

УДК 539.3

СМЕШАННАЯ ЗАДАЧА ИЗГИБА ПЛАСТИНЫ С УЧЕТОМ
ПОПЕРЕЧНЫХ СДВИГОВ

Баблоян А.А., Токмаджян В.О.

Ключевые слова: пластина, изгиб, момент, перерезывающие силы.

Keywords: plate, bending, moment, shearing face.

Ա.Հ. Բաբլոյան, Վ.Յ. Թոքմաջյան

Խառը եզրային պայմաններով սալի ծոման խնդիր՝ լայնական սահբերի հաշվառմամբ

Ս.Ա. Համբարձումյանի տեսության սահմաններում լուծված է ուղղանկյուն սալի ծոման խնդիրը, երբ սալի երկու հարևան կողմերը կոշտ ամրակցված են, իսկ մյուս երկուսը՝ բեռնավորված: Ստացված են երեք տրանսցենդենտ հավասարումներ ուղղանկյան զագաթների փոքր շրջակայքերում լարվածային վիճակները ուսումնասիրելու համար:

A.A. Babloyan, V.H. Tokmajyan

A Mixed Problem of Plate Bending taking into account the transversal shears

According to S.A. Ambartsumyan theory a solution of the bending problem of rectangular plate have two neighboring sides, rigidly restrained and other two sides loaded by bending moments and shearing forces has been obtained. Three transcendental equations have been obtained for determining degrees of force factors particulars and principal parts of bending moments and shearing forces have been emphasized.

В рамках уточнённой теории С.А. Амбарцумяна [1,2] получено решение задачи изгиба прямоугольной, изотропной пластины, две соседние стороны которой жестко защемлены, а остальные две стороны свободны или загружены изгибающими моментами и перерезывающими силами. Эта же задача по теории Кирхгофа рассматривалась в [3], где доказывалась, что она не имеет решения в некоторой окрестности $|V - V_0| < \varepsilon$, где V – коэффициент Пуассона, $V_0 = 3 - 2\sqrt{2}$. Аналогичная плоская задача решена в [4].

1. Рассмотрим задачу изгиба прямоугольной пластины с размерами $a \times b$ и толщиной $2h$, когда две соседние стороны жестко заделаны, а две остальные стороны свободны от внешних воздействий, или же загружены изгибающими моментами и перерезывающими силами. Решение задачи будем строить по уточненной теории С.А. Амбарцумяна.

Известно [1,2], что по теории С.А. Амбарцумяна задача изгиба изотропной пластины сводится к отысканию трех неизвестных функций $W(x, y)$, $\Phi(x, y)$ и $\Psi(x, y)$ из системы дифференциальных уравнений второго порядка:

$$\begin{aligned} D\Delta W - \frac{4h^2}{5(1-\nu)}q(x, y) + \frac{4h}{3}\Phi = 0, \quad \Delta\Phi = \frac{3}{4h}q(x, y), \\ \Delta\Psi - \frac{5}{2h^2}\Psi = 0, \quad D = \frac{4h^3G}{3(1-\nu)} \end{aligned} \tag{1.1}$$

При этом, перерезывающие силы Q_x, Q_y , моменты M_x, M_y, M_{xy} и углы наклона θ_x, θ_y выражаются через неизвестные функции системы (1.1) формулами

$$\begin{aligned}
M_x &= -D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{4}{5G} \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \nu \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) \right) \\
M_y &= -D \left(\nu \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 W}{\partial y^2} - \frac{4}{5G} \left(\nu \frac{\partial \varphi_x}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_y}{\partial y} \right) \right) \\
M_{xy} &= -(1-\nu)D \left(\frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} - \frac{2}{5G} \left(\frac{\partial \varphi_x}{\partial y} + \nu \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} \right) \right) \\
Q_x &= \frac{4h}{3} \varphi_x, & Q_y &= \frac{4h}{3} \varphi_y \\
\theta_x &= \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{16h^3}{15(1-\nu)} \varphi_x, & \theta_y &= \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{16h^3}{15(1-\nu)} \varphi_y \\
\varphi_x &= \frac{\partial \Phi}{\partial x} + \frac{\partial \Psi}{\partial y}, & \varphi_y &= \frac{\partial \Phi}{\partial y} - \frac{\partial \Psi}{\partial x}
\end{aligned} \tag{1.2}$$

