

УДК.539.3

ПЛОСКАЯ ЗАДАЧА СОСТАВНОЙ ПЛОСКОСТИ С ТРЕЩИНАМИ

ԱՐՄԵՆՅԱՆ Լ.Ա.

Ключевые слова: составное тело, трещина, биполярные координаты, функции Папковича-Нейбера, преобразование Фурье.

Keywords: composite body, crack, bipolar coordinates, Papkovich-Neyber Functions, Fourier transformation.

Լ.Ա. Հարությունյան

Գիսասանվերջ ճաքեր պարունակող բաղադրյալ հարթության հարթ խնդիրը

Դիտարկված է բաղադրյալ հարթության առաջին եզրային հարթ խնդիրը, որը կազմված է սարքեր առաձգական հատկություններ ունեցող, բաժանման մակերևույթի վրա ճաքեր պարունակող, կիսահարթություններից: Օգտվելով Պապկովիչ-Նեյբերի ֆունկցիաներից, երկբևեռ կոորդինատային համակարգում, Ֆյուրիեի ինտեգրալի օգնությամբ, դիտարկվող խնդրի համար ստացվում է փակ լուծում: Հաշվված են կոնտակտային լարումները և դեֆորմացիաները: Դիտարկված է մեկ մասնավոր դեպք, երբ ճաքի վրա կիրառված է հակադիր ուղղություններով երկու հավասար ինտենսիվությամբ կենտրոնացված ուժեր: Նյութերի բաժանման մակերևույթի վրա կոնտակտային լարումների և դեֆորմացիաների հաշվման համար ստացվում են պարզ արտահայտություններ:

L.A. Harutjunyan

A Plane Problem of a Composite Plane with Semi-Infinite Cracks

A plane problem of a composite plane, consisting of two half-planes with various elastic characteristics is considered. On the sections lines there are semi-infinite cracks. With the help of Fourier integrals in the bipolar system of coordinates through Papkovich-Neyberg functions the set up problem is solved in closed way.

Рассматривается плоская задача составной плоскости, состоящей из двух полуплоскостей с различными упругими характеристиками и имеющимися между ними полубесконечными трещинами. При помощи интегралов Фурье в биполярной системе координат через функции Папковича-Нейбера задача решается замкнуто. Вычислены контактные напряжения и деформации. Решена одна конкретная задача, когда внешнее усилие, приложенное к берегам трещин, сводится к двум противоположно направленным сосредоточенным силам. Для вычислений контактных напряжений и деформаций получено простое выражение.

Рассматривается плоская задача составной плоскости, состоящей из двух полуплоскостей с различными упругими характеристиками и имеющимися между ними полубесконечными трещинами. Задачи о трещинах связаны с задачами определения напряжённо-деформированного состояния в однородных и неоднородных упругих телах, представляющими интерес в теоретических и практических вопросах прочности разнообразных конструкций, они стали предметом исследования многих авторов [2–6].

На прямоугольной декартовой системе координат x и y при $y \geq 0$ полуплоскость имеет упругие характеристики G_1 и ν_1 , а при $y \leq 0$ имеет упругие характеристики G_2 и ν_2 (G_1 и G_2 – модули сдвига материалов, ν_1 и ν_2 – коэффициенты Пуассона).

На участках граничной прямой $y = 0$, а именно на отрезке $|x| > a$, имеем трещину, а на участках $|x| < a$ имеем полный контакт материалов.

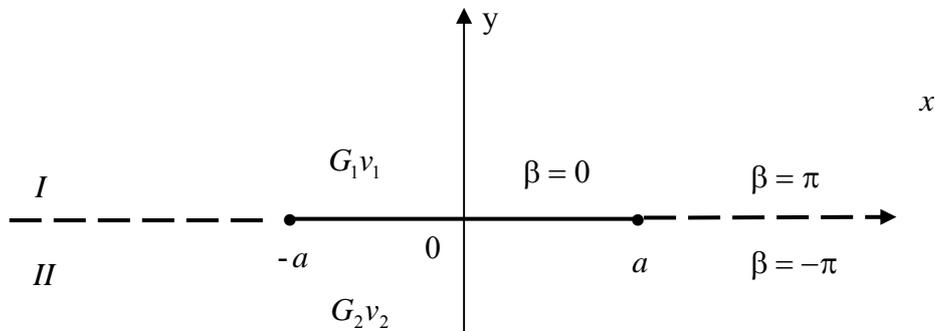
Для решения задачи весьма удобно использовать биполярные системы координат. Связь прямоугольных координат x и y с биполярными координатами α и β дается формулами [1]:

$$gx = \operatorname{sh} \alpha, \quad gy = \sin \beta, \quad ag = \operatorname{ch} \alpha + \cos \beta \quad (1)$$

(a – размерный параметр).

