

УДК 539.3

О ХАРАКТЕРЕ ВЫНУЖДЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ДВУХСЛОЙНОЙ  
ПЛАСТИНКИ ВО ВТОРОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ

Погосян А. М.

**Ключевые слова:** теория упругости, асимптотический метод, вынужденные колебания, кулоново трение, вектор перемещения, тензор напряжений, резонанс.

**Keywords:** elasticity theory, asymptotic method, forced vibrations, coulomb friction, rigidly fixed, resonance, displacement vector, stress tensor.

Հ. Մ. Պողոսյան

Երկշերտ սալի ստիպողական տատանումների բնույթը երկրորդ եզրային խնդրում

Ասիմպտոտիկ մեթոդով լուծված է օրթոտրոպ սալի ստիպողական տատանումների վերաբերյալ առաձգականության տեսության եռաչափ դինամիկական երկրորդ եզրային խնդիրը, երբ շերտերի միջև կա կուլոնյան շփում: Սալի ներքևի մակերևույթին հաղորդված են արտաքին դինամիկ գրգռումներ, իսկ վերին մակերևույթը կոշտ ամրակցված է: Ստացված է խնդրի ընդհանուր ասիմպտոտիկական լուծումը, մասնավոր դասի խնդիրների համար ստացված են փակ լուծումներ: Նշված են ռեզոնանսի առաջացման պայմանները: Հայտնի է, որ երկրորդ շերտին հաղորդված հաստատուն շոշափող տեղափոխումները չեն ազդում առաջին շերտի լարվածա-դեֆորմացիոն վիճակի վրա: Ցույց է տրված, որ նշված փաստը մեծ ճշտությամբ տեղի ունի նաև կորորդինատներից գծայնորեն կախված ազդեցությունների դեպքում:

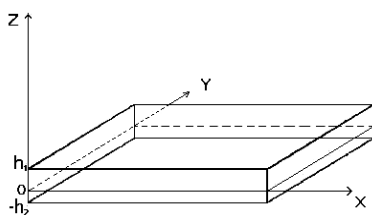
H. M. Poghosyan

On a character of the forced vibrations of two-layer plate in the second boundary value problem

The three-dimensional dynamic problem of the elasticity theory on forced vibration of orthotropic plate at coulomb friction between layers is solved by the asymptotic method. The bottom obverse surface is subject to external dynamic influences, and top - is rigidly fixed. The common asymptotic solution of the problem is found. The closed solution for particular type of problems is found. The resonance arising conditions are established. It is known, that constant tangential displacements acting to the second layer do not influence in stress-strain state of the first layer. It is shown, that the same phenomenon with the big accuracy remains in force at linearly varying on coordinates influences.

Асимптотическим методом решена трехмерная динамическая задача теории упругости о вынужденных колебаниях двухслойной ортотропной пластинки при кулоновом трении между слоями. Нижняя лицевая поверхность подвержена внешним динамическим воздействиям, а верхняя жестко закреплена. Найдено общее асимптотическое решение задачи. Для частного типа задач получено замкнутое решение. Установлены условия возникновения резонанса. Известно, что сообщаемые второму слою постоянные тангенциальные перемещения не влияют на напряженно-деформированное состояние первого слоя. Показано, что это же явление с большой точностью остается в силе и при линейно меняющихся по координатам воздействиях. Для этого класса задач граничным условиям на боковой поверхности соответствует появление динамического пограничного слоя. Эти условия не влияют на решение внутренней задачи.

1. Рассмотрим двухслойную ортотропную пластину



$$D = \left\{ (x, y, z) : (x, y) \in D_0, -h_2 \leq z \leq h_1 \right\}$$
$$h = \max(h_1, h_2) \ll l$$

когда верхняя лицевая поверхность жестко закреплена, а на нижней применен гармонич-

чески изменяющийся во времени вектор перемещения (фиг. 1).

Фиг. 1

$D_0$  – область контакта в плоскости между слоями,  $l$  – характерный тангенциальный размер пластинки.

Требуется найти решение уравнений динамики теории упругости для ортотропного тела:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}^k}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_{xy}^k}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_{xz}^k}{\partial z} &= \rho_k \frac{\partial^2 u^k}{\partial t^2}, \quad (x, y, z; u^k, v^k, w^k), \quad k = I, II \\ \frac{\partial u^k}{\partial x} &= a_{11}^k \sigma_{xx}^k + a_{12}^k \sigma_{yy}^k + a_{13}^k \sigma_{zz}^k, \quad (u^k, v^k, w^k; x, y, z; 1, 2, 3) \\ \frac{\partial u^k}{\partial y} + \frac{\partial v^k}{\partial x} &= a_{66}^k \sigma_{xy}^k, \quad \frac{\partial w^k}{\partial x} + \frac{\partial u^k}{\partial z} = a_{55}^k \sigma_{xz}^k, \quad \frac{\partial w^k}{\partial y} + \frac{\partial v^k}{\partial z} = a_{44}^k \sigma_{yz}^k \end{aligned} \quad (1.1)$$

