ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 62, №4, 2009 Механика

УДК 539.3

О ХАРАКТЕРЕ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ЗОНЕ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ ОРТОТРОПНОЙ ПОЛОСЫ

Закарян Т.В.

Ключевые слова: пограничный слой, собственные колебания, анизотропия, частота.
Key words: boundary layer, free vibrations, anisotropic, frequencies.

Տ.Վ. Զաքարյան
Օրթոտրոպ շերտի սեփական տատանումների բնույթը սահմանային շերտում

Ռիսումնասիրված են օրթոտրոպ շերտի սեփական տատանումները ուղղաձիգ եզրերի շրջակայքում՝ առաձգականության տեսության առաջին եզրային խնդրի դեպքում: Ցույց է տրված, որ սահմանային շերտում սեփական տատանումները ունեն մարող բնույթ՝ էքսպոնենցիալ օրենքով, արտածված է տրանսցենդենտ հավասարում որտեղից որոշվում են մարումը բնութագրող էքսպոնենցիալ ֆունկցիայի ցուցիչները: Ցույց է տրված, որ յուրաքանչյուր սեփական հաճախությանը համապատասխանում է մարող ֆունկցիաների իր դասը:

T.V.Zakaryan
On the Character of Free Vibrations in the Boundary Layer Zone of Orthotropic Strip

The characteristic vibrations in the boundary layer zone of orthotropic strip for first boundary-value problem of the elasticity theory are considered. It is showed that vibrations in the boundary layer zone are damping exponentially. The transcendental equation for finding the value of damping-rate exponents is deduced.

Рассмотрены собственные колебания в зоне пограничного слоя ортотропной полосы в первой краевой задаче теории упругости. Показано, что колебания в зоне пограничного слоя затухают экспоненциально. Выведено трансцендентное уравнение, откуда определяются значения показателей экспонент, характеризующие скорость затухания.

Первая статическая краевая задача теории упругости для ортотропной полосы асимптотическим методом решена в [1]. Была установлена связь полученного решения с классической теорией балок и стержней, а также с принципом Сен-Венана [1,2]. Первая краевая динамическая задача для изотропной полосы асимптотическим методом рассмотрена в [3]. Первая динамическая краевая задача для ортотропной полосы решена в [4,5]. Первая краевая внутренняя задача для двухслойной полосы решена в [6]. В этих работах было показано, что асимптотика для компонентов тензора напряжений и вектора перемещения принципиально отличается от асимптотики в статической задаче. Была установлена новая асимптотика, позволившая найти общее асимптотическое решение динамической задачи. Собственные колебания ортотропной полосы во внутренней задаче рассмотрены в [7]. Показано, что возможны два типа собственных колебаний – сдвиговые и продольные, которым соответствуют различные группы собственных значений. Вторая и смешанная динамические краевые задачи асимптотическим методом для полос, пластин и оболочек рассмотрены в [8-11]. В настоящей работе рассмотрены собственные колебания в зоне пограничного слоя ортотропной полосы. Показано, что каждой собственной частоте соответствует свой класс пограничных функций.

1. **Основные уравнения и соотношения задачи.** Требуется найти такое решение динамических уравнений теории упругости для ортотропной полосы

$D=\{(x,y):\ \ 0\le x\le l,\ -h\le y\le h,\ h<<l\}$, которое локализовано вблизи торца $x=0$ и удовлетворяет нулевым условиям на продольных краях $y=\pm h$ для напряжений. Считается, что полоса находится в условиях плоской деформации. Решение динамических уравнений теории упругости:
уравнения движения

$$\frac{\partial\sigma_{xx}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial y}=\rho\frac{\partial^2 u}{\partial t^2},\ \ \frac{\partial\sigma_{xy}}{\partial x}+\frac{\partial\sigma_{yy}}{\partial y}=\rho\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}, \tag{1.1}$$

соотношения упругости

$$\frac{\partial u}{\partial x}=\beta_{11}\sigma_{xx}+\beta_{12}\sigma_{yy},\ \frac{\partial v}{\partial y}=\beta_{12}\sigma_{xx}+\beta_{22}\sigma_{yy},\ \frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\partial v}{\partial x}=a_{66}\sigma_{xy}, \tag{1.2}$$

$$\beta_{ij}=\frac{1}{a_{33}}\left(a_{ij}a_{33}-a_{i3}a_{j3}\right),\qquad i,j=1,2\ ,\ \ a_{66}=\frac{1}{G_{12}},$$

