ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 62, №1, 2009 Механика

УДК 539.1

АНАЛИТИЧЕСКОЕ И ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ ТОНКИХ БЕСКОНЕЧНЫХ МАГНИТОУПРУГИХ ПЛАСТИН В ПРОДОЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ

Варданян А.В.

Ключевые слова: изгибные колебания, магнитоупругая пластина.
Keywords: bending vibrations, magnetoelastic plate.

Ա.Վ.Վարդանյան
Բարակ, անվերջ, մագնիսաառաձգական սալերի տատանումների հաճախությունների որոշումը անալիտիկ և թվային մեթոդներով

Աշխատանքում դիտարկվում է բարակ, անվերջ, մագնիսաառաձգական սալի տատանումների խնդիրը տարածական դրվածքով և Կիրխհոֆի վարկածով: Կատարված են համեմատումներ նրանցով ստացված արդյունքների միջև:

[7, 8] աշխատանքներում կատարված են հաշվարկներ և մագնիսաառաձգական սալերի ու թաղանթների ծռման տատանումների համար տրվում են հաճախությունների աղյուսակներ տարածական դրվածքով և Կիրխհոֆի վարկածով: Հաշվարկների ընթացքում թույլ են տրվել անճշտություններ, որի հետևանքով կատարվել է եզրակացություն նշված մոտեցումներով արդյունքների տարբերության մասին: Այս հոդվածում այդ հաշվարկները ճշգրտված են և ցույց է տրված, որ այս մոտեցումների անհամապատասխանությունը բարակ սալերի և թաղանթների համար տեղի չունի:

A.V. Vardanyan
Analytic and numerical solutions for thin infinite magnetoelastic plate

In this paper is given investigations for thin, infinite, magnetoelastic plate by exact space treatment and by Kirhgoff hypothesis.

The analytic and numerical values of frequencies are obtained. The comparison of tables of frequencies of bending vibrations due to approximate space treatment and by Kirhoff hypothesis is done.

In works [7, 8] are given calculations for bending vibrations of magnetoelastic plates and cylindrical shells in longitudinal field, and is done table of frequencies due to space treatment and by Kirhoff hypothesis. During numerical calculations were done inaccuracies, and as a result of it are done conclusions on distinction of results of calculations due to mentioned treatments.

In present paper these calculations are précised and is shown, that mentioned incorrespondence of results of mentioned treatments for thin plates and shells does not hold.

В работе рассматривается приближенным пространственным подходом [1], [5,6] и по гипотезе Кирхгофа [2-4] решение задач колебаний магнитоупругих, бесконечных пластин.

Получены аналитические и численные значения частот. Проводится сравнение таблиц частот изгибных колебаний по приближенному пространственному подходу и гипотезе Кирхгофа.

В работах [7,8] проведены расчеты и дается таблица частот по пространственному подходу и по гипотезе Кирхгофа для изгибных колебаний магнитоупругих пластин и цилиндрических оболочек в продольном поле. В ходе расчетов были допущены неточности, вследствие чего сделаны заключения о различиях результатов расчетов по указанным подходам. В настоящей статье эти расчеты уточнены и показано, что несоответствие результатов этих подходов для тонких пластин и оболочек не имеет места.

Пусть начальное магнитное поле H_0 направлено по оси x. Для компонентов u_x, u_z перемещений и h_x, h_z возмущенного магнитного поля имеют место соотношения:

$$
\begin{aligned}
&u_x = \frac{1}{2}U_x(z)e^{i\tau} + k.c.,\ u_z = \frac{1}{2}U_z(z)e^{i\tau} + k.c.,\\
&\tau = kx - \omega t,\\
&h_x = H_0 H'_x = 0.5 H_0 H_x(z)e^{i\tau} + k.c.,\\
&h_z = H_0 H'_z = 0.5 H_0 H_z(z)e^{i\tau} + k.c.
\end{aligned}
\tag{1}
$$