при следующих граничных и контактных условиях:

граничные условия:

при  $z = -h_2$

$$u''(-h_2) = u^-(\xi, \eta) \exp(i\Omega t), \quad (u, v, w), \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad \eta = \frac{y}{l} \quad (1.2)$$

при  $z = h_1$

$$u^I(h_1) = v^I(h_1) = w^I(h_1) = 0 \quad (1.3)$$

условия неполного контакта между слоями:

при  $z = 0$

$$\begin{aligned} W^I(\zeta = 0) &= W^{II}(\zeta = 0) \\ \sigma_{zz}^I(\zeta = 0) &= \sigma_{zz}^{II}(\zeta = 0) \\ \sigma_{xz}^I(\zeta = 0) &= \sigma_{xz}^{II}(\zeta = 0) = f_1 \sigma_{zz}^I(\zeta = 0) \\ \sigma_{yz}^I(\zeta = 0) &= \sigma_{yz}^{II}(\zeta = 0) = f_2 \sigma_{zz}^I(\zeta = 0) \end{aligned} \quad (1.4)$$

**2. Решение системы уравнений (1.1) при граничных и контактных условиях (1.2)-(1.4) будем искать в виде:**

$$\begin{aligned} (u^k, v^k, w^k) &= (u_x^k, v_y^k, w_z^k) \exp(i\Omega t), \quad \sigma_{\alpha\beta}^k(x, y, z, t) = \sigma_{jk}^k(x, y, z, t) \exp(i\Omega t) \\ \alpha, \beta &= x, y, z; \quad j, k = 1, 2, 3 \quad k = I, II \end{aligned} \quad (2.1)$$

Затем введем безразмерные координаты и безразмерные компоненты вектора перемещения:

$$\xi = \frac{x}{l}, \quad \eta = \frac{y}{l}, \quad \zeta = \frac{z}{h}, \quad \varepsilon = \frac{h}{l}, \quad U^k = \frac{u_x^k}{l}, \quad V^k = \frac{v_y^k}{l}, \quad W^k = \frac{w_z^k}{l} \quad (2.2)$$

Подставим (2.1) в преобразованные уравнения (1.1), получим сингулярно возмущенную малым параметром  $\varepsilon = h/l$  систему, решение которой будем искать в виде [2]:

$$\sigma_{ij}^k = \varepsilon^{-1+s} \sigma_{ij}^{(k,s)}, \quad U^k = \varepsilon^s U^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta); \quad (U, V, W); \quad s = \overline{0, N}; \quad k = I, II \quad (2.3)$$

Обозначение  $s = \overline{0, N}$  означает, что по немому (повторяющемуся) индексу  $s$  происходит суммирование по целочисленным значениям от числа 0 до  $N$ .

Подставив (2.3) в преобразованные уравнения (1.1), получим рекуррентную систему для определения  $\sigma_{ij}^{(k,s)}$ ,  $U^{(k,s)}$ ,  $V^{(k,s)}$ ,  $W^{(k,s)}$ ;  $k = I, II$ ;  $i, j = 1, 2, 3$ .

Из этой системы следуют:

$$\begin{aligned}\sigma_{12}^{(k,s)} &= \frac{1}{a_{66}^k} \left[ \frac{\partial V^{(k,s)}}{\partial \xi} - \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \right], \quad \sigma_{13}^{(k,s)} = \frac{1}{a_{55}^k} \left[ \frac{\partial W^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial U^{(k,s)}}{\partial \zeta} \right] \\ \sigma_{23}^{(k,s)} &= \frac{1}{a_{44}^k} \left[ \frac{\partial W^{(k,s-1)}}{\partial \eta} + \frac{\partial V^{(k,s)}}{\partial \zeta} \right] \\ \sigma_{11}^{(k,s)} &= -A_{23}^k \frac{\partial W^{(k,s)}}{\partial \zeta} + A_{22}^k \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \xi} - A_{12}^k \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \\ \sigma_{22}^{(k,s)} &= -A_{13}^k \frac{\partial W^{(k,s)}}{\partial \zeta} - A_{12}^k \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + A_{33}^k \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \\ \sigma_{33}^{(k,s)} &= A_{11}^k \frac{\partial W^{(k,s)}}{\partial \zeta} - A_{23}^k \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \xi} - A_{13}^k \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \eta}\end{aligned}\tag{2.4}$$