Координата α будет при этом изменяться от $-\infty$ до $+\infty$; в правой полуплоскости $\alpha > 0$, в левой $-\alpha < 0$; ось Oy является координатной линией $\alpha = 0$; точки $x = \pm a$, $y = 0$ соответствуют значениям $\alpha = \pm \infty$. Координата β меняется от $-\pi$ до $+\pi$, в верхней полуплоскости $\beta > 0$, в нижней $-\beta < 0$, $[-a, a]$ является координатной линией $\beta = 0$. Что касается отрезков оси Ox при $x < -a$ и $x > a$, то здесь координата β терпит разрыв, равный 2π , а именно на верхнем берегу ($y = +0$) $\beta = \pi$, на нижнем – ($y = -0$) $\beta = -\pi$.

Область $y = 0$, $|x| < a$ описывается координатной линией $\beta = 0$, а область $y = 0$, $|x| > a$ – линией $\beta = \pm\pi$ (фиг.1).



Фиг.1

Задача решается при помощи функции Папковича-Нейбера.

Общее решение плоской задачи теории упругости, согласно Папковичу-Нейберу, можно представить через три гармонические функции, поскольку одна из них принимается произвольно. Пользуясь этой произвольностью, принимаем одну из функций, равной тождественно нулю.

Приведем выражения перемещений u и v , входящих в краевые условия напряжений σ_y и τ_{xy} , через функцию Папковича-Нейбера [1]

$$\begin{aligned} 2GU(x, y) &= -\frac{\partial \Phi_0(x, y)}{\partial x} - y \frac{\partial \Phi_2(x, y)}{\partial x} \\ 2GV(x, y) &= (3 - 4\nu)\Phi_2(x, y) - \frac{\partial \Phi_0(x, y)}{\partial y} - y \frac{\partial \Phi_2(x, y)}{\partial y} \\ \sigma_y(x, y) &= \frac{\partial}{\partial y} \left[2(1 - \nu)\Phi_2(x, y) - \frac{\partial \Phi_0(x, y)}{\partial y} \right] - y \frac{\partial^2 \Phi_2(x, y)}{\partial y^2} \\ \tau_{xy}(x, y) &= \frac{\partial}{\partial x} \left[(1 - 2\nu)\Phi_2(x, y) - \frac{\partial \Phi_0(x, y)}{\partial y} - y \frac{\partial \Phi_2(x, y)}{\partial y} \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Рассмотрим первую основную задачу, то есть на берегах трещины заданы нормальное и касательное напряжения.

$$\sigma_y^{(m)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta = (-1)^{m+1} \pi} = \sigma_m(\alpha), \quad \tau_{xy}^{(m)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta = (-1)^{m+1} \pi} = \tau_m(\alpha) \quad (3)$$

Предполагается, что функции $\sigma_m(\alpha)$ и $\tau_m(\alpha)$ ($m=1,2$) удовлетворяют условиям разложимости в интеграле Фурье.

На линии контакта имеем полное сцепление, т.е. нормальное и касательное перемещения, так как нормальное и касательное напряжения равны:

$$\begin{aligned} U_1(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} = U_2(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0}, \quad V_1(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} = V_2(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} \\ \sigma_y^{(1)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} = \sigma_y^{(2)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0}, \quad \tau_{xy}^{(1)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} = \tau_{xy}^{(2)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} \end{aligned} \quad (4)$$

Подставляя в граничные условия (3) и (4) выражения (2) перемещений и напряжений через гармонические функции $\Phi_o^{(m)}(\alpha, \beta)$ и $\Phi_2^{(m)}(\alpha, \beta)$ ($m=1,2$) Папковича-Нейбера, мы приходим к следующей краевой задаче. При этом следует перейти от производных x и y к производным по α и β , пользуясь соотношениями [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x} \Big|_{\beta=0} = g \frac{\partial}{\partial \alpha} \Big|_{\beta=0}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \Big|_{\beta=0} = g \frac{\partial}{\partial \beta} \Big|_{\beta=0} \\ \frac{\partial}{\partial x} \Big|_{\beta=\pm\pi} = -g \frac{\partial}{\partial \alpha} \Big|_{\beta=\pm\pi}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \Big|_{\beta=\pm\pi} = -g \frac{\partial}{\partial \beta} \Big|_{\beta=\pm\pi} \end{aligned} \quad (5)$$

