ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 62, №2, 2009 Механика

УДК 539.3

ОТРАЖЕНИЕ МАГНИТОУПРУГОЙ ВОЛНЫ ОТ ЭКРАНИРОВАННОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Гараков В.Г.

Ключевые слова: идеальный проводник, магнитоупругость, волны P и SV.

Keywords: perfect conductor, magnetoelasticity, P and SV waves.

Վ.Գ. Գարակով

Մագնիսաառաձգական ալիքների անդրադարձումը իդեալական հաղորդիչ կիսատարածության եզրից

Դիտարկվում են հարթ դեֆորմացիայի խնդիրներ իդեալական հաղորդիչ առաձգական կիսատարածության համար արտաքին մագնիսական դաշտի առկայությամբ, որն ուղղահայաց է մագնիսաառաձգական ալիքների հարթությանը: Երկայնական կամ լայնական մագնիսաառաձգական ալիքների անկման դեպքում կիսատարածության եզրին դիտարկվում են եզրային պայմանների տարբեր տարբերակներ, այդ թվում մագնիսական կամ էլեկտրական էկրանացման դեպքերը: Մասնավորապես ցույց է տրվում, որ արտաքին մագնիսական դաշտի բավականին թույլ լարվածության դեպքում կարելի է անդրադարձող անհամասեռ ալիքը ձևափոխել ծավալային ալիքի:

V. G.Garakov

Reflection of magnetoelastic waves from screening surface

The plane deformation problems of magnetoelastic wave reflection are studied for perfectly conducting media immersed in magnetic field which is normal to wave plane. A few cases of boundary conditions are considered relate to the phenomen of “ electric and magnetic well” on media interface.

Рассматриваются задачи плоской деформации для идеально проводящего полупространства в присутствии магнитного поля, перпендикулярного плоскости распространения волн. В случае падения продольной или поперечной магнитоупругой волны исследуются различные варианты граничных условий на плоскости, ограничивающей полупространство, в том числе, случаи магнитного и электрического экрана. Показывается, что при наличии достаточно слабой напряженности магнитного поля можно преобразовать отраженную неоднородную волну в объемную.

1. Пусть в прямоугольной декартовой системе координат (x, y, z) полупространство занимает область $-\infty < x < \infty,\ 0 \le y < \infty,\ -\infty < z < \infty$. Полупространство из упругого идеально проводящего материала находится в постоянном магнитном поле с вектором напряженности, параллельным оси oz. Рассматриваются задачи плоской деформации с компонентами упругих перемещений

$$u = u(x, y, t),\ \ v = v(x, y, t),\ \ w = 0\,. \tag{1.1}$$

При указанных ограничениях уравнения движения магнитоупругой среды имеют вид [1,2]

$$\begin{aligned} C_t^2 \Delta u + \left(C_l^2 - C_t^2 + v_3^2\right)\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \\ C_t^2 \Delta v + \left(C_l^2 - C_t^2 + v_3^2\right)\frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}. \end{aligned} \tag{1.2}$$

Здесь

$$V_3^2 = \left(4\pi\rho\right)^{-1} \mu_0 H_{03}^2\,. \tag{1.3}$$

C_l, C_t – скорости распространения продольных и поперечных волн, соответственно, ρ – плотность, μ – магнитная проницаемость среды, H_{03} – напряженность магнитного поля.

Если граница полупространства свободна, то должны выполняться следующие условия [1,2]:

$$\sigma_{22} + t_{22} = t_{22}^{(e)},\ \sigma_{21} + t_{21} = t_{21}^{(e)},\ e_1 = e_1^{(e)}, \tag{1.4}$$

где σ_{22}, σ_{21} – компоненты тензора упругих напряжений, $e_1, e_1^{(e)}$ – компоненты возмущенного электрического поля. Компоненты тензора Максвелла определяются следующим образом [2]:

$$t_{21} = t_{21}^{(e)} = 0,\ t_{22} = -\frac{\mu_0}{4\pi} H_{03} h_3,\ t_{22}^{(e)} = -\frac{1}{4\pi} H_{03} h_3^{(e)}. \tag{1.5}$$

Здесь $h_3, h_3^{(e)}$ – компоненты возмущенного магнитного поля, величины без верхнего индекса относятся к полупространству $y > 0$, а величины с индексом (e) – к полупространству $y < 0$. Для полной постановки задачи необходимо привести также уравнения электродинамики в области $y < 0$. Однако, в настоящей работе они не приводятся, т.к. предполагается рассматривать задачи, когда плоскость $y = 0$ является экраном, т.е. будут рассматриваться граничные условия, определяющие решение задачи в области $y > 0$.

В рамках модели идеального проводника выражения для компонент электромагнитного поля из (1.4) и (1.5) имеют вид [2]

$$e_1 = -\frac{\mu_0}{e} H_{03} \frac{\partial v}{\partial t},\ h_3 = -H_{03}\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right). \tag{1.6}$$

2. При помощи преобразования

$$u = \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y},\ v = \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \tag{2.1}$$

система уравнений (1.2) приводится к автономным уравнениям

$$(C_l^2 + V_3^2)\Delta\varphi = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2},\ C_t^2 \Delta\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2}. \tag{2.2}$$

Из (2.2) следует, что магнитное поле приводит к увеличению скорости продольной волны и не влияет на скорость поперечной волны.

Пусть на границу полупространства падает продольная (P) волна

$$\varphi_n = A \exp i\left(k_1 x - k_2 y - \omega t\right). \tag{2.3}$$

В (2.3) для определенности принимается, что $k_1 > 0$. Подставляя (2.3) в первое уравнение из (2.2), получим

$$\omega^2 = \left(C_l^2 + V_3^2\right)\left(k_1^2 + k_2^2\right), \tag{2.4}$$

откуда для k_2 получается

$$k_2 = k_1\sqrt{\theta\eta - 1},\ \theta\eta > 1,\ \theta < 1,$$

$$\theta = \frac{C_t^2}{C_l^2 + V_3^2},\ \eta = \frac{\omega^2}{k^2 C_t^2}. \tag{2.5}$$

Согласно (2.5) отраженная продольная волна будет иметь вид

$$\varphi_0 = C \exp i\left(k_1 x + k_2 y - \varpi t\right), \tag{2.6}$$

где постоянная C подлежит определению.

При падении продольной волны возможно также отражение поперечной (SV)-волны. Отраженная SV-волна согласно второму уравнению из (2.2) определяется следующим образом:

$$\psi_0 = D \exp i\left(k_1 x + k_3 y - \varpi t\right), \; k_3 = k_1\sqrt{\eta - 1}\,. \tag{2.7}$$

Вначале рассматривается случай, когда граница полупространства закреплена:

$$u = v = 0 \text{ при } y = 0 \tag{2.8}$$

В граничных условиях (2.8) с учетом преобразования (2.1) используются решения

$$\varphi = \varphi_n + \varphi_0, \; \psi = \psi_0\,. \tag{2.9}$$

В результате получается система из двух уравнений относительно искомых постоянных C и D, решение которой имеет вид:

$$C = \frac{\sqrt{\theta\eta - 1}\sqrt{\eta - 1} - 1}{\sqrt{\theta\eta - 1}\sqrt{\eta - 1} + 1} A, \quad D = -\frac{2\sqrt{\theta\eta - 1}}{\sqrt{\theta\eta - 1}\sqrt{\eta - 1} + 1} A. \tag{2.10}$$

Решение (2.10) не отличается от обычной задачи отражения. Влияние магнитного поля входит только в выражение для θ из (2.5).

3. Пусть теперь граница полупространства свободна от напряжений и является экраном для магнитного поля [3]:

$$h_3^{(e)} = 0 \text{ при } y = 0\,. \tag{3.1}$$

В этом случае граничные условия свободного края с учетом (1.4), (1.5), (2.1) приведутся к виду:

$$\begin{gathered}\left(\lambda + \frac{\mu_0}{4\pi} H_{03}^2\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \left(\lambda + \frac{\mu_0}{4\pi} H_{03}^2 + 2\mu\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2} - 2\mu\frac{\partial^2\psi}{\partial x\partial y} = 0, \\ 2\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y} + \frac{\partial^2\psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = 0.\end{gathered} \tag{3.2}$$

Здесь λ, μ – коэффициенты Ламе.