Функции  $U^{(k,s)}$ ,  $V^{(k,s)}$ ,  $W^{(k,s)}$  определяются из уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 U^{(k,s)}}{\partial \zeta^2} + a_{55}^k \rho_k \Omega_*^2 U^{(k,s)} &= R_U^{(k,s)} \\ R_U^{(k,s)} &= -\frac{\partial^2 W^{(k,s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} - a_{55}^k \left[ \frac{\partial \sigma_{11}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{12}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \right] \\ \frac{\partial^2 V^{(k,s)}}{\partial \zeta^2} + a_{44}^k \rho_k \Omega_*^2 V^{(k,s)} &= R_V^{(k,s)} \\ R_V^{(k,s)} &= -\frac{\partial^2 W^{(k,s-1)}}{\partial \eta \partial \zeta} - a_{44}^k \left[ \frac{\partial \sigma_{12}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{22}^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \right] \\ A_{11}^k \frac{\partial^2 W^{(k,s)}}{\partial \zeta^2} + \rho_k \Omega_*^2 W^{(k,s)} &= R_W^{(k,s)} \\ R_W^{(k,s)} &= A_{23}^k \frac{\partial^2 U^{(k,s-1)}}{\partial \xi \partial \zeta} + A_{13}^k \frac{\partial^2 V^{(k,s-1)}}{\partial \eta \partial \zeta} - \frac{\partial \sigma_{13}^{(k,s-1)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \sigma_{23}^{(k,s-1)}}{\partial \eta}\end{aligned}\tag{2.5}$$

Решениями уравнений (2.5) будут:

$$U^{(k,s)} = U_0^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta) + U_\tau^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta); \quad (U, V, W); \quad k = I, II\tag{2.6}$$

где величины с индексом "0" – решения однородных, а с индексом "τ" – частные решения неоднородных уравнений (2.5).

$$U^{(k,s)} = C_1^{(k,s)}(\xi, \eta) \sin a_1^k \Omega_* \zeta + C_2^{(k,s)}(\xi, \eta) \cos a_1^k \Omega_* \zeta + U_\tau^{(k,s)}(\xi, \eta, \zeta)\tag{2.7}$$

$$a_1^k = \sqrt{a_{55}^k \rho_k}, \quad a_2^k = \sqrt{a_{44}^k \rho_k}, \quad a_3^k = \sqrt{\frac{\rho_k}{A_{11}^k}}$$

$$(a_2, a_3, C_3, C_4, C_5, C_6; V, W); \quad k = I, II$$

3. Удовлетворив граничным и контактным условиям (1.2)-(1.4) и подставив значения  $C_i^{(k,s)}$  в (2.7), получим окончательное решение:

$$U^{(I,s)} = \left[ \frac{1}{\Omega_*} \left( f_1 b_{33}^{(I,s)}(\zeta=0) - b_{13}^{(I,s)}(\zeta=0) + f_1 A_{11}^I a_3^I \Omega_* \frac{F^{(s)}}{\nabla} \right) \times \right. \\ \left. \times \sqrt{\frac{a_{55}^I}{\rho_1}} \sin a_1^I \Omega_* (\zeta - \zeta_1) - U_\tau^{(I,s)}(\zeta = \zeta_1) \cos a_1^I \Omega_* \zeta \right] \frac{1}{\cos a_1^I \Omega_* \zeta_1} + U_\tau^{(I,s)}(\xi, \eta, \zeta) \\ V^{(I,s)} = \left[ C_3^{(I,s)}(\xi, \eta) \sin a_2^I \Omega_* (\zeta - \zeta_1) - V_\tau^{(I,s)}(\zeta = \zeta_1) \cos a_2^I \Omega_* \zeta \right] \frac{1}{\cos a_2^I \Omega_* \zeta_1} + V_\tau^{(I,s)}(\xi, \eta, \zeta) \\ W^{(I,s)} = \left[ \frac{F^{(s)}}{\nabla} \sin a_3^I \Omega_* (\zeta - \zeta_1) - W_\tau^{(I,s)}(\zeta = \zeta_1) \cos a_3^I \Omega_* \zeta \right] \frac{1}{\cos a_3^I \Omega_* \zeta_1} + W_\tau^{(I,s)}(\xi, \eta, \zeta) \\ U^{(II,s)} = \left[ C_1^{(II,s)}(\xi, \eta) \sin a_1^II \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + (U^{-(s)} - U_\tau^{(II,s)}(\zeta = -\zeta_2)) \cos a_1^II \Omega_* \zeta \right] \times \\ \times \frac{1}{\cos a_1^II \Omega_* \zeta_2} + U_\tau^{(II,s)}(\xi, \eta, \zeta) