ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա **63, №2, 2010** **Механика**

УДК 539.3

ОТРАЖЕНИЕ СПИНОВЫХ ВОЛН ОТ ГРАНИЦЫ ФЕРРОМАГНИТНОЙ СРЕДЫ ПРИ ОБОБЩЁННЫХ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЯХ

ДАНОЯН З. Н., АТОЯН Л. А.

Ключевые слова: ферромагнитная среда, спиновые волны, отражение волн, сопутствующие поверхностные волны.
Keywords: Ferromagnetic medium, spin waves, waves reflection, accompanying surface waves.

Դանոյան Զ. Ն., Աթոյան Լ. Հ.
Սպինային ալիքների անդրադարձումը ֆերոմագնիսական միջավայրի եզրից ընդհանրացված եզրային պայմանների դեպքում

Աշխատանքում լուծված է ծավալային սպինային ալիքի անդրադարձման խնդիրը, որը ֆերոմագնիսական միջավայրի խորքից ընկնում է նրա մակերևույթին այն դեպքում, երբ միջավայրի մակերևույթին տրված են ընդհանրացված եզրային պայմաններ մագնիսացման խտության համար: Խնդրի լուծումը հնարավորություն է տալիս պնդելու, որ բացի հայելային անդրադարձող ալիքից առաջանում են երկու անհամասեռ ուղեկցող մակերևույթային ալիքներ, որոնք տարածվում են միջավայրի մակերևույթով միևնույն արագությամբ, սակայն դեպի միջավայրի խորքը մարում են տարբեր մարման գործակիցներով, ինչպես նաև վակուումում տարածվող ուղեկցող մակերևույթային մագնիսաստատիկ ալիք: Ալիքի անդրադարձման գործակիցների վերլուծությունը ցույց է տալիս, որ ֆերոմագնիսական միջավայրի մակերևույթին ցանկացած անկյունով ալիքի անկման դեպքում, անդրադարձումը ունի ներքին լրիվ անդրադարձման բնույթ, բացառությամբ նորմալ և զուգահեռ անկման դեպքերի:

Danoyan Z. N., Atoyan L. H.
Reflection of Spin Waves From the Boundary of Ferromagnetic Medium under Generalized Boundary Conditions

In the paper reflection problem of an incident bulk ferromagnetic spin-wave is solved. The wave reflects from the ferromagnetic medium surface, when on the surface are given the generalized boundary conditions for magnetization density [4]. Solution of the problem provides a foundation to confirm, that in ferromagnetic medium appears two nonhomogeneous accompanying surface waves, besides of the mirror reflected wave. The two surface waves propagation velocities are the same, but coefficients of damping are different. The magneto static nonhomogeneous waves also arise in outside medium. As a result it is shown that the spin-wave reflection from the ferromagnetic medium surface is the full internal reflection for all the incident waves angles, except of perpendicular or parallel cases.

В работе решается задача отражения объемной спиновой волны, падающей изнутри ферромагнитной среды на ее поверхность, для случая, когда на поверхности ферромагнетика заданы обобщенные граничные условия для плотности намагничивания [4]. Решение задачи даёт основание утверждать, что в среде, кроме зеркально отраженной волны, возникают две неоднородные сопутствующие поверхностные волны, распространяющиеся по поверхности с одинаковой скоростью, но с различными коэффициентами спадания в глубь среды, а также сопутствующая неоднородная магнитостатическая волна в вакууме. Анализ коэффициентов отражения волны показывает, что при любом угле падения спиновой волны на поверхность ферромагнетика отражение от поверхности носит характер полного внутреннего отражения, за исключением случаев нормального и параллельного падений.

Введение. Сведения о спиновых и упруго-спиновых волнах можно найти в фундаментальных работах [1, 2]. В дальнейшем появились исследования, связанные с поверхностными спиновыми и упруго-спиновыми волнами в работах [2, 3, 5, 6, 7 и др.].

В настоящей работе решается задача отражения объемной спиновой волны от поверхности полубесконечной недеформируемой ферромагнитной среды, граничащей с вакуумом. На поверхности среды задается обобщенное граничное условие для плотности намагничивания ферромагнетика, которое получается из условия непрерывности нормальной составляющей плотности потока энергии на поверхности среды [1, 2]. Решаемая задача является обобщением предыдущей работы авторов [5], где решена задача отражения спиновой волны от поверхности недеформируемого ферромагнитного полупространства при обычных граничных условиях. Впервые обобщенные граничные условия были использованы в работе [4], далее в несколько ином виде они встречаются в работах [5, 6, 7]. В заключение заметим, что в настоящее время авторами решается задача отражения упруго-спиновой волны от поверхности ферромагнитного полупространства при обобщенных граничных условиях.

1. Постановка задачи. Пусть недеформируемая ферромагнитная среда в декартовой системе координат $Oxyz$ занимает область $y > 0$. Вне среды, в области $y < 0$, предполагается вакуум. Граница ферромагнетика $y = 0$ считается магнитно-свободной. Ось Oz совпадает с осью легкого намагничивания ферромагнетика. Предполагается, что ферромагнетик находится во внешнем магнитном поле напряженности $\vec{H}_0$, совпадающей по направлению с осью Oz.

Объемная плотность намагничивания $\vec{M}_0 = \rho_0\vec{\mu}_0$ параллельна магнитному полю $\vec{H}_0$, $\vec{\mu}_0$ – плотность намагничивания, отнесенная к единице массы, ρ_0 – массовая плотность ферромагнетика. Возмущения в среде характеризуются вектором магнитного момента $\vec{\mu}(\mu(x,y,t),\nu(x,y,t),0)$ и напряженностью магнитного поля $\vec{h} = -\mathrm{grad}\varphi(x,y,t)$, где φ – магнитостатический потенциал среды. Согласно [2] принимаем, что возмущение плотности намагничивания перпендикулярно к $\vec{M}_0$. Возмущение в вакууме характеризуется напряженностью магнитного поля $\vec{h}_e = -\mathrm{grad}\varphi_e(x,y,t)$, где φ_e – магнитостатический потенциал в вакууме. Волновое поле в среде описывается следующей граничной задачей [2,5]:

1) Уравнения в среде (в области $y > 0$):

$$\frac{\partial\mu}{\partial t} = \Omega_m(\rho_0^{-1}\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \hat{b}\nu - \lambda\Delta\nu)$$

$$\frac{\partial\nu}{\partial t} = \Omega_m(\rho_0^{-1}\frac{\partial\varphi}{\partial x} - \hat{b}\mu + \lambda\Delta\mu) \qquad (1.1)$$

$$\Delta\varphi = \rho_0(\frac{\partial\mu}{\partial x} + \frac{\partial\nu}{\partial y})$$

2) Граничные условия на поверхности среды (в области $y = 0$):

$$\varphi = \varphi_e, \quad \frac{\partial\varphi}{\partial y} - \rho\nu = \frac{\partial\varphi_e}{\partial y}, \quad \xi\frac{\partial\mu}{\partial y} + \eta\mu = 0, \quad \xi\frac{\partial\nu}{\partial y} + \eta\nu = 0 \qquad (1.2)$$

3) Уравнение в вакууме (в области $y < 0$):

$$\Delta\varphi_e = 0 \qquad (1.3)$$

Первое граничное условие есть требование непрерывности магнитостатического потенциала на поверхности среды. Второе условие вытекает из непрерывности возмущения напряженности магнитного поля на поверхности среды. Третье и четвёртое обобщённые граничные условия для компонент плотности намагничивания получаются из условия непрерывности нормальной составляющей плотности потока энергии на поверхности недеформируемого ферромагнетика [2, 3]. Обобщённые параметры ξ и η выбираются соответствующим образом: для каждого конкретного случая обычно рассматриваются два частных случая: а) $\xi = 1$, $\eta = 0$; в этом случае получается результат, соответствующий результату работы авторов [1], б) $\xi \to \infty$, $\eta = 1$.

Выше $\Delta = \dfrac{\partial^2}{\partial x^2} + \dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$, $\Omega_m = \gamma_0 \rho_0 \mu_0$, γ_0 – гирромагнитное отношение ($\gamma_0 = 1,76 \times 10^7 (\text{эрс} \times \text{сек})^{-1}$, $\hat{b}$ – постоянная магнитной анизотропии, λ – модуль обменного взаимодействия. Введённые выше обозначения соответствуют обозначениям, принятым в работе [2].

2. Решение задачи. Решение системы (1.1) ищется в виде плоских волн:

$$\mu = Me^{iqy} e^{i(px - \omega t)}, \quad \nu = Ne^{iqy} e^{i(px - \omega t)}, \quad \varphi = \Phi e^{iqy} e^{i(px - \omega t)} \tag{2.1}$$

где M, N, Φ – амплитуды соответствующих величин, p и q – продольное и поперечное волновые числа, ω – частота волны.

Подставляя (2.1) в систему уравнений (1.1), получаем систему линейных однородных алгебраических уравнений для определения неизвестных амплитуд. Условие разрешимости этой системы даёт дисперсионное уравнение для определения квадрата волнового числа в зависимости от частоты волны ω, которое имеет вид :

$$k^2[\Omega^2 - (\hat{b} + \lambda k^2)(1 + \hat{b} + \lambda k^2)] = 0 \tag{2.2}$$

где $\Omega = \dfrac{\omega}{\Omega_m}$, $k^2 = p^2 + q^2$

Отсюда для квадрата волнового числа получаем следующие значения:

$$k^2 = \lambda^{-1}(-\Omega_{DE} + \sqrt{\frac{1}{4} + \Omega^2}) > 0$$

$$k^2 = -\lambda^{-1}(\Omega_{DE} + \sqrt{\frac{1}{4} + \Omega^2}) < 0 \tag{2.3}$$

$$k^2 = 0$$

где $\Omega_{DE} = 1/2 + \hat{b}$ – частота Деймона–Эшбаха.

Первому корню (2.3) соответствуют объемные однородные волны – падающая и отраженная, для которых поперечные компоненты имеют вид:

$$q_1 = -q_0; \quad q_2 = q_0$$

где

$$q_0 = \sqrt{\lambda^{-1}(\Omega_{DE} + \sqrt{\frac{1}{4} + \Omega^2}) - p^2} > 0 \tag{2.4}$$

Второму и третьему корням (2.3) соответствуют поперечные компоненты волнового вектора со знаком плюс:

$$q_3 = ir_0,\ q_4 = i|p|$$

где

$$r_0 = \sqrt{\lambda^{-1}(\Omega_{DE} + \sqrt{\frac{1}{4} + \Omega^2}) + p^2} > 0 \tag{2.5}$$

Следовательно, решение системы (1.1) в виде плоских гармонических волн можно представить в виде:

$$\begin{aligned}
\mu &= \left[M_0 e^{-iq_0 y} + M_1^{iq_0 y} + M_2 e^{-r_0 y} + M_3 e^{-|p|y} \right] e^{i(px-\omega t)} \\
\nu &= \left[N_0 e^{-iq_0 y} + N_1^{iq_0 y} + N_2 e^{-r_0 y} + N_3 e^{-|p|y} \right] e^{i(px-\omega t)} \\
\varphi &= \left[\Phi_0 e^{-iq_0 y} + \Phi_1^{iq_0 y} + \Phi_2 e^{-r_0 y} + \Phi_3 e^{-|p|y} \right] e^{i(px-\omega t)} \\
\varphi_e &= \Phi_e e^{|p|y} e^{i(px-\omega t)} \Phi_e
\end{aligned} \tag{2.6}$$

где $M_0, N_0, \Phi_0 -$ амплитуды, соответствующие падающей волне; $M_1, N_1, \Phi_1 -$ амплитуды, соответствующие отраженной волне; M_2, N_2, Φ_2 и $M_3, N_3, \Phi_3 -$ амплитуды, соответствующие первой и второй сопутствующим поверхностным неоднородным волнам, соответственно; Φ_e – амплитуда магнитостатического возмущения в вакууме. Все амплитуды, входящие в (2.6), согласно уравнениям (1.1), связаны между собой следующими соотношениями:

$$\begin{aligned}
M_0 &= \rho_0^{-1}(Rq_0 + ip)\Phi_0,\ N_0 = \rho_0^{-1}(Rp - iq_0)\Phi_0 \\
M_1 &= \rho_0^{-1}(-Rq_0 + ip)\Phi_1,\ N_1 = \rho_0^{-1}(Rp + iq_0)\Phi_1 \\
M_2 &= i\rho_0^{-1}(-R_1 r_0 + p)\Phi_2,\ N_2 = \rho_0^{-1}(R_1 p - r_0)\Phi_2 \\
M_3 &= i|p|Q,\ N_3 = \rho_0^{-1} pQ\Phi_3
\end{aligned} \tag{2.7}$$