Уравнения магнитоупругости и индукции поля дают:

$$
\begin{aligned}
&\frac{b^2}{a^2}\frac{d^2U_x}{dz^2} - k^2U_x + U_x\frac{\omega^2}{a^2} + i\zeta k\frac{dU_z}{dz} = 0,\\
&i\zeta k\frac{dU_x}{dz} + \frac{d^2U_x}{dz^2} - \frac{b^2}{a^2}k^2U_z + \frac{\omega^2}{a^2}U_z = \frac{a_1^2}{a^2}\left(\frac{dH_x}{dz} - ikH_z\right),\\
&-i\omega H_x + k^2\vartheta_m H_x - \vartheta_m\frac{d^2H_x}{dz^2} = i\omega\frac{dU_z}{dz},\\
&-i\omega H_z + k^2\vartheta_m H_z - \vartheta_m\frac{d^2H_z}{dz^2} = \omega k U_z.
\end{aligned}
\tag{2}
$$

Будем искать решения уравнений (2) в виде:

$$
U_z = A_j\mathrm{ch}(\nu_j z),\ U_x = B_j\mathrm{sh}(\nu_j z),\ H_x = C_j\mathrm{sh}(\nu_j z),\ H_z = D_j\mathrm{ch}(\nu_j z), \tag{3}
$$

где по j проводится суммирование от 1 до 3. Подставляя (3) в (2), получим выражения всех постоянных через A_j:

$$
\begin{aligned}
&X = -i\omega + \left(k^2 - \nu_{1,2,3}^2\right)\vartheta_m,\\
&C_{1,2,3} = \frac{i\omega\nu_{1,2,3}}{X}A_{1,2,3},\ D_{1,2,3} = \frac{\omega k}{X}A_{1,2,3},\\
&\left(\frac{b^2}{a^2}\nu_{1,2,3}^2 + \frac{\omega^2}{a^2} - k^2\right)B_{1,2,3} + \zeta i\nu_{1,2,3}kA_{1,2,3} = 0
\end{aligned}
\tag{4}
$$

и уравнение для $\bar{\nu} = \nu_{1,2,3}$

$$
\bar{\nu}^2 - \frac{b^2}{a^2}k^2 + \frac{\omega^2}{a^2} + \frac{\zeta^2\bar{\nu}^2k^2}{\frac{b^2}{a^2}\bar{\nu}^2 - k^2 + \frac{\omega^2}{a^2}} = -\frac{a_1^2}{a^2}\frac{\bar{\nu}^2 - k^2}{1 + i\frac{k^2 - \bar{\nu}^2}{\omega}\vartheta_m}. \tag{5}
$$

Обозначая $\theta = \frac{i\omega}{\vartheta_m}$, из (5) можно получить:

$$
\begin{aligned}
&\nu_1^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{a^2} - \nu_1^{02}\frac{a_1^2}{a^2}\left(1 + \frac{\omega^2}{a^2\theta}\right),\\
&\nu_2^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{b^2} + \frac{a_1^2}{b^2}k^2 + \frac{a_1^4k^4}{b^2\zeta^2\omega^2} - \frac{a_1^4k^4}{b^2\omega^2} + \frac{a_1^2\omega^2k^2}{b^4\theta}.
\end{aligned}
\tag{6}
$$

Записывая магнитное поле в диэлектрике $|z| > \frac{h}{2}$ в виде

$$\widetilde{H}_x=\frac{1}{2}\left(\tau_1 e^{i\theta}+k.c.\right),\ \widetilde{H}_z=\frac{1}{2}\left(\tau_2 e^{i\theta}+k.c.\right),\ \theta=i\tau\mp kz\,, \qquad (7)$$

учитывая уравнение $\frac{\partial \widetilde{H}_x}{\partial x}+\frac{\partial \widetilde{H}_z}{\partial z}=0$ и условия на краях пластины:

$$z=\pm\frac{h}{2},\ \sigma_{xz}=0,\ \sigma_{zz}=0,\ H_x=\widetilde{H}_x,\ H_z=\widetilde{H}_z,$$

исключая постоянные, с помощью (4) для $A_{1,2,3}$ можно получить три уравнения.

Детерминантное уравнение будет:

$$\begin{vmatrix} \left(k+\nu_1 \operatorname{th}\nu_1\frac{h}{2}\right)\frac{1}{\chi_1'} & \left(k+\nu_2 \operatorname{th}\nu_2\frac{h}{2}\right)\frac{1}{\chi_2'} & \left(k+\nu_3 \operatorname{th}\nu_3\frac{h}{2}\right)\frac{1}{\chi_3'} \\ 1-\frac{\zeta\nu_1^2}{\Delta_1'} & 1-\frac{\zeta\nu_2^2}{\Delta_2'} & 1-\frac{\zeta\nu_3^2}{\Delta_3'} \\ \frac{\operatorname{th}\nu_1\frac{h}{2}\Gamma_1'}{\nu_1} & \frac{\operatorname{th}\nu_2\frac{h}{2}\Gamma_2'}{\nu_2} & \frac{\operatorname{th}\nu_3\frac{h}{2}\Gamma_3'}{\nu_3} \end{vmatrix}=0, \qquad (8)$$

где $\Delta_й'=\frac{b^2}{a^2}\nu_j^2-k^2+\frac{\omega^2}{a^2},\ \chi_j'=1+i\frac{k^2-\nu_j^2}{\omega}\nu_m,\ \Gamma_j'=\frac{a^2-2b^2}{a^2}\xi\frac{\nu_j^2k^2}{\Delta_j'}+\nu_j^2$.

Для $\sigma\to\infty,\ \nu_m\to 0$ можно получить:

$$\chi_3^1\approx-\frac{a_1^2}{a^2},\ \Gamma_3^1\approx\nu_3^2,\ 1-\frac{i\nu_3^2\nu_m}{\omega}\approx-\frac{a_1^2}{a^2} \qquad (9)$$

и (8) можно записать в виде:

$$\frac{\operatorname{th}\nu_1\frac{h}{2}}{\operatorname{th}\nu_2\frac{h}{2}}-\frac{\nu_1}{\nu_2}\frac{1-\frac{\xi\nu_1^2}{\Delta_1'}}{1-\frac{\xi\nu_2^2}{\Delta_2'}}N'-\frac{a_1^2}{a^2}\frac{2k}{h\left(1+\frac{k}{\nu_3}\right)}\frac{\nu_1}{\nu_2}\frac{1}{1-\frac{\xi\nu_2^2}{\Delta_2'}}\frac{\frac{\xi\nu_2^2}{\Delta_2'}-\frac{\xi\nu_1^2}{\Delta_1'}}{\frac{a^2-2b^2}{a^2}\xi\nu_1^2\frac{k^2}{\Delta_1'}+\nu_1^2}=0, \qquad (10)$$

где $N'=\frac{\Gamma_2'}{\Gamma_1'}$.

Вычислим $N'\frac{1-\frac{\xi\nu_1^2}{\Delta_1'}}{1-\frac{\xi\nu_2^2}{\Delta_2'}}$.

Можно показать, что слагаемые с множителями $\frac{a_1^4}{\omega^2}$ и $\frac{a_1^2\omega^2}{\theta}$ не дают вклада в указанном выражении, поэтому их не будем учитывать.

