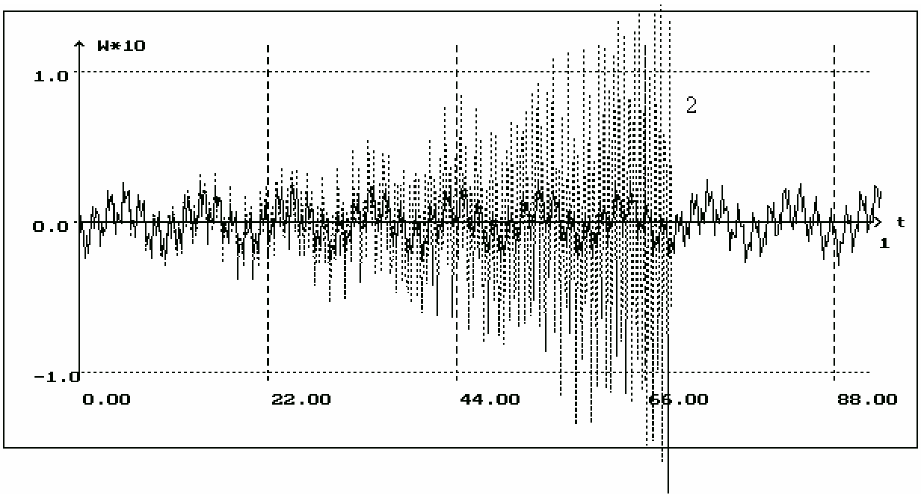
Скорость флаттера вязкоупругой цилиндрической оболочки с учётом пограничного слоя

A	α	β	β_δ	M_δ	$V_{\text{кр}}$
0 0,007 0,1	0,25	0,05	0,009	0,4	1180 996 575
0,07	0,12 0,75	0,05	0,009	0,4	661 787
0,1	0,25	0,05	0,001 0,08	0,15	485 753
0,1	0,25	0,05	0,009	0,5 0,8	700 912

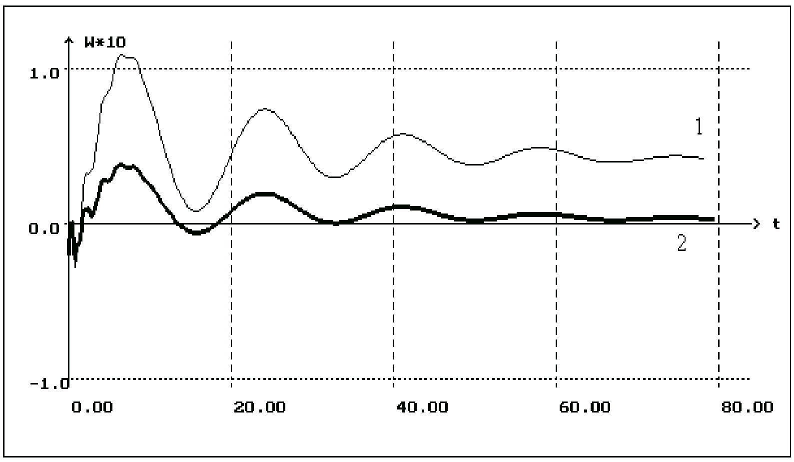
На фиг. 2 приведены зависимости $w = w(t)$ при ряде значений параметра вязкости A для цилиндрических оболочек. Из графиков видно, что решение упругих и вязкоупругих задач существенно отличается. В упругом случае колебания происходят периодические колебания. С увеличением значений параметра A критическая скорость флаттера уменьшается на 30-55%.

На фиг. 3 представлены в графической форме результаты вычислений при $\lambda = 6,\ N = 5,\ M = 6$, выполненных по (3). Из графиков видно, что увеличение скорости течения в дозвуковой области приводит к уменьшению амплитуды колебаний.

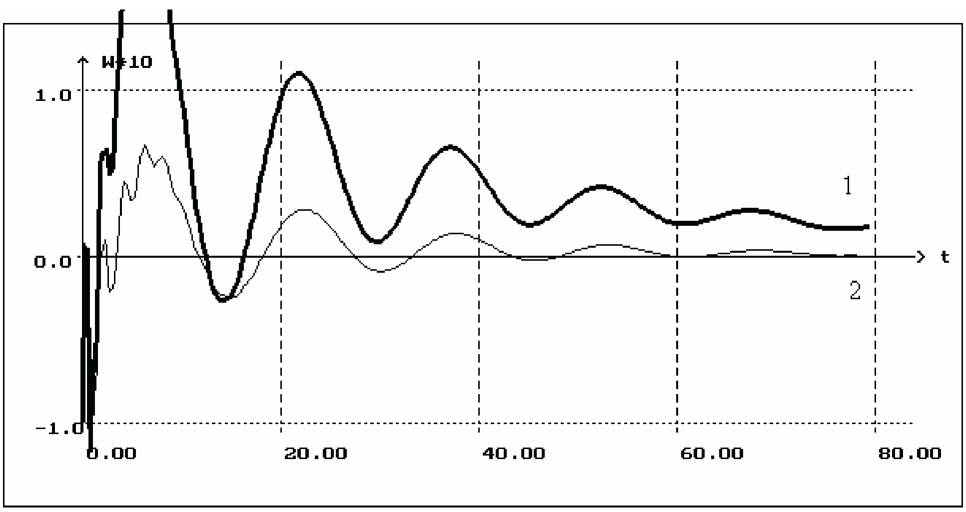
Увеличение толщины пограничного слоя влияет не только на величины критической скорости флаттера, но и на амплитуды колебаний оболочки (фиг. 4).



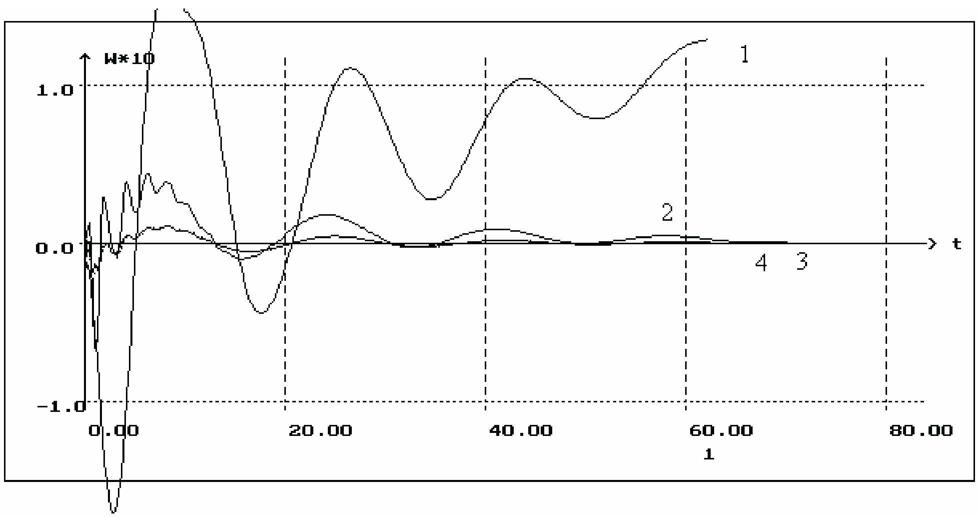
Фиг.2. Зависимость прогиба цилиндрической оболочки от времени при значениях параметра вязкости: $A = 0(1);\ A = 0,001(2);\ N = 5;\ \lambda_1 = 100;\ \lambda = 6;$ $\beta_1 = 0,005;\ M_\delta = 0,35;\ \beta_\delta = 0,02;\ V = 918.$



Фиг. 3. Зависимость прогиба цилиндрической оболочки от времени при различных числах Маха в пограничном слое $M_\delta = 0,2(1);\ M_\delta = 0,8(2)$.



Фиг. 4. Влияние толщины пограничного слоя на амплитуды колебаний оболочки:
$\beta_\delta = 0,001(1);\ \beta_\delta = 0,08(2).$



Фиг. 5. Влияние числа полуволн по направлению образующих на амплитуду колебаний оболочки: $N = 2(1);\ N = 3(2);\ N = 4(3);\ N = 5(4).$

Исследована сходимость амплитуд колебаний оболочки. На фиг.5 приведены зависимости амплитуды прогиба от безразмерного времени t. При использовании пяти членов решение, очевидно, сходится (результаты очень близки к результатам с учетом четырёх членов), тогда как результаты, полученные при использовании всего лишь двух членов, являются неточными. Поэтому во всех расчетах, проведённых в настоящей работе, использовалось пять форм колебаний.

В заключение отметим, что увеличение толщины пограничного слоя и скорости течения в дозвуковой области приводит к возрастанию критической скорости флаттера, т.е. эффект пограничного слоя является стабилизирующим.

ЛИТЕРАТУРА

1. Фын Я.И. Некоторые последние достижения в исследовании панельного флаттера // Ракетная техника и космонавтика. 1963. № 4. С. 161–175.
2. Anderson W.I. Oscillatory pressures in an idealized boundary layer with application to cylinder flutter // J. AIAA. 1966. V.4. № 5. P. 865–872.
3. Вольмир А.С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. М.: Наука, 1972. 432 с.
4. Вольмир А.С. Устойчивость упругих систем. М.: Физматгиз, 1963. 880 с.
5. Бадалов Ф.Б., Эшматов Х., Юсупов М. О некоторых методах решения систем интегро-дифференциальных уравнений, встречающихся в задачах вязкоупругости // Прикладная математика и механика. 1987. Т. 51. №5. С. 867-871.
6. Худаяров Б.А. Численное решение задачи о флаттере вязкоупругих трехслойных пластин // Изв. НАН Армении. Механика. 2004. Т.57. №1. С. 59-62.
7. Бадалов Ф.Б., Худаяров Б.А. Исследование влияния вязкоупругого свойства материала конструкций летательного аппарата на критическое время и критические скорости флаттера //Изв. НАН Армении. Механика. 2008. Т. 61. №1. С. 75–82.
8. Khudayarov B.A. Numerical Analysis of the Nonlinear Flutter of Viscoelastic Plates // International Applied Mechanics. New York, USA. 2005. Vol. 41. № 5. P. 538-542.

Сведения об авторе:

Худаяров Бахтияр Алимович – к.ф-м.н., доцент каф. “Высшей математики” Ташкентского института инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства
E-mail: bakht-Flpo@yandex.ru

Поступила в редакцию 20.04.2009