получаем

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \beta} \left[2(1-v_m) \Phi_2^{(m)}(\alpha, \beta) - \Phi_3^{(m)}(\alpha, \beta) \right] \Big|_{\beta = (-1)^{m+1} \pi} &= \frac{a\sigma_m(\alpha)}{\operatorname{ch}\alpha - 1} \\ \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[(1-2v_m) \Phi_2^{(m)}(\alpha, \beta) - \Phi_3^{(m)}(\alpha, \beta) \right] \Big|_{\beta = (-1)^{m+1} \pi} &= \frac{a\tau_m(\alpha)}{\operatorname{ch}\alpha - 1} \\ \frac{\partial}{\partial \beta} \Phi_3^{(1)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} &= \frac{G_1}{G_2} \frac{\partial}{\partial \beta} \Phi_3^{(2)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} \\ \left[(3-4v_1) \Phi_2^{(1)}(\alpha, \beta) - \Phi_3^{(1)}(\alpha, \beta) \right] \Big|_{\beta=0} &= \\ = \frac{G_1}{G_2} \left[(3-4v_2) \Phi_2^{(2)}(\alpha, \beta) - \Phi_3^{(2)}(\alpha, \beta) \right] \Big|_{\beta=0} & \\ \frac{\partial}{\partial \beta} \left[2(1-v_2) \Phi_2^{(1)}(\alpha, \beta) - \Phi_3^{(1)}(\alpha, \beta) \right] \Big|_{\beta=0} &= \\ = \frac{\partial}{\partial \beta} \left[2(1-v_2) \Phi_2^{(2)}(\alpha, \beta) - \Phi_3^{(2)}(\alpha, \beta) \right] \Big|_{\beta=0} & \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} & \left. \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[(1-2\nu_1) \Phi_2^{(1)}(\alpha, \beta) - \Phi_3^{(1)}(\alpha, \beta) \right] \right|_{\beta=0} = \\ & = \left. \frac{\partial}{\partial \alpha} \left[(1-2\nu_2) \Phi_2^{(2)}(\alpha, \beta) - \Phi_3^{(2)}(\alpha, \beta) \right] \right|_{\beta=0} \end{aligned}$$

где введены новые гармонические функции

$$\Phi_3^{(m)}(x, y) = \frac{\partial \Phi_0^{(m)}(x, y)}{\partial y} \quad (m=1, 2).$$

Рассматриваемая краевая задача допускает точное решение в биполярных координатах, если представить искомые функции $\Phi_n^{(m)}(\alpha, \beta)$ ($m=1, 2$, $n=2, 3$) в виде интегралов Фурье:

$$\begin{aligned} \Phi_{2,3}^{(m)}(\alpha, \beta) = & \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left[A_{2,3}^{(m)}(\lambda) \operatorname{ch} \lambda \left(\pi + (-1)^m \beta \right) + \right. \\ & \left. + B_{2,3}^{(m)}(\lambda) \operatorname{sh} \lambda \left(\pi + (-1)^m \beta \right) \right] \frac{e^{-i\lambda\alpha}}{\lambda} d\lambda \quad (m=1, 2) \end{aligned} \quad (7)$$

Подставляя (7) в (6), мы приходим к системе линейных алгебраических уравнений для определения величин $A_n^{(m)}(\lambda)$ и $B_n^{(m)}(\lambda)$ ($m=1, 2$, $n=2, 3$), правые части которых будут содержать преобразования Фурье от заданных функций (разумеется, следует предположить, что эти преобразования существуют).