Граничные условия задачи задаются в виде:

$$\begin{aligned}
x=0; \quad W=0, \quad \varphi_y=0, \quad \frac{\partial W}{\partial x} - \frac{4}{5G} \varphi_x &= 0 \\
y=0; \quad W=0, \quad \varphi_x=0, \quad \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{4}{5G} \varphi_y &= 0 \\
x=a; \quad M_x = f1(y), \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} - \frac{2}{5G} \frac{\partial \varphi_y}{\partial x} = 0, \quad \varphi_x = 0 \\
y=b; \quad M_y = f2(x), \quad \frac{\partial^2 W}{\partial x \partial y} - \frac{2}{5G} \frac{\partial \varphi_x}{\partial y} = 0, \quad \varphi_y = 0
\end{aligned} \tag{1.3}$$

Разлагая нормальную нагрузку в ряд Фурье

$$q(x, y) = \sum_{k,p=1}^{\infty} q(k, p) \sin \alpha_k x \cdot \sin \beta_p y, \tag{1.4}$$

решение уравнений (1.1) представим в виде:

$$\begin{aligned}
\Phi(x, y) &= \sum_{k=1}^{\infty} \Phi 1_k(y) \sin \alpha_k x + \sum_{p=1}^{\infty} \Phi 2_p(x) \sin \beta_p y - \sum_{k,p=1}^{\infty} \frac{3q(k, p) \sin \alpha_k x \cdot \sin \beta_p y}{4h(\alpha_k^2 + \beta_p^2)} \\
\psi(x, y) &= \sum_{k=1}^{\infty} \Psi 1_k(y) \cos \alpha_k x + \sum_{p=1}^{\infty} \Psi 2_p(x) \cos \beta_p y \\
Gh^2 W(x, y) &= \sum_{k=1}^{\infty} W 1_k(y) \sin \alpha_k x + \sum_{p=1}^{\infty} W 2_p(x) \sin \beta_p y +
\end{aligned} \tag{1.5}$$

$$+ \sum_{k,p=1}^{\infty} \frac{3[4h^2(\alpha_k^2 + \beta_p^2) + 5(1-\nu)]q(k,p) \sin \alpha_k x \sin \beta_p y}{20h(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2}.$$

Здесь использованы обозначения

$$\begin{aligned} \Phi 1_k(y) &= 2 \frac{x 1_k \operatorname{ch} \alpha_k(b-y) + y 1_k \operatorname{sh} \alpha_k y}{a \cdot \operatorname{ch} \alpha_k b}, \\ \Phi 2_p(x) &= 2 \frac{x 2_p \operatorname{ch} \beta_p(a-x) + y 2_p \operatorname{sh} \beta_p x}{b \cdot \operatorname{ch} \beta_p a} \\ \Psi 1_k(y) &= 2 \frac{\alpha_k x 1_k \operatorname{sh} \gamma_k(b-y) - \gamma_k y 1_k \operatorname{ch} \gamma_k y}{a \cdot \gamma_k \operatorname{ch} \gamma_k b}, \\ \Psi 2_p(x) &= 2 \frac{-\beta_p x 2_p \operatorname{sh} \delta_p(a-x) + \delta_p y 2_p \operatorname{ch} \delta_p x}{b \cdot \delta_p \operatorname{ch} \delta_p a} \\ W 1_k(y) &= \frac{x 1_k [b \cdot \operatorname{sech}(\alpha_k b) \cdot \operatorname{sh}(\alpha_k y) + y \operatorname{sh} \alpha_k(b-y)](-1+\nu)}{a \alpha_k \operatorname{ch} \alpha_k b} - \\ &- y 1_k \frac{(3-\nu) \operatorname{sh} \alpha_k y + (1-\nu) \alpha_k [b \cdot \operatorname{sh} \alpha_k y \cdot \operatorname{th} \alpha_k b - y \cdot \operatorname{ch} \alpha_k y]}{a \cdot \alpha_k^2 \operatorname{ch} \alpha_k b} \\ W 2_p(x) &= \frac{x 2_p [a \cdot \operatorname{sech} \beta_p a \cdot \operatorname{sh} \beta_p x + x \cdot \operatorname{sh} \beta_p(a-x)](-1+\nu)}{b \cdot \beta_p \operatorname{ch} \beta_p a} - \\ &- y 2_p \frac{(3-\nu) \operatorname{sh} \beta_p x + (1-\nu) \beta_p [a \cdot \operatorname{sh} \beta_p x \cdot \operatorname{th} \beta_p a - x \cdot \operatorname{ch} \beta_p x]}{b \cdot \beta_p^2 \operatorname{ch} \beta_p a} \end{aligned} \quad (1.6)$$