будем искать в виде

$$\sigma_{xx}(x,y,t)=\sigma_{11}(x,y)\exp(i\omega t),\ \ \sigma_{xy}(x,y,t)=\sigma_{12}(x,y)\exp(i\omega t)$$
$$\sigma_{yy}(x,y,t)=\sigma_{22}(x,y)\exp(i\omega t),\ \ u(x,y,t)=u_x(x,y)\exp(i\omega t) \tag{1.3}$$
$$v(x,y,t)=u_y(x,y)\exp(i\omega t),$$

где ω – частота собственных колебаний.

2.Собственные колебания полосы в зоне пограничного слоя. Чтобы выявить характер собственных колебаний полосы в зоне пограничного слоя вблизи торца $x=0$, в уравнениях (1.1), (1.2) перейдем к безразмерным координатам $\eta=x/h,\ \zeta=y/h$ и безразмерным перемещениям $U=u_x/l,\ V=u_y/l$, одновременно всем искомым величинам припишем индекс «b»(от слова boundary). В результате получим сингулярно возмущенную малым параметром $\varepsilon=h/l$ систему

$$\varepsilon^{-1}\frac{\partial\sigma_{11b}}{\partial\eta}+\varepsilon^{-1}\frac{\partial\sigma_{12b}}{\partial\zeta}+\varepsilon^{-2}\omega_*^2U_b=0,\ \ \varepsilon^{-1}\frac{\partial\sigma_{12b}}{\partial\eta}+\varepsilon^{-1}\frac{\partial\sigma_{22b}}{\partial\zeta}+\varepsilon^{-2}\omega_*^2V_b=0,$$
$$\varepsilon^{-1}\frac{\partial U_b}{\partial\eta}=\beta_{11}\sigma_{11b}+\beta_{12}\sigma_{22b},\ \ \varepsilon^{-1}\frac{\partial V_b}{\partial\zeta}=\beta_{12}\sigma_{11b}+\beta_{22}\sigma_{22b}, \tag{2.1}$$
$$\varepsilon^{-1}\frac{\partial U_b}{\partial\zeta}+\varepsilon^{-1}\frac{\partial V_b}{\partial\eta}=a_{66}\sigma_{12b},\ \ \omega_*^2=\rho h^2\omega^2.$$

Решение системы (2.1) будем искать в виде

$$\sigma_{jkb}=\varepsilon^{-1+s}\bar\sigma_{jkb}^{(s)}(\eta,\zeta)\ ,\ (U_b,V_b)=\varepsilon^s(\bar U_b^{(s)},\bar V_b^{(s)})\ ,\ \omega_*^2=\varepsilon^s\omega_{*s}^2,\ \ s=\overline{0,N}. \tag{2.2}$$

Подставив (2.2) в (2.1), для определения коэффициентов представления (2.2) получим систему

$$\frac{\partial\bar\sigma_{11b}^{(s)}}{\partial\eta}+\frac{\partial\bar\sigma_{12b}^{(s)}}{\partial\zeta}+\omega_{*k}^2\bar U_b^{(s-k)}=0\ ,\ \frac{\partial\bar\sigma_{12b}^{(s)}}{\partial\eta}+\frac{\partial\bar\sigma_{22b}^{(s)}}{\partial\zeta}+\omega_{*k}^2\bar V_b^{(s-k)}=0,\ \ k=\overline{0,s} \tag{2.3}$$
$$\frac{\partial\bar U_b^{(s)}}{\partial\eta}=\beta_{11}\bar\sigma_{11b}^{(s)}+\beta_{12}\bar\sigma_{22b}^{(s)},\ \ \frac{\partial\bar V_b^{(s)}}{\partial\zeta}=\beta_{12}\bar\sigma_{11b}^{(s)}+\beta_{22}\bar\sigma_{22b}^{(s)},\ \ \frac{\partial\bar U_b^{(s)}}{\partial\zeta}+\frac{\partial\bar V_b^{(s)}}{\partial\eta}=a_{66}\bar\sigma_{12b}^{(s)}$$

Решение системы (2.3) будем искать в виде

$$\overline{Q}_b^{(s)} = Q_b^{(s)}(\zeta)\exp(-\lambda\eta) \tag{2.4}$$

где $\overline{Q}_b^{(s)}$ – любое из напряжений и перемещений, λ – пока неизвестное число. Поскольку мы ищем затухающее при удалении от торца $x = 0$ решение, необходимо, чтобы $\operatorname{Re}\lambda > 0$. Подставив (2.4) в (2.3), получим систему

$$-\lambda\sigma_{11b}^{(s)} + \frac{d\sigma_{12b}^{(s)}}{d\zeta} + \omega_{*k}^2 U_b^{(s-k)} = 0,\ -\lambda\,\sigma_{12b}^{(s)} + \frac{d\sigma_{22b}^{(s)}}{d\zeta} + \omega_{*k}^2 V_b^{(s-k)} = 0,\ k = \overline{0,s} \tag{2.5}$$

$$-\lambda U_b^{(s)} = \beta_{11}\sigma_{11b}^{(s)} + \beta_{12}\sigma_{22b}^{(s)},\quad \frac{dV_b^{(s)}}{d\zeta} = \beta_{12}\sigma_{11b}^{(s)} + \beta_{22}\sigma_{22b}^{(s)},\quad \frac{dU_b^{(s)}}{d\zeta} - \lambda V_b^{(s)} = a_{66}\sigma_{12b}^{(s)}$$

Из этой системы напряжения можно выразить через перемещения

$$\sigma_{11b}^{(s)} = -\frac{1}{\Delta_1}\left(\lambda\beta_{22}U_b^{(s)} + \beta_{12}\frac{dV_b^{(s)}}{d\zeta}\right),\quad \sigma_{22b}^{(s)} = \frac{1}{\Delta_1}\left(\lambda\beta_{12}U_b^{(s)} + \beta_{11}\frac{dV_b^{(s)}}{d\zeta}\right),$$
$$\sigma_{12b}^{(s)} = \frac{1}{a_{66}}\left(\frac{dU_b^{(s)}}{d\zeta} - \lambda V_b^{(s)}\right) \tag{2.6}$$

Для определения перемещений получается система

$$\frac{d^2U_b^{(s)}}{d\zeta^2} + \lambda\,\Delta_2\frac{dV_b^{(s)}}{d\zeta} + \Delta_3 U_b^{(s)} = -a_{66}\omega_{*m}^2 U_b^{(s-m)}\quad,\ m = \overline{1,s}$$
$$\beta_{11}\frac{d^2V_b^{(s)}}{d\zeta^2} + \lambda\,\Delta_4\frac{dU_b^{(s)}}{d\zeta} + \Delta_5 V_b^{(s)} = -\Delta_1\omega_{*m}^2 V_b^{(s-m)} \tag{2.7}$$

где $\Delta_1 = \beta_{11}\beta_{22} - \beta_{12}^2$, $\Delta_2 = \dfrac{a_{66}}{\Delta_1}\beta_{12} - 1$, $\Delta_3 = \dfrac{a_{66}}{\Delta_1}\left(\lambda^2\beta_{22} + \Delta_1\omega_{*0}^2\right)$,

$$\Delta_4 = \beta_{12} - \frac{\Delta_1}{a_{66}}\ ,\ \Delta_5 = \frac{\Delta_1}{a_{66}}\left(\lambda^2 + a_{66}\omega_{*0}^2\right) \tag{2.8}$$

Из системы (2.7) $V_b^{(s)}$ можно выразить через $U_b^{(s)}$ по формуле

$$V_b^{(s)} = \frac{\beta_{11}a_{66}}{\lambda\left(\beta_{12}a_{66} - \Delta_1\right)\left(\lambda^2 + a_{66}\omega_{*0}^2\right)}\left[\frac{d^3U_b^{(s)}}{d\zeta^3} + \right.$$
$$+\frac{\left(a_{66}^2 + 2a_{66}\beta_{12} - \Delta_1\right)\lambda^2 + a_{66}^2\beta_{11}\omega_{*0}^2}{\beta_{11}a_{66}}\frac{dU_b^{(s)}}{d\zeta} + \tag{2.9}$$
$$\left. + a_{66}\omega_{*m}^2\frac{dU_b^{(s-m)}}{d\zeta} - \frac{\lambda}{\beta_{11}}\left(a_{66}\beta_{12} - \Delta_1\right)\omega_{*m}^2 V_b^{(s-m)}\right],\quad m = \overline{1,s}$$