Подстановкой (2.9) в граничные условия (3.2) определяются искомые постоянные

$$\begin{gathered}C = \frac{4\sqrt{\eta - 1}\sqrt{\theta\eta - 1}}{(\eta - 2)^2 + 4\sqrt{\eta - 1}\sqrt{\theta\eta - 1}} A, \\ D = \frac{2(\eta - 2)\sqrt{\theta\eta - 1}}{(\eta - 2)^2 + 4\sqrt{\eta - 1}\sqrt{\theta\eta - 1}} A.\end{gathered} \tag{3.3}$$

Полученный результат (3.3) совпадает с известным, если в выражении для θ принять $H_{03} = 0$.

В случае же, когда на границе имеется экран электрического поля

$$e_1^{(e)} = 0 \text{ при } y = 0, \tag{3.4}$$

граничные условия (1.4) с учетом (1.6) заменяются условиями

$$v = 0,\ \frac{\partial u}{\partial y} = 0 \text{ при } y = 0. \tag{3.5}$$

Такие же граничные условия получаются при задании на границе полупространства условий скользящего контакта. При этом, искомые постоянные определяются как

$$C = A, \quad D = 0 \tag{3.6}$$

и не зависят от напряженности магнитного поля.

4. Пусть теперь на границу полупространства падает SV -волна

$$\psi_n = B\exp i\left(k_1 x - k_3 y - \varpi t\right), \quad \eta > 1. \tag{4.1}$$

В граничных условиях закреплённого края (2.8) используются решения

$$\varphi = \varphi_0, \quad \psi = \psi_n + \psi_0, \tag{4.2}$$

где φ_0, ψ_0 определены по формуле (2.6), (2.7). В результате, искомые постоянные определяются следующим образом:

$$D = \frac{\sqrt{\eta-1}\sqrt{\theta\eta-1}-1}{\sqrt{\eta-1}\sqrt{\theta\eta-1}+1}B, \quad C = \frac{2\sqrt{\eta-1}}{\sqrt{\eta-1}\sqrt{\vartheta\eta-1}+1}B. \tag{4.3}$$

В этом случае волна SV может обладать свойством

$$1 < \eta < \theta^{-1}, \tag{4.4}$$

что будет означать, что отраженная P волна будет неоднородной, т.е. с затухающей по глубине полупространства амплитудой. Из (4.4) получается

$$C_t^2 < \omega^2 k_1^{-2} < C_l^2 + V_3^2, \tag{4.5}$$

что показывает существенность влияния магнитного поля на существование неоднородной волны. Если при отсутствии магнитного поля имеет место неравенство $\omega^2 k_1^{-2} > C_l^2$ (неоднородная волна не существует), то при наличии магнитного поля с напряжённостью

$$V_3^2 > \omega^2 k_1^{-2} - C_l^2 \tag{4.6}$$

неоднородная волна появится. При этом, величина напряжённости магнитного поля в зависимости от разности $\omega^2 k_1^{-2} - C_l^2$ может быть сколь угодно малой.

Аналогичный результат получается при падении SV -волны на свободную границу полупространства при наличии экрана магнитного поля, т.е. при условиях (3.2).

ЛИТЕРАТУРА

1. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н. Электромагнитоупругие волны. Ереван: Изд. ЕГУ, 2006. 492с.
2. Белубекян М.В. Введение в теорию магнитоупругости. Ереван: Изд. ЕГУ, 1996. 98с.
3. Белубекян М.В., Мартиросян Э.В. Экранированная магнитоупругая поверхностная волна Рэлея. // Вестник РАУ. Сер.физ-мат.наук. 2007. №1. С.107-119.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
6.02.2009