$$\begin{aligned} & \frac{\chi_m + 1}{2} B_2^{(m)}(\lambda) - B_3^{(m)}(\lambda) = (-1)^{m+1} \bar{\sigma}_m(\lambda), \\ & \frac{\chi_m - 1}{2} A_2^{(m)}(\lambda) - A_3^{(m)}(\lambda) = -\bar{\tau}_m(\lambda) \quad (m=1, 2), \\ & \left[A_3^{(1)}(\lambda) + \mu A_3^{(2)}(\lambda) \right] \operatorname{th} \lambda \pi + B_3^{(1)}(\lambda) + \mu B_3^{(2)}(\lambda) = 0, \\ & \chi_1 A_2^{(1)}(\lambda) - A_3^{(1)}(\lambda) - \mu \chi_2 A_2^{(2)}(\lambda) + \mu A_3^{(2)}(\lambda) + \\ & + \left[\chi_1 B_2^{(1)}(\lambda) - B_3^{(1)}(\lambda) - \mu \chi_2 B_2^{(2)}(\lambda) + \mu B_3^{(2)}(\lambda) \right] \operatorname{th} \lambda \pi = 0, \\ & \left[\frac{\chi_1 + 1}{2} A_2^{(1)}(\lambda) - A_3^{(1)}(\lambda) + \frac{\chi_2 + 1}{2} A_2^{(2)}(\lambda) - A_3^{(2)}(\lambda) \right] \operatorname{th} \lambda \pi + \\ & + \frac{\chi_1 + 1}{2} B_2^{(1)}(\lambda) - B_3^{(1)}(\lambda) + \frac{\chi_2 + 1}{2} B_2^{(2)}(\lambda) - B_3^{(2)}(\lambda) = 0, \\ & \frac{\chi_1 - 1}{2} A_2^{(1)}(\lambda) - A_3^{(1)}(\lambda) - \frac{\chi_2 - 1}{2} A_2^{(2)}(\lambda) + A_3^{(2)}(\lambda) + \\ & + \left[\frac{\chi_1 - 1}{2} B_2^{(1)}(\lambda) - B_3^{(1)}(\lambda) - \frac{\chi_2 - 1}{2} B_2^{(2)}(\lambda) + B_3^{(2)}(\lambda) \right] \operatorname{th} \lambda \pi = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где

$$\bar{\sigma}_m(\lambda) = \frac{a}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sigma_m(\alpha) e^{i\lambda\alpha}}{\operatorname{ch}\alpha - 1} d\alpha, \quad \bar{\tau}_m(\lambda) = \frac{ia}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau_m(\alpha) e^{i\lambda\alpha}}{\operatorname{ch}\alpha - 1} d\alpha \quad (9)$$

$$\mu = G_1/G_2, \quad \chi_m = 3 - 4\nu_m \quad (m = 1, 2)$$

Решение системы (8) может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} A_3^{(m)}(\lambda) &= \frac{\chi_m - 1}{2} A_2^{(m)}(\lambda) + \bar{\tau}_m(\lambda) \\ B_3^{(m)}(\lambda) &= \frac{\chi_m + 1}{2} B_2^{(m)}(\lambda) + (-1)^m \bar{\sigma}_m(\lambda) \quad (m = 1, 2) \\ A_2^{(2)}(\lambda) &= -A_2^{(1)}(\lambda) + [\bar{\sigma}_2(\lambda) - \bar{\sigma}_1(\lambda)] \operatorname{cth}\lambda\pi + \bar{\tau}_1(\lambda) + \bar{\tau}_2(\lambda), \\ B_2^{(2)}(\lambda) &= B_2^{(1)}(\lambda) + [\bar{\tau}_1(\lambda) - \bar{\tau}_2(\lambda)] \operatorname{cth}\lambda\pi - \bar{\sigma}_1(\lambda) - \bar{\sigma}_2(\lambda), \\ A_2^{(1)}(\lambda) &= \Delta_1(\lambda) / \Delta(\lambda), \quad B_2^{(1)}(\lambda) = \Delta_2(\lambda) / \Delta(\lambda), \end{aligned} \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} 2\Delta(\lambda) &= (4h_2^2 - h_1^2) \operatorname{ch}2\lambda\pi + 4h_2^2 + h_1^2, \quad \Delta_1(\lambda) = 2h_2M_2(\lambda) \operatorname{ch}\lambda\pi - h_1M_1(\lambda) \operatorname{sh}\lambda\pi \\ \Delta_2(\lambda) &= 2h_2M_1(\lambda) \operatorname{ch}\lambda\pi - h_1M_2(\lambda) \operatorname{sh}\lambda\pi \end{aligned}$$