Здесь введены обозначения:

$$R = \frac{1 + \sqrt{1 + 4\Omega^2}}{2\Omega},\quad R_1 = \frac{-1 + \sqrt{1 + 4\Omega^2}}{2\Omega},\quad Q = \frac{1}{\Omega + \sigma \hat{b}},\quad \sigma = \pm 1$$

$\sigma = +1,$ если продольная составляющая волнового вектора совпадает с положительным направлением оси Ox и $\sigma = -1$ – в обратном случае.

Подставляя решение (2.6) в граничные условия (1.2), для нахождения искомых амплитуд Φ_1, Φ_2, Φ_3 и Φ_e получим систему:

$$\begin{aligned}
&\Phi_0 + \Phi_1 + \Phi_2 + \Phi_3 = \Phi_e \\
&-iq_0\Phi_0 + iq_0\Phi_1 - r_0\Phi_2 - |p|\Phi_3 - \rho_0(N_0 + N_1 + N_2 + N_3) = |p|\Phi_e \\
&\xi(-iq_0 M_0 + iq_0 M_1 - r_0 M_2 - |p| M_3) + \eta(M_0 + M_1 + M_2 + M_3) = 0 \\
&\xi(-iq_0 N_0 + iq_0 N_1 - r_0 N_2 - |p| N_3) + \eta(N_0 + N_1 + N_2 + N_3) = 0
\end{aligned} \tag{2.8}$$

Исключив из первых двух уравнений системы Φ_e и воспользовавшись соотношениями (2.7), получим линейную систему трех уравнений относительно амплитуд Φ_1, Φ_2 и Φ_3:

$$\Phi_1(1+\sigma R)+\Phi_2(1+\sigma R_1)+\Phi_3(2+\sigma Q)=-\Phi_0\left(1+\sigma R\right)$$

$$\Phi_1(ip-q_0R)(i\xi q_0+\eta)+\Phi_2 i(p-R_1r_0)(\eta-r_0\xi)+\Phi_3\ |p|iQ(\xi|p|-\eta)=$$

$$=\Phi_0(Rq_0+ip)(iq_0\xi-\eta) \qquad (2.9)$$

$$\Phi_1(Rp+iq_0)(i\xi q_0+\eta)+\Phi_2(R_1p-r_0)(\eta-\xi r_0)+\Phi_3 Qp(\eta-\xi|p|)=$$

$$=\Phi_0(iq_0-Rp)(\eta-i\xi q_0)$$

Опуская довольно громоздкие вычисления, выпишем решение системы (2.8):

$$\Phi_1=\frac{A_1-iB_1}{A_1+iB_1}\Phi_0\,;\ \Phi_2=\frac{A_2}{A_1+iB_1}\Phi_0\,;\Phi_3=\frac{A_3}{A_1+iB_1}\Phi_0\,;\Phi_e=\frac{A_e}{A_1+iB_1}\Phi_0 \qquad (2.10)$$

где

$$A_1=q_0[(2+\sigma Q)(\eta-r_0\xi)(p^2\xi+r_0\eta)(R^2-1)+|p|Q(\eta-\xi|p|)\times$$

$$\times(\xi p+\sigma\eta)(\sigma+R)^2]$$

$$B_1=|p|Q(\eta-\xi|p|)(\eta-r_0\xi)(p-\sigma r_0)(\sigma+R)^2+(2+\sigma Q)(\eta-r_0\xi)\times$$

$$\times(p^2\eta-r_0\xi q_0{}^2)(1-R^2)+|p|Q(\eta-\xi|p|)(\sigma\xi q_0{}^2-p\eta)(\sigma+R)^2$$

$$A_2=2pq_0\Big[-(\eta-\xi|p|)(\sigma\eta+p\xi)(\sigma+R)^2- \qquad (2.11)$$

$$-(2+\sigma Q)(1-R^2)(q_0{}^2\xi^2+\eta^2)+R\xi\eta p(2+\sigma Q)(1-R)\ \Big]$$

$$A_3=2q_0\left[(\eta R+p\xi)(1+\sigma R)(p-Rr_0)(\eta-r_0\xi)+(1-R^2)(R+\sigma)\times\right.$$

$$\times(p\eta^2+q_0{}^2p\xi^2)-(1+\sigma R)(\eta-r_0\xi)(pR-r_0)(\eta+\xi pR)]$$

$$A_e=2A_1+A_2+A_3$$

Найдём коэффициенты отражения волны, воспользовавшись соотношениями (2.7) и (2.10):

$$R_{\text{отр}}(M)=\frac{M_1}{M_0}=-\frac{Rq_0-ip}{Rq_0+ip}\cdot\frac{A_1-iB_1}{A_1+iB_1}$$

$$R_{\text{отр}}(N)=\frac{N_1}{N_0}=\frac{Rp+iq_0}{Rp-iq_0}\cdot\frac{A_1-iB_1}{A_1+iB_1} \qquad (2.12)$$

$$R_{\text{отр}}(\Phi)=\frac{\Phi_1}{\Phi_0}=\frac{A_1-iB_1}{A_1+iB_1}$$

Все коэффициенты комплексны и по модулю равны единице, это означает, что отражение носит характер полного внутреннего отражения при любом угле скольжения волны, исключение составляют случаи нормального падения волны, а также случай нулевого угла скольжения волны по поверхности среды. Полагая в (2.9) - (2.11) $\xi=1$ и $\eta=0$, мы приходим к результату, полученному авторами в работе [5].

Заключение. При произвольном угле падения объемной спиновой волны изнутри недеформируемого ферромагнитного полупространства на его поверхность, при обобщенных граничных условиях происходит: а) зеркальное отражение объемной волны от поверхности среды, б) возникновение двух сопутствующих неоднородных поверхностных волн, распространяющихся по поверхности среды с одинаковой скоростью, но с различными коэффициентами спадания в глубь среды, и одной сопутствующей неоднородной магнитостатической волны в вакууме.

Коэффициенты отражения объемной волны в общем случае комплексны и по модулю равны единице, это означает, что отражение имеет характер полного внутреннего отражения при произвольном угле падения за исключением нормального и параллельного падений. В частном случае обобщенного граничного условия на поверхности ферромагнетика мы приходим к результату, полученному уже в предыдущей работе авторов [5].

ЛИТЕРАТУРА

1. Ахиезер А. И., Барьяхтар В. Г., Пелетминский С. И. Спиновые волны. М.: Наука, 1967. 367с.
2. Можен Ж. Механика электромагнитных сплошных сред. М.: Мир, 1991. 560 с.
3. Damon R. W., Eshbach J. R. Magneto static modes of a ferromagnetic slab. //J. Phys. Chem. Solids. 1961. №19. P. 308-320.
4. Soohoo R. F. Magnetic thin films. New York: Harper and Row. 1965.
5. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н., Манукян Г.А., Атоян Л.А. Отражение спиновых (магнитных) волн от границы ферромагнитного полупространства //Тр. VI-ой Международной конференции «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред». Горис – Степанакерт. 2008. С.115 – 120.
6. Багдасарян Г.Е., Асанян Д.Д., Даноян З.Н., Даноян Э.А., Саакян С.Л. Поверхностные спиновые волны в ферромагнитном полупространстве с учетом обменных взаимодействий. //Тр. VI-ой Международной конференции «Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред». Горис-Степанакерт. 2008. С.110-115.
7. Wolfram T., De Wames R. E. Linewidth and Dispersion of the Virtual Magnon Surface State in Thick Ferromagnetic Films.//Physical Review.1970. Vol.1. №1. P. 4358-4360.

Сведения об авторах:

Даноян Завен Нерсесович – доктор ф.-м. н.,
зав.отделом Института механики НАН Армении
E-mail: zavendanoyan@gmail.com

Атоян Левон Арутюнович – канд. ф.-м. н.,
научный сотрудник Института механики НАН Армении.
E-mail: levous@mail.ru

Поступила в редакцию 17.06.2009