А для определения $U_b^{(s)}$ получим уравнение

$$\frac{d^4U_b^{(s)}}{d\zeta^4} + \frac{1}{\beta_{11}}\left[\left(2\beta_{12} + a_{66}\right)\lambda^2 + \left(\beta_{11}a_{66} + \Delta_1\right)\omega_{*0}^2\right]\frac{d^2U_b^{(s)}}{d\zeta^2} +$$
$$+\frac{1}{\beta_{11}}\left[\beta_{22}\lambda^4 + \left(a_{66}\beta_{22} + \Delta_1\right)\omega_{*0}^2\lambda^2 + \Delta_1 a_{66}\omega_{*0}^4\right]U_b^{(s)} = R_{Ub}^{(s)} \tag{2.10}$$

$$R_{Ub}^{(s)}=-a_{66}\omega_{*m}^2\frac{d^2U_b^{(s-m)}}{d\zeta^2}-\frac{\Delta_5 a_{66}\omega_{*m}^2}{\beta_{11}}U_b^{(s-m)}+\frac{\lambda\Delta_1\Delta_2\omega_{*m}^2}{\beta_{11}}\frac{dV_b^{(s-m)}}{d\zeta},\ m=\overline{1,s}$$

Одновременно для напряжений имеем

$$\sigma_{11b}^{(s)}=\frac{\beta_{12}}{\lambda\left(\beta_{12}a_{66}-\Delta_1\right)}\left[\frac{d^2U_b^{(s)}}{d\zeta^2}+\frac{1}{\beta_{12}}\left(a_{66}\beta_{12}\omega_{*0}^2+\lambda^2\beta_{22}\right)U_b^{(s)}+a_{66}\omega_{*m}^2U_b^{(s-m)}\right]$$

$$\sigma_{12b}^{(s)}=-\frac{1}{\left(\beta_{12}a_{66}-\Delta_1\right)\left(\lambda^2+a_{66}\omega_{*0}^2\right)}\left[\beta_{11}\frac{d^3U_b^{(s)}}{d\zeta^3}+\left(\left(a_{66}+\beta_{12}\right)\lambda^2-\right.\right. \tag{2.11}$$

$$\left.\left.-\left(a_{66}\beta_{12}-\Delta_1-a_{66}\beta_{11}\right)\omega_{*0}^2\right)\frac{dU_b^{(s)}}{d\zeta}+a_{66}\beta_{11}\omega_{*m}^2\frac{dU_b^{(s-m)}}{d\zeta}-\lambda\left(\beta_{12}a_{66}-\Delta_1\right)\omega_{*m}^2V_b^{(s-m)}\right]$$

$$\sigma_{22b}^{(s)}=-\frac{\beta_{11}}{\lambda\left(\beta_{12}a_{66}-\Delta_1\right)}\left[\frac{d^2U_b^{(s)}}{d\zeta^2}+\left(\frac{\left(a_{66}+\beta_{12}\right)\lambda^2}{\beta_{11}}+a_{66}\omega_{*0}^2\right)U_b^{(s)}+\right.$$

$$\left.+a_{66}\omega_{*m}^2U_b^{(s-m)}\right],\quad m=\overline{1,s}$$

Решение уравнения (2.10) имеет вид

$$U_b^{(s)}=U_{b0}^{(s)}+U_{b\tau}^{(s)} \tag{2.12}$$

где $U_{b0}^{(s)}$ – решение однородного, а $U_{b\tau}^{(s)}$ – частное решение неоднородного уравнения (2.10).

$$U_{b0}^{(s)}=A_1^{(s)}e^{k_1\zeta}+A_2^{(s)}e^{-k_1\zeta}+A_3^{(s)}e^{k_3\zeta}+A_4^{(s)}e^{-k_3\zeta} \tag{2.13}$$

где $k_{1,3}^2=\dfrac{\omega_{*0}^2}{2\beta_{11}}\left[\left(-2(a_{66}+\beta_{12})\gamma^2-(a_{66}\beta_{11}+\Delta_1)\right)\pm\sqrt{D}\right],\ \gamma=\dfrac{\lambda}{\omega_{*0}}$ (2.14)

$$D=\left(4\beta_{12}a_{66}-4\Delta_1+a_{66}^2\right)\gamma^4+2\left[2(\beta_{11}-\beta_{12})(a_{66}\beta_{12}-\Delta_1)+\right.$$

$$\left.+a_{66}(a_{66}\beta_{11}-\Delta_1)\right]\gamma^2+(a_{66}\beta_{11}-\Delta_1)^2$$

ω_{*0} – значение частоты для исходного приближения.

Это значение ω_{*0} определяется из решения внутренней задачи о собственных колебаниях полосы [7].

Решение пограничного слоя должно удовлетворять граничным условиям

$$\sigma_{12b}(\zeta=\pm1)=0\ ,\ \sigma_{22b}(\zeta=\pm1)=0 \tag{2.15}$$

По формулам (2.11), определив напряжения $\sigma_{12b}^{(s)}$, $\sigma_{22b}^{(s)}$ и удовлетворив условиям (2.15) при $s=0$, получим систему

$$\begin{aligned}
&A_1^{(0)}b_1e^{k_1}-A_2^{(0)}b_1e^{-k_1}+A_3^{(0)}b_2e^{k_3}-A_4^{(0)}b_2e^{-k_3}=0\\
&A_1^{(0)}b_1e^{-k_1}-A_2^{(0)}b_1e^{k_1}+A_3^{(0)}b_2e^{-k_3}-A_4^{(0)}b_2e^{k_3}=0\\
&A_1^{(0)}d_1e^{k_1}+A_2^{(0)}d_1e^{-k_1}+A_3^{(0)}d_2e^{k_3}+A_4^{(0)}d_2e^{-k_3}=0\\
&A_1^{(0)}d_1e^{-k_1}+A_2^{(0)}d_1e^{k_1}+A_3^{(0)}d_2e^{-k_3}+A_4^{(0)}d_2e^{k_3}=0
\end{aligned} \tag{2.16}$$

где

$$b_1 = k_1(\beta_{11}k_1^2 + \omega_{*0}^2 c_1),\ b_2 = k_3(\beta_{11}k_3^2 + \omega_{*0}^2 c_1),\ d_1 = k_1^2 + c_2\omega_{*0}^2,\ d_2 = k_3^2 + c_2\omega_{*0}^2$$

$$c_1 = (a_{66} + \beta_{12})\gamma^2 - (a_{66}\beta_{12} - \Delta_1 - a_{66}\beta_{11}),\ c_2 = \frac{1}{\beta_{11}}(a_{66} + \beta_{12})\gamma^2 + a_{66} \qquad (2.17)$$

Для существования ненулевого решения системы (2.16) необходимо, чтобы ее определитель равнялся нулю. В результате получим следующее трансцендентное уравнение для определения значений λ

$$(b_1 d_2 + b_2 d_1)^2 \operatorname{ch}2(k_1 - k_3) - (b_2 d_1 - b_1 d_2)^2 \operatorname{ch}2(k_1 + k_3) - 4b_1 b_2 d_1 d_2 = 0 \qquad (2.18)$$

В работе [7] было доказано, что во внутренней задаче о собственных колебаниях возможны следующие четыре группы собственных значений ω_{*0n}:

$$\text{а) } \omega_{*0n}^{I} = \frac{\pi n}{\sqrt{a_{66}}},\quad \text{б) } \omega_{*0n}^{II} = \frac{\pi}{2\sqrt{a_{66}}}\left(2n+1\right), \qquad (2.19)$$

$$\text{в) } \omega_{*0n}^{III} = \sqrt{\frac{\beta_{11}}{\Delta_1}}\pi n,\quad \text{г) } \omega_{*0n}^{IV} = \sqrt{\frac{\beta_{11}}{\Delta_1}}\frac{\pi}{2}\left(2n+1\right),\quad n \in N \qquad (2.20)$$