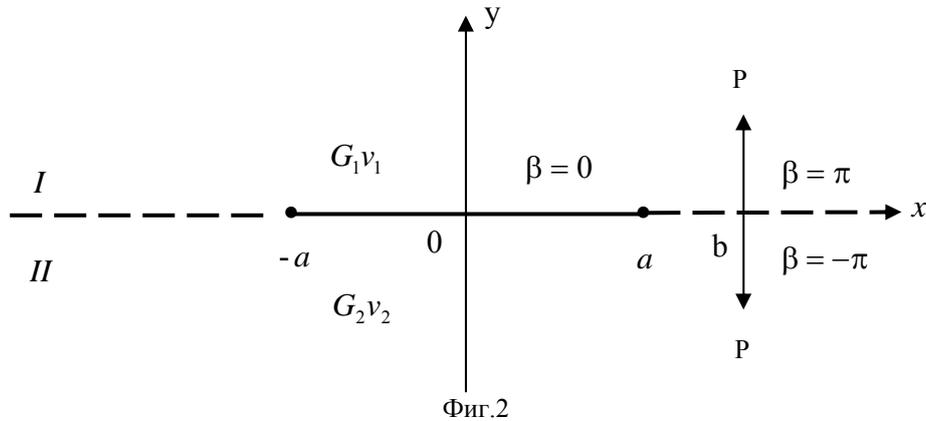
$$M_1(\lambda) = (1 + \mu\chi_2) [\bar{\sigma}_1(\lambda) \operatorname{ch}\lambda\pi - \bar{\tau}_1(\lambda) \operatorname{sh}\lambda\pi] + \frac{\mu(1 + \chi_2)}{2\operatorname{sh}\lambda\pi} [\bar{\tau}_2(\lambda) - \bar{\tau}_1(\lambda)] \quad (11)$$

$$M_2(\lambda) = (1 + \mu\chi_2) [\bar{\tau}_1(\lambda) \operatorname{ch}\lambda\pi - \bar{\sigma}_1(\lambda) \operatorname{sh}\lambda\pi] + \frac{\mu(1 + \chi_2)}{2\operatorname{sh}\lambda\pi} [\bar{\sigma}_2(\lambda) - \bar{\sigma}_1(\lambda)]$$

$$2h_1 = \chi_1 - 1 - \mu(\chi_2 - 1), \quad 4h_2 = \chi_1 + 1 + \mu(\chi_2 + 1)$$

Представляют интерес напряжения и деформации на линии контакта, а также деформации на берегах трещин.

Дадим решение одной конкретной задачи такого типа, когда внешние усилия, приложенные к берегам трещин, сводятся к двум противоположно направленным сосредоточенным силам величины P , приложенным в точках $\alpha = \alpha_0$, $\beta = \pm\pi$ (фиг.2).



Фиг.2

где $b = a \left| \operatorname{cth} \frac{\alpha_0}{2} \right|$

В этом случае $\bar{\tau}_m(\lambda) = 0$, $\bar{\sigma}_m(\lambda) = -\frac{Pe^{i\lambda\alpha_0}}{\sqrt{2\pi}}$ ($m = 1, 2$) (12)

и получаем простое выражение для определения контактных напряжений и деформаций, а также деформации на берегах трещин

$$\begin{aligned} \sigma_y^{(m)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} &= \frac{P\sqrt{2(K+1)}}{2\pi} \cdot \frac{\cos(\alpha_0 - \alpha)\theta}{b-x} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \\ \tau_{xy}^{(m)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} &= -\frac{PK_1}{\sqrt{2(K-1)}\pi} \cdot \frac{\sin(\alpha_0 - \alpha)\theta}{b-x} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \\ e_{xx}^{(m)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} &= \frac{P\sqrt{2}K_2}{8\pi G_1\sqrt{(K+1)}} \cdot \frac{\cos(\alpha_0 - \alpha)\theta}{b-x} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \\ e_{yy}^{(m)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} &= \frac{P\sqrt{2}K_3}{8\pi G_1\sqrt{K+1}} \cdot \frac{\cos(\alpha_0 - \alpha)\theta}{b-x} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \\ e_{xy}^{(m)}(\alpha, \beta) \Big|_{\beta=0} &= \frac{P\sqrt{2}K_4}{4\pi_1 G_1\sqrt{(K-1)}} \cdot \frac{\sin(\alpha_0 - \alpha)\theta}{b-x} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}} \quad (m = 1, 2) \\ e_{xx}^{(1)}(\alpha, \pi) &= -\frac{\chi_1 - 1}{G_1} K_0^* + \frac{\chi_1 + 1}{G_1} K_1^* \quad , \quad e_{yy}^{(1)}(\alpha, \pi) = -\frac{\chi_1 + 1}{G_1} K_0^* + \frac{\chi_1 - 1}{G_1} K_1^* \\ e_{xx}^{(2)}(\alpha, -\pi) &= -\frac{\chi_1 - 1}{G_2} K_0^* - \frac{\chi_1 + 1}{G_2} K_1^* \quad , \quad e_{yy}^{(2)}(\alpha, -\pi) = -\frac{\chi_2 + 1}{G_2} K_0^* - \frac{\chi_2 - 1}{G_2} K_1^* \\ e_{xy}^{(1)}(\alpha, \pi) &= -\frac{K_2^*}{G_1} \quad , \quad e_{xy}^{(2)}(\alpha, -\pi) = \frac{K_2^*}{G_2} \end{aligned} \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} K &= \frac{(\mu + \chi_1)^2 + (1 + \mu\chi_2)^2}{2(\mu + \chi_1)(\mu + \mu\chi_2)} \quad , \quad K_1 = \frac{(\mu + \chi_1)^2 - (1 + \mu\chi_2)^2}{2(\mu + \chi_1)(\mu + \mu\chi_2)} \\ K_2 &= \chi - 1 + \frac{(\chi_1 + 1)(1 + \mu\chi_2)}{\mu + \chi_1} + 2K \quad , \quad K_3 = \chi + 1 + \frac{(\chi_1 - 1)(1 + \mu\chi_2)}{\mu + \chi_1} + 2K \\ K_4 &= 1 + \frac{1 + \mu\chi_2}{\mu + \chi_1} - 2K \end{aligned}$$