где

$$\gamma_k^2 = \alpha_k^2 + \frac{5}{2h^2}, \quad \delta_p^2 = \beta_p^2 + \frac{5}{2h^2}, \quad \alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2a}, \quad \beta_p = \frac{(2p-1)\pi}{2b}.$$

Благодаря выбору (1.5) и (1.6), восемь граничных условий (1.3) удовлетворяются тождественно. Из остальных четырех граничных условий получаются следующие бесконечные системы:

$$\begin{aligned} x 1_k p 1_k + y 1_k Q 1_k + \frac{2}{b} \sum_{p=1}^{\infty} [a 1(k,p) x 2_p - (-1)^k b 1(k,p) y 2_p] &= c 1_k \\ x 1_k p 3_k + y 1_k Q 3_k + \frac{8}{3b} \sum_{p=1}^{\infty} (-1)^p [a 3(k,p) x 2_p - (-1)^k b 3(k,p) y 2_p] &= c 3_k \\ x 2_p p 2_p + y 2_p Q 2_p + \frac{2}{a} \sum_{k=1}^{\infty} [a 2(k,p) x 1_k - (-1)^p b 2(k,p) y 1_k] &= c 2_p \end{aligned} \quad (1.7)$$

$$x_{2p} p 4_p + y_{2p} Q 4_p + \frac{8}{3a} \sum_{k=1}^{\infty} (-1)^k [a 4(k, p) x_{1k} - (-1)^p b 4(k, p) y_{1k}] = c 4_p$$

где $\Delta_0 a 1(k, p) = -\alpha_k \beta_p [5(1 - \nu) + 2h^2(3 - \nu)(\alpha_k^2 + \beta_p^2)]$

$$\Delta_0 b 1(k, p) = 2h^2 \alpha_k^4 - (2 - \nu) \beta_p^2 (5 + 2h^2 \beta_p^2) - \alpha_k^2 [5 + 2h^2(1 - \nu) \beta_p^2]$$

$$\Delta_0 a 3(k, p) = \alpha_k [\nu \alpha_k^2 (5 + 2h^2 \alpha_k^2) + 6h^2 \beta_p^4 + (5 + 2h^2(3 + \nu) \alpha_k^2) \beta_p^2]$$

$$\Delta_0 b 3(k, p) = \beta_p [2\beta_p^2 (5 + 2h^2 \beta_p^2) - 2(1 - \nu) h^2 \alpha_k^4 + (1 + \nu) \alpha_k^2 (5 + 2h^2 \beta_p^2)]$$

$$\Delta_0 = [2h^2(\alpha_k^2 + \beta_p^2) + 5](\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2$$

$$10\alpha_k p 1_k = (8h^2 \alpha_k^2 - 5 + 5\nu) \text{th} \alpha_k b - 5b(1 - \nu) \alpha_k \sec h^2 \alpha_k b - 8h^2 \alpha_k^3 \gamma_k^{-1} \text{th} \gamma_k b$$

$$10\alpha_k Q 1_k = 8h^2 \alpha_k^2 (\sec h \gamma_k b - \sec h \alpha_k b) - 10 \sec h \alpha_k b - (1 - \nu) 5\alpha_k b \cdot \sec h \alpha_k b \cdot \text{th} \beta_k b$$

$$3p 3_k = -4(\alpha_k Q 1_k + 2 \sec h \alpha_k b)$$

$$7,5 Q 3_k = -8h^2 \alpha_k \gamma_k \text{th} \gamma_k b - 5(1 - \nu) \alpha_k b \cdot \sec h^2 \alpha_k b + (8h^2 \alpha_k^2 + 5 - 5\nu) \text{th} \alpha_k b$$

$$c 1_k = -\frac{3b}{40h} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{\alpha_k q(k, p) [8h^2(\alpha_k^2 + \beta_p^2) + 5(1 - \nu)]}{(\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2} \quad (1.8)$$

$$c 3_k = \frac{1}{h} \int_0^a f 2(x) \sin \alpha_k x dx + \frac{a}{10h} \sum_{p=1}^{\infty} \frac{q(k, p) (\nu \alpha_k^2 + \beta_p^2) [8h^2(\alpha_k^2 + \beta_p^2) + 5(1 - \nu)]}{(1 - \nu) (-1)^p (\alpha_k^2 + \beta_p^2)^2}$$

Остальные коэффициенты системы (1.7) получаются из (1.8) путем соответствующих перестановок.

2. Исследование бесконечных систем. Проверка показала, что бесконечная система (1.7) не регулярна. Поэтому ее нельзя решать методом редукций или же последовательных приближений. Несмотря на это, система (1.7) имеет решения, обладающее следующим асимптотическим поведением $(\lambda, \delta, \mu) > 0$:

$$x_{1k} \approx x_{11} \alpha_k^{-\lambda} + x_{12} (-1)^{k-1} \alpha_k^{-\delta}, y_{1k} \approx y_{11} \alpha_k^{-\delta} + y_{12} (-1)^{k-1} \alpha_k^{-\mu}, (k \gg 1)$$

$$x_{2p} \approx x_{21} \beta_p^{-\lambda} + x_{22} (-1)^{p-1} \beta_p^{-\delta}, y_{2p} \approx y_{21} \beta_p^{-\delta} + y_{22} (-1)^{p-1} \beta_p^{-\mu}, (p \gg 1) \quad (2.1)$$

Подставляя (2.1) в (1.7) и отбрасывая бесконечно малые величины высших порядков, для коэффициентов разложений (2.1) получим связи

$$(1 + \nu) x_{11} \cdot \sin \frac{\pi \lambda}{2} = (3 - \nu) \lambda \cdot x_{21}, \quad (1 + \nu) x_{21} \sin \frac{\pi \lambda}{2} = (3 - \nu) \lambda x_{11}$$

$$(1 + \nu) y_{12} \cdot \sin \frac{\pi \mu}{2} + [4 - (3 - \nu) \mu] y_{22} = (1 + \nu) y_{22} \cdot \sin \frac{\pi \mu}{2} + [4 - (3 - \nu) \mu] = 0$$

$$(1 + \nu) x_{12} \cdot \cos \frac{\pi \delta}{2} = [1 - \nu - (3 - \nu) \delta] y_{21},$$

$$\begin{aligned}
(1 + \nu)y_{21} \cdot \cos \frac{\pi\delta}{2} + [3 + \nu - (3 - \nu)\delta] &= 0 \\
(1 + \nu)y_{11} \cdot \cos \frac{\pi\delta}{2} + [3 + \nu - (3 - \nu)\delta]x_{22} &= 0, \\
(1 + \nu)x_{22} \cdot \cos \frac{\pi\delta}{2} = [1 - \nu - (3 - \nu)\delta]y_{11} &= 0 \tag{2.2}
\end{aligned}$$

Из условий существования нетривиальных решений уравнений (2.2) для определения показателей λ, μ, δ получим трансцендентные уравнения

$$\begin{aligned}
\sin^2 \frac{\pi\lambda}{2} - \frac{(3 - \nu)^2 \lambda^2}{(1 + \nu)^2} = 0, \quad \sin^2 \frac{\pi\mu}{2} - \frac{[4 - (3 - \nu)\mu]^2}{(1 + \nu)^2} = 0, \\
\cos^2 \frac{\pi\delta}{2} + \frac{[1 - \nu - (3 - \nu)\delta][3 + \nu - (3 - \nu)\delta]}{(1 + \nu)^2} = 0 \tag{2.3}
\end{aligned}$$

Первое уравнение (2.3) определяет степень особенности в окрестности точки $(x = y = 0)$, второе уравнение – в окрестности точки $(x = a, y = b)$, а третьим уравнением определяются степени особенностей напряжений в окрестностях точек $(x = a, y = 0)$ и $(x = 0, y = b)$.

Первые два уравнения (2.3) разлагаются в простые множители, вследствие чего напряженные состояния в окрестностях точек $(0, 0)$ и (a, b) разлагаются в симметричные и кососимметричные слагаемые относительно биссектрисы прямых углов. В окрестностях точек $(a, 0)$ и $(0, b)$ таких разложений не существует. Для наглядности, в табл. (1–3) приведены значения первых трех корней уравнений (2.3).

Корни функции $\sin^2 \frac{\pi\lambda}{2} - \frac{(3 - \nu)^2 \lambda^2}{(1 + \nu)^2}$

Таблица 1

$\nu \backslash n$	1	2	3
0.0	2.559+1.882i	4.723+2.191i	6.784+2.397i
0.1	2.615+1.792i	4.733+2.105i	6.791+2.312i
0.2	2.631+1.707i	4.742+2.024i	6.798+2.233i
0.3	2.646+1.626i	4.751+1.947i	6.804+2.157i
0.4	2.660+1.549i	4.760+1.873i	6.810+2.084i
0.5	2,674+1.474i	4.769+1.802i	6,816+2.014i

Корни функции $\sin^2 \frac{\pi\mu}{2} \frac{[4 - (3-\nu)\mu]^2}{(1+\nu)^2}$

Таблица 2

$\nu \backslash n$	1	2	3	4
0.0	1	1.550	2.374+1.536i	4.653+2.003i
0.1	1	1.602	2.388+1.412i	4.664+1.907i
0.2	1	1.652	2.401+1.289i	4.673+1.816i
0.3	1	1.700	2.414+1.166i	4.683+1.727i
0.4	1	1.747	2.426+1.040i	4.692+1.641i
0.5	1	1.792	2.438+0.907i	4.700+1.555i

Корни функции $\cos^2 \frac{\pi\delta}{2} + \frac{[1-\nu-(3-\nu)\delta][3+\nu-(3-\nu)\delta]}{(1+\nu)^2}$

Таблица 3

$\nu \backslash n$	1	2	3	4
0.0	0,450	1,0	2.518+1.733i	4.693+2.104i
0.1	0,445	1,067	2.535+1.632i	4.703+2.014i
0.2	0,441	1,134	2.552+1.536i	4.713+1.929i
0.3	0,436	1,199	2.568+1.443i	4.722+1.847i
0.4	0,432	1,263	2.583+1.353i	4.731+1.768i
0.5	0,427	1,324	5.599+1.264i	4.740+1.691i

Из приведенных таблиц следует, что:

- в окрестности точки (0, 0) нет особенностей силовых факторов $\lambda_1 > 2,6$;
- в окрестности точки (a, b) возможно появление только логарифмической особенности ($\mu_1 = 1$ при нарушении парности касательных напряжений);
- в окрестности точки (a, 0) и (0, b) всегда существуют особенности ($\delta_1 \leq 0,45$).

3. Выделение особенностей силовых факторов. Из вышеизложенного следует, что для этой цели достаточно исследовать окрестности точки (a, 0) или (0, b). Подставляя (1.5) и (1.6) в (1.2), получим расчетные формулы для перерезывающих сил и моментов. Из этих общих формул, для достаточно малых значений $\{x, b-y\}$, получаются асимптотические разложения

$$Q_x(x, y) \approx \frac{10}{3ah} \sum_{k=1}^{\infty} y l_k e^{-\alpha_k(b-y)} \cos \alpha_k x \cdot (b-y-\alpha_k^{-1}) -$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{10}{3bh} \sum_{p=1}^{\infty} x 2_p (-1)^p e^{-\beta_p x} \cos \beta_p (b-y) \cdot (x + \beta_p^{-1}), \\
M_x(x, y) & \approx \frac{4h}{3a} \sum_{k=1}^{\infty} y 1_k e^{-\alpha_k (b-y)} \sin \alpha_k x \cdot [1 + \nu + (3 - \nu) \alpha_k (b-y)] + \\
& + \frac{4h}{3b} \sum_{p=1}^{\infty} x 2_p (-1)^{p-1} e^{-\beta_p x} \cos \beta_p (b-y) \cdot [-2 + (3 - \nu) \beta_p x], \\
M_{xy}(x, y) & \approx \frac{4h}{3a} \sum_{k=1}^{\infty} y 1_k e^{-\alpha_k (b-y)} \cos \alpha_k x \cdot (3 - \nu) \alpha_k (b-y) + \\
& + \frac{4h}{3b} \sum_{p=1}^{\infty} x 2_p e^{-\beta_p x} \sin \beta_p (b-y) (-1)^{p-1} [1 - \nu - (3 - \nu) \beta_p x] \quad (3.1)
\end{aligned}$$

где неизвестные постоянные $y 1_k$ и $x 2_p$ определяются из (2.1) с учетом (2.2) и (2.3).

Суммы бесконечных рядов (3.1) будем вычислять по формуле [5].

$$\begin{aligned}
& \sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^{-x(n+\nu)}}{(n+\nu)^s} \cdot \begin{cases} \cos(n+\nu)y \\ \sin(n+\nu)y \end{cases} = \\
& = \frac{\Gamma(1-s)}{\rho^{1-s}} \begin{cases} \cos(1-s)\varphi \\ \sin(1-s)\varphi \end{cases} \pm \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\zeta(s-k, \nu) \rho^k}{(-1)^k \cdot k!} \cdot \begin{cases} \cos k\varphi \\ \sin k\varphi \end{cases} \quad (3.2)
\end{aligned}$$

где: $x + y = \rho e^{i\varphi}$, $\varphi = \arg(x + iy)$, $\rho = \sqrt{x^2 + y^2} < 2\pi$, $0 < \nu \leq 1$,
 $s \neq 1, 2, \dots$

Здесь $\Gamma(s)$ – гамма-функция Эйлера, $\zeta(s, \nu)$ – обобщенная дзета-функция Римана [5].

При помощи (3.2) вычислим суммы в (3.1), ограничиваясь только первым (главным) членом (3.2). После ряда преобразований для главных частей силы Q_x и моментов M_x и M_{xy} в малой окрестности точки $(0, b)$ получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}
Q_x(x, y) & \approx \frac{10\Gamma(-\delta) \cdot \rho^\delta}{3\pi} \{x_{22} [\cos \delta \varphi_2 - \delta \cdot \cos(1 - \delta) \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2] - \\
& - y_{11} [\cos \delta \varphi_1 + \delta \cdot \cos(1 - \delta) \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1]\}, \\
M_x(x, y) & \approx \frac{4h\Gamma(1-\delta)}{3\pi\rho^{1-\delta}} \{x_{22} [-2 \cos(1 - \delta) \varphi_2 + (3 - \nu)(1 - \delta) \cos(2 - \delta) \varphi_2 \cdot \cos \varphi_2] + \\
& + y_{11} [(1 + \nu) \sin(1 - \delta) \varphi_1 + (3 - \nu)(1 - \delta) \sin(2 - \delta) \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1]\}, \\
M_{x,y}(x, y) & \approx \frac{4h\Gamma(1-\delta)}{3\pi\rho^{1-\delta}} \{y_{11} (3 - \nu)(1 - \delta) \cos(2 - \delta) \varphi_1 \cdot \cos \varphi_1 +
\end{aligned}$$

$$+ x_{22}[(1 - \nu) \sin(1 - \delta)\varphi_2 - (3 - \nu)(1 - \delta) \sin(2 - \delta)\varphi_2 \cdot \cos \varphi_2] \} \quad (3.3)$$

где значение $\delta = \delta_1$ определяется по табл. 3,

$$\sin \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{x}{\rho}, \quad \sin \varphi_2 = \cos \varphi_1 = \frac{b - y}{\rho}, \quad \rho = \sqrt{x^2 + (b - y)^2} < \varepsilon.$$

Постоянные x_{22} и y_{11} связаны соотношениями (2.2).

Для полного определения этих постоянных необходимо решать бесконечные системы (1.7). Аналогичные формулы можно получить для окрестности точки $(a, 0)$.

Бесконечные системы (1.7) следует решать методом А.Ф.Улитко и В.Т.Гринченко.

ЛИТЕРАТУРА

1. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. М: «Наука», 1987. 360с.
2. Белубекян М.Б. Об уравнениях теории пластин, учитывающих поперечные сдвиги. //В кн.: «Проблемы механики тонких деформируемых тел», Ереван: 2002. С.67-88.
3. Баблоян А.А., Токмаджян В.О. Об одной задаче изгиба прямоугольных пластин. //В кн.: «Проблемы механики деформируемого твердого тела», Ереван: 2007. С.54-56.
4. Баблоян А.А., Токмаджян В.О. Плоская смешанная задача для упругого прямоугольника.// Докл. НАН РА. 2006. Т.106. №1. С.41- 45.
5. Бейтман Г., Эрдейи А. Высшие трансцендентные функции. М: «Наука», 1973. 296с.

Ереванский государственный университет
архитектуры и строительства

Поступила в редакцию
20.03.2008