Таким же образом в основных порядках получится:

$$\frac{\nu_2^2}{\nu_1^2}=1-\frac{\omega^2}{b^2k^2}\xi+a_1^2\left(\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}\right)-\frac{\omega^4}{a^2b^2k^4}\xi+\frac{\omega^2a_1^2}{a^4k^2}-\frac{\dfrac{a^2-2b^2}{a^2}\dfrac{\xi k^2}{\Delta_2'}+1}{\dfrac{a^2-2b^2}{a^2}\dfrac{\xi k^2}{\Delta_1'}+1}=$$

$$=1+\frac{a^2-2b^2}{2b^2}\left(\frac{\omega^2}{a^2k^2}-\frac{b^2a_1^2}{a^4\xi}+\frac{\omega^4}{a^4k^4}-\frac{\omega^2b^2a_1^2}{a^6k^2\xi}-\frac{a_1^2}{\xi a^2}\right)\left(1+\frac{a^2-2b^2}{b^2}\frac{\dfrac{\omega^2}{a^2k^2}-\dfrac{b^2a_1^2}{a^4\xi}}{2}\right)$$

Поскольку N' есть произведение последних двух выражений, получим:

$$N'=\left(1-\frac{\omega^2}{b^2k^2}\xi+\frac{a_1^2}{b^2}+\frac{a_1^2}{a^2}-\frac{\omega^4}{a^2b^2k^2}\xi+\frac{\omega^2a_1^2}{a^4k^2}\right)\times$$

$$\times\left\{1+\frac{a^2-2b^2}{2b^2}\left(\frac{\omega^2}{a^2k^2}-\frac{b^2a_1^2}{a^4\xi}-\frac{a_1^2}{a^2\xi}+\frac{\omega^4}{a^4k^4}-\frac{\omega^2b^2a_1^2}{a^6k^2\xi}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\left(1+\frac{a^2-2b^2}{2b^2}\frac{\omega^2}{a^2k^2}-\frac{a^2-2b^2}{2}\frac{a_1^2}{a^4\xi}\right)\right\}.$$

Удерживая малые основного порядка, можно получить:

$$N'=1-\frac{\omega^2\xi}{2b^2k^2}-\frac{\omega^2}{2a^2k^2}+\frac{a_1^2}{2a^2\xi}-\frac{\omega^4}{4b^4k^4}+\frac{\omega^2a_1^2}{k^2}\lambda+\frac{a_1^2}{2b^2},$$

где $\lambda=\dfrac{3}{4b^4}-\dfrac{1}{2a^4}-\dfrac{1}{a^2b^2}+\dfrac{1}{4a^2b^2\xi}-\dfrac{b^2}{2a^6\xi}$.

Тогда получим:

$$N'\frac{1-\dfrac{\xi\nu_1^2}{\Delta_1'}}{1-\dfrac{\xi\nu_2^2}{\Delta_2'}}=1-\frac{\omega^2}{2b^2k^2}+\frac{a_1^2}{2b^2\xi}+\frac{a_1^2}{2a^2\xi}-\frac{\omega^4}{4b^4k^4}+\frac{\lambda\omega^2a_1^2}{k^2}+\frac{\omega^2}{2b^2k^2}-\frac{a_1^2}{2b^2\xi}-$$

$$-\frac{a_1^2}{2a^2\xi}-\left(\frac{\omega^2}{2b^2k^2}-\frac{a_1^2}{2b^2\xi}-\frac{a_1^2}{2a^2\xi}\right)^2+\frac{a_1^2\omega^2}{4a^2b^2\xi k^2}-\frac{a_1^2\omega^2}{2b^4\xi k^2}$$

или

$$N'\frac{1-\dfrac{\xi\nu_1^2}{\Delta_1'}}{1-\dfrac{\xi\nu_2^2}{\Delta_2'}}=1-\frac{\omega^4}{4b^4k^4}+\frac{\omega^2a_1^2}{k^2}\left(\frac{3}{4b^4}-\frac{1}{2a^4}+\frac{1}{a^4\xi}-\frac{b^2}{2a^6\xi}\right),\qquad(11)$$

причем в этом выражении члены с $\dfrac{a_1^4}{\omega^2}$ и θ сокращаются. Для $\dfrac{k}{\nu_3}<<1$ из (10), (11), полагая $\omega=\omega_1^0+i\omega_2^0$, при больших σ получим:

$$\left(\omega_1^0\right)^2=\frac{h^2b^2}{3}k^4\xi+\frac{2a_1^2k}{h}, \tag{12}$$

$$\omega_2^0=-\frac{2k^2a_1^2}{3h\left(\omega_1^0\right)\sqrt{2\nu_m^{-1}}},$$

ω_1^0, полученное в (12) разложением до членов порядка $a_1{}^2$, совпадает с значением по гипотезе Кирхгофа [6].

Можно показать, что для конечных σ:

$$\chi_3^1=-\frac{a_1^2}{a^2}\frac{\xi k^2\frac{a^2}{b^2}+\theta}{\theta},\ \theta=i\frac{\omega}{\nu_m}, \tag{13}$$

$$1-\frac{\xi\nu_3^2}{\frac{b^2}{a^2}\nu_3^2-k^2+\frac{\omega^2}{a^2}}\approx 1+\xi\frac{k^2-\theta}{\xi k^2+\theta\frac{b^2}{a^2}}, \tag{14}$$

где $\nu_3^2\approx k^2-\theta$ и отброшено $\frac{\omega^2}{a^2}<<k^2$. Уравнение (8) можно написать в виде:

$$\begin{vmatrix} \left(k+\nu_1\mathrm{th}\nu_1\frac{h}{2}\right)\frac{1}{1-\frac{k^2-\nu_1^2}{\theta}} & \left(k+\nu_2\mathrm{th}\nu_2\frac{h}{2}\right)\frac{1}{1-\frac{k^2-\nu_2^2}{\theta}} & -\frac{a^2k}{\chi a_1^2} \\ 1-\frac{\zeta\nu_1^2}{\Delta_1'} & 1-\frac{\zeta\nu_2^2}{\Delta_2'} & 1+\zeta\frac{k^2-\theta}{\zeta k+\theta\frac{b^2}{a^2}} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{vmatrix}=0 \tag{15}$$

где

$$a_{13}=\nu_1\mathrm{th}\,\nu_1\frac{h}{2}\left(\frac{a^2-2b^2}{a^2}\frac{\xi k^2}{\frac{b^2}{a^2}\nu_1^2-k^2+\frac{\omega^2}{a^2}}+1\right);$$

$$a_{23}=\nu_2\mathrm{th}\,\nu_2\frac{h}{2}\left(\frac{a^2-2b^2}{a^2}\frac{\xi k^2}{\frac{b^2}{a^2}\nu_2^2-k^2+\frac{\omega^2}{a^2}}+1\right);$$

$$a_{33}=\nu_3\mathrm{th}\,\nu_3\frac{h}{2}\left(\frac{a^2-2b^2}{a^2}\frac{\xi k^2}{\frac{b^2}{a^2}\nu_3^2-k^2+\frac{\omega^2}{a^2}}+1\right),$$

где

$$\chi = \frac{\frac{a^2}{b^2}\xi k^2 + \theta}{\theta}$$

Полагая $\omega = \omega_1^0 + i\omega_2^0$, для конечных σ можно получить [6]:

$$\left(\omega_1^0\right)^2 = \frac{h^2 b^2 k^4}{3}\xi + a_1^2 k^2 \left(1 + \frac{2b^2}{a^2\xi}\right),$$

$$\omega_2^0 = -\frac{a_1^2}{2\nu_m}. \tag{16}$$

Из (14), (15), удерживая малые до порядка $\frac{a_1^2}{a^2}$, можно получить для произвольных σ.

$$\omega^2 = \omega_{00}^2 + a_1^2 k^2 (3 + 2\frac{b^4}{a^4\zeta}) - (1 + 2\zeta\frac{k^2}{\theta})\frac{k^2 a_1^2}{1 + \frac{\nu_3^0}{k}\operatorname{th}\nu_3^0\frac{h}{2}}(1 + \frac{\zeta}{\theta b^2}a^2 k^2)\times$$
$$\times(\frac{b^2}{a^2} - \frac{2\nu_3^0\operatorname{th}\nu_3^0\frac{h}{2}}{k^2 h} + \zeta\frac{\nu_3^{02}\frac{b^2}{a^2} + 2\nu_3^0\operatorname{th}\nu_3^0\frac{h}{2}\frac{1 - 2\frac{b^2}{a^2}}{h}}{\zeta k^2 + \theta\frac{b^2}{a^2}}). \tag{17}$$

В случае $\sigma = \infty$ из (1) получится в основном порядке [2]

$$\omega^2 = \omega_{00}^2 + \frac{2a_1^2 k}{h}. \tag{18}$$

В этом случае решение по точному пространственному подходу совпадает с полученным по осредненному подходу на основе гипотезы Кирхгофа значением частоты [6].

В случае конечных σ, когда $\left|\nu_3^0\right|\frac{h}{2} << 1$:

$$\omega^2 = \omega_{00}^2 + a_1^2 k^2 (1 + 2\frac{b^2}{a^2\zeta} - \frac{\theta}{k^2}). \tag{19}$$

Полученные дисперсионные соотношения позволяют рассмотреть вопрос устойчивости нелинейных волн модуляций в пластине.

Для проверки полученных соотношений необходимо точное численное решение уравнений (5), (8). Их можно записать в безразмерных переменных $\frac{\omega}{ak} = \omega'$, $\frac{\nu_{1,2,3}}{k} = \nu'_{1,2,3}$, $\frac{\nu_m k}{a} = \nu'_m$ и получить (20)–(22).

$$\begin{vmatrix} \left(1+\nu_1 \operatorname{th}\nu_1 \frac{kh}{2}\right)\frac{1}{\chi_1} & \left(1+\nu_2 \operatorname{th}\nu_2 \frac{kh}{2}\right)\frac{1}{\chi_2} & \left(1+\nu_3 \operatorname{th}\nu_3 \frac{kh}{2}\right)\frac{1}{\chi_3} \\ 1-\dfrac{\zeta\nu_1^2}{\frac{b^2}{a^2}\nu_1^2-1+\omega^2} & 1-\dfrac{\zeta\nu_2^2}{\frac{b^2}{a^2}\nu_2^2-1+\omega^2} & 1-\dfrac{\zeta\nu_3^2}{\frac{b^2}{a^2}\nu_3^2-1+\omega^2} \\ \dfrac{\operatorname{th}\nu_1 \frac{kh}{2}\Gamma_1}{\nu_1} & \dfrac{\operatorname{th}\nu_2 \frac{kh}{2}\Gamma_2}{\nu_2} & \dfrac{\operatorname{th}\nu_3 \frac{kh}{2}\Gamma_3}{\nu_3} \end{vmatrix} = 0, \qquad (20)$$

где

$$\chi_{1,2,3} = 1 + i\frac{1-\nu_{1,2,3}^2}{\omega}\nu'_m, \quad \Gamma_{1,2,3} = \left(1-\frac{2b^2}{a^2}\right)\frac{\zeta\nu_{1,2,3}^2}{\frac{b^2}{a^2}\nu_{1,2,3}^2 - 1 + \omega^2} + \nu_{1,2,3}^2, \qquad (21)$$

$$\nu_{1,2,3}^2 - \frac{b^2}{a^2} + \omega^2 + \frac{\zeta^2\nu_{1,2,3}^2}{\frac{b^2}{a^2}\nu_{1,2,3}^2 - 1 + \omega^2} = -\frac{a_1^2}{a^2}\frac{\nu_{1,2,3}^2 - 1}{1 + i\frac{1-\nu_{1,2,3}^2}{\omega}\nu'_m}. \qquad (22)$$

Численное решение (20)-(22) приведено в табл.1, в которой $h = 0.1\text{см}, \alpha = \frac{a_1}{a}$, k дано в см, и даются безразмерные значения ω'. Для сравнения численно решается уравнение для частоты по гипотезе Кирхгофа (23).

$$\omega^2 - \omega_{00}^2 = \frac{\frac{a_1^2}{a^2}\omega}{\omega + i\nu'_m}\left(1 - \frac{2}{kh}\frac{1-\lambda^2}{\operatorname{sh}\frac{\lambda kh}{2} + \frac{1}{\lambda}\operatorname{ch}\frac{\lambda kh}{2}}\frac{\operatorname{sh}\frac{\lambda kh}{2}}{\lambda^2}\right), \qquad (23)$$

где $\lambda = \sqrt{1 - \frac{i\omega}{\nu'_m}}$, $\nu'_m = \frac{\nu_m k}{a}$.

Результаты по (23) для ω' даны в табл. 2.

Таблица 1

α \ k	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0	0.00272166	0.00544331	0.00816497	0.0108866	0.0136083
0.000001	0.00272166	0.00549088	0.00816533	0.0110656	0.0136092
0.00001	0.00270347	0.00530204	0.00809042	0.0099532	0.0136083
0.0001	0.00279775	0.00560932	0.00676506	0.0096201	0.0105874
0.001	0.00047199	0.00522802	0.00623161	0.0089592	0.0096645
0.0013	0.0000000	0.00518517	0.00614029	0.0088004	0.0094193
0.01	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
0.1	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
0.2	2.58603	2.04582	1.76966	1.57133	1.41965
0.3	4.15286	3.09073	2.31971	2.05868	1.84696

Таблица 2

α \ k	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
0	0.00272166	0.00544331	0.00816497	0.0108866	0.0136083
0.000001	0.00272166	0.00544331	0.00816497	0.0108866	0.0136083
0.00001	0.00272167	0.00544333	0.00816498	0.0108866	0.0136083
0.0001	0.00272323	0.00544496	0.00816658	0.0108882	0.0136098
0.001	0.000472006	0.00547503	0.0082969	0.0110347	0.0137565
0.0013	0.0000000	0.00529758	0.00834974	0.0111268	0.0138563
0.01	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
0.1	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000	0.0000000
0.2	2.83307	2.00657	1.64106	1.42354	1.27537
0.3	4.24967	3.00995	2.46169	2.13543	1.91317

Сравнение табл.1 с табл. 2 показывает, что имеется хорошее соответствие таблиц по приближённому пространственному подходу и по гипотезе Кирхгофа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багдоев А.Г., Варданян А.В. Устойчивость нелинейных изгибных волн модуляции в магнитоупругих пластинах в пространственном подходе. // Изв. НАН Армении. Механика. 2005. Т. 58. №4. С.22-32.
2. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е., Белубекян М.В. Магнитоупругость тонких оболочек и пластин. М.: Наука, 1977. 272с.
3. Амбарцумян С.А., Багдасарян Г.Е. Электропроводящие пластинки и оболочки в магнитном поле. М.: Наука, 1996. 286с.
4. Багдасарян Г. Е. Колебания и устойчивость магнитоупругих систем. Ереван: ЕГУ. Изд. «Тигран Мец», 1992. 436с.
5. Бардзокас Д.И., Фильштинский М.Л. Электроупругость кусочно-однородных тел. Университетская книга. Сумы: 2000. 302с.
6. Сафарян Ю.С. Исследование колебаний магнитоупругих пластин в пространственной и осредненной постановке. // Инф. Технологии и управление. 2001.2. С. 17-48.
7. Багдоев А.Г., Варданян А.В., Варданян С.В., Кукуджанов В.Н. Определение линейных частот колебаний ферромагнитной оболочки. // Изв. РАН. МТТ. 2007. № 5. С. 146-157.
8. Багдоев А.Г., Варданян А.В., Варданян С.В. Определение линейных частот изгибных колебаний магнитоупругой цилиндрической оболочки. // Докл. НАН Армении. 2006. Т.106. №3. С. 227-237.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
4. 12. 2008