Частотам (2.19) соответствуют собственные сдвиговые колебания с формами собственных колебаний, соответственно,

$$U_n^{I} = \cos \pi n\zeta,\quad U_n^{II} = \sin\frac{\pi}{2}\left(2n+1\right)\zeta \qquad (2.21)$$

Частотам же (2.20) соответствуют собственные продольные колебания с формами собственных колебаний

$$V_n^{III} = \cos \pi n\zeta,\quad V_n^{IV} = \sin\frac{\pi}{2}\left(2n+1\right)\zeta,\ n \in N \qquad (2.22)$$

Для каждого случая формы собственных колебаний ортогональны на интервале $-1 \le \zeta \le 1$.

Из формул (2.14), (2.18) следует, что если λ – корень уравнения (2.18), то ($-\lambda$) тоже является корнем этого уравнения. Корнями будут также $\pm\overline{\lambda}$. Нас будут интересовать корни с $\operatorname{Re}\lambda > 0$. В силу (2.18) в системе (2.16) независимым будет одна постоянная, остальные из этой системы можно выразить через эту постоянную, например, через $A_{1n}^{(0)}$. Представив $A_{1n}^{(0)} = \frac{1}{2}(B_{1n}^{(0)} - iB_{2n}^{(0)})$ и учитывая, что $A_{1n}^{(0)}$ соответствует $\overline{A_{1n}^{(0)}}$, решение (2.4) запишется в виде

$$\overline{Q_b^{(0)}} = \left(\operatorname{Re} Q_{bn}^{(0)}(\zeta)\exp(-\lambda\eta)\right) B_{1n}^{(0)} + \left(\operatorname{Im} Q_{bn}^{(0)}(\zeta)\exp(-\lambda\eta)\right) B_{2n}^{(0)} \qquad (2.23)$$

И решение (2.23) будет вещественным.

Для пластинки из однонаправленного намоточного стеклопластика с характеристиками:

$$E_1 = 55.917\cdot 10^9\ \text{Па},\quad E_2 = 13.734\cdot 10^9\ \text{Па},\quad E_3 = 13.734\cdot 10^9\ \text{Па},$$

$$G_{12} = 5.592\cdot 10^9\ \text{Па},\ G_{23} = 4.905\cdot 10^9\ \text{Па},\ G_{13} = 5.592\cdot 10^9\ \text{Па}, \qquad (2.24)$$

$$\nu_{12} = 0.277,\ \nu_{23} = 0.4,\ \nu_{31} = 0.068,\ \rho = 1925\ \text{кг/м}^3$$

определены первые несколько корней λ уравнения (2.18), соответствующие собственным значениям (2.19) и (2.20). Они приведены в виде табл. 1-4.

$$\omega_{*0n}^{I} = \frac{\pi n}{\sqrt{a_{66}}}$$

Таблица 1

	n=1	n =2	n =3	n =4
λ_1	0.184008	0.504935+1.68106i	0.052042+1.98127i	0.0589251+2.22152i
λ_2	0.730153	1.25751	1.18919	0.0723835+1.52505i
λ_3	1.19814	1.27142	1.72384	1.33862
λ_4	1.5751+0.137981i	1.98089	2.02301	1.72129
λ_5	1.99497	2.0115	2.62852	2.51505
λ_6	2.15272	2.48217	2.66858	2.54282

$$\omega_{*0n}^{II} = \frac{\pi}{2\sqrt{a_{66}}}(2n+1)$$

Таблица 2

	n =1	n =2	n =3	n =4
λ_1	0.0549626+0.944907i	0.565988	0.0878633+2.13463i	0.0144117+2.98964i
λ_2	0.793118	1.4833	0.143385+1.59992i	1.87099
λ_3	1.02982	1.67037	0.402594	1.95453
λ_4	1.64323	2.32138	1.52784	2.75972
λ_5	1.67219	2.32641	2.08073	2.93586
λ_6	2.15952	2.8757	2.30789	3.56046

$$\omega_{*0n}^{III} = \sqrt{\frac{\beta_{11}}{\Delta_1}}\pi n$$

Таблица 3

	n =1	n =2	n =3	n =4
λ_1	0.441707+1.47056i	0.0879806+2.13371i	0.0537048+3.4307i	0.134602
λ_2	0.780703	0.143327+1.5987i	1.46275	2.32559
λ_3	1.48291	0.412292	2.15349	2.59006
λ_4	1.49301	1.52899	2.66487	3.37605
λ_5	2.08793	2.08182	3.06789	3.71224
λ_6	2.25984	2.30868	3.62414	4.27902

$$\omega_{*0n}^{IV} = \sqrt{\frac{\beta_{11}}{\Delta_1}}\frac{\pi}{2}(2n+1)$$

Таблица 4

	n =1	n =2	n =3	n =4
λ_1	0.662561+2.20584i	0.897133	0.0801603+3.57418i	0.00947789+5.36227i
λ_2	1.30324	2.0731	0.135341+3.04782i	0.0730633+4.91575i
λ_3	1.57064	2.11065	0.164921+2.28407i	0.0830888+4.50496i
λ_4	2.18899	2.90476	1.81136	1.28307
λ_5	2.26419	3.041	2.53568	2.54046
λ_6	2.83946	3.6822	2.85175	2.99405

Поскольку каждому собственному значению ω_{*0} соответствует своя группа собственных функций пограничного слоя, в окрестности торца $x=0$ будет создана довольно пестрая картина [12].

Приближения $s \geq 1$ могут быть рассмотрены тем же способом, что мы имели во внутренней задаче [7], однако вряд ли это будет представлять практический интерес.

ЛИТЕРАТУРА

1. Агаловян Л.А. О характере взаимодействия погранслоя с внутренним напряженно-деформированным состоянием полосы // Изв. АН Арм. ССР. Механика. 1977. Т.30. №5. С. 48-62.
2. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М.: Наука, 1997. 414с.
3. Агаловян Л.А. , Геворкян Р. С. Асимптотическое решение первой краевой задачи теории упругости о вынужденных колебаниях изотропной полосы. //Прикл. мат. и мех. (ПММ). 2008. Т.72. Вып.4. С.633-634: Journal of Applied Mathematics and Mechanics. 72 (2008), pp 452-460. Elsevier 2008.
4. Агаловян Л.А., Закарян Т.В. Об асимптотике вынужденных колебаний ортотропной полосы. //Докл. НАН Армении. 2007. Т.107. №2. С. 173-178.
5. Агаловян Л.А., Закарян Т.В. Асимптотическое решение динамической первой краевой задачи теории упругости для ортотропной полосы. //В сб.: Актуальные проблемы механики сплошной среды. Ереван. 2007. С.21-27.
6. Закарян Т.В. О динамической первой краевой задаче теории упругости для двухслойной ортотропной полосы. //Изв.НАН Армении. Механика. 2008. Т.61. №3. С.41-50.
7. Агаловян Л.А. , Закарян Т. В. О частотах и формах собственных колебаний ортотропной полосы со свободными продольными краями. // В сб.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Ереван. 2008. С. 36-42.
8. Агаловян Л.А. К асимптотическому методу решения динамических смешанных задач анизотропных полос и пластин. // Изв. ВУЗов РФ. Северо-Кавказский регион. Естеств. науки. 2000. №3. С.8-11.
9. Агаловян Л.А., Агаловян М.Л. К определению частот и форм собственных колебаний ортотропной полосы. // Докл. НАН Армении. 2003. Т.103. №4. С. 296-301.
10. Агаловян Л.А. Асимптотика решений классических и неклассических краевых задач статики и динамики тонких тел. // Междунар. научн. журнал. Прикл. Механика. 2002. Т.38. №7. С.3-24.
11. Агаловян Л.А., Гулгазарян Л.Г. Асимптотические решения неклассических краевых задач о собственных колебаниях ортотропных оболочек. // Прикл. мат. и мех. (ПММ). 2006. Т.70. Вып.1. С.111-125.
12. Агаловян М.Л. О решении пограничного слоя в задаче на собственные колебания полосы. //В сб. конф.: Современные вопросы оптимального управления и устойчивости систем. Ереван: Изд.ЕГУ, 1997. С.132-135.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
24.03.2009