$$\theta = \frac{1}{\pi} \ln \left[\sqrt{\frac{K+1}{2}} + \sqrt{\frac{K-1}{2}} \right] \quad , \quad \alpha_0 - \alpha = \ln \frac{(a-x)(b+a)}{(a+x)(b-a)}$$

$$K_0^* = \frac{Pa\delta(\alpha_0 - \alpha)}{2(x^2 - a^2)} \quad , \quad K_1^* = \frac{P}{4\pi} \cdot \frac{K_0}{\sqrt{K^2 - 1}} \cdot \frac{\sin(\alpha_0 - \alpha)\theta}{x-b} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

$$K_0 = K - \frac{1 + \mu\chi_2}{\mu + \chi_1}, \quad K_2^* = \frac{P \cos(\alpha_0 - \alpha) \theta}{2\pi|x-b|} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{x^2 - a^2}}$$

При $G_1 = G_2 = G$, $\nu_1 = \nu_2 = \nu$ получаем

$$\sigma_y(\alpha, 0) = \frac{P}{\pi(b-x)} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{a^2 - x^2}}$$

$$e_{xx}(\alpha, 0) = e_{yy}(\alpha, 0) = \frac{1-\nu}{G} \sigma_y(\alpha, 0)$$

$$\tau_{xy}(\alpha, 0) = e_{xy}(\alpha, 0) = 0$$

$$e_{xx}^{(1)}(\alpha, \pi) = e_{xx}^{(2)}(\alpha, -\pi) = -\frac{2(1-2\nu)}{G} \cdot \frac{Pa\delta(\alpha_0 - \alpha)}{2(x^2 - a^2)}$$

$$e_{yy}^{(1)}(\alpha, \pi) = e_{yy}^{(2)}(\alpha, -\pi) = -\frac{4(1-\nu)}{G} \cdot \frac{Pa\delta(\alpha_0 - \alpha)}{2(x^2 - a^2)}$$

$$\tau_{xy}^{(1)}(\alpha, \pi) = -\tau_{xy}^{(2)}(\alpha, -\pi) = -\frac{1}{G} \cdot \frac{P \cos(\alpha_0 - \alpha) \theta}{2\pi|x-b|} \cdot \frac{\sqrt{b^2 - a^2}}{\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Уфлянд Я.С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Ленинград: Наука, 1968. 401 с.
2. Попов Г.Я. Концентрация упругих напряжений возле штампов, разрезов, тонких включений и подключений. М.: Наука, 1982. 344 с.
3. Черепанов Г.П. Механика разрушения композиционных материалов. М.: Наука, 1983. 296 с.
4. Панасюк В.В., Саврук М.П., Доцышин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинках и оболочках. Киев: Наукова думка, 1976. 443 с.
5. Даштоян Л.Л. Об одной смешанной задаче для составной плоскости с двумя полубесконечными трещинами. / Материалы XII Республик. конф. молодых ученых. «Механика». Ереван: 2003, с.78–82.
6. Арутюнян Л.А. Плоская задача составной плоскости с трещиной. /Межд. научно-технич. конф. «Архитектуры и Строительства». Ереван: 2008, с.34–37.

Арутюнян Левон Арсенович

научный сотрудник Института механики НАН РА

адрес: пр. Маршала Баграмяна 24^б, 0019, Ереван, Армения

Поступила в редакцию 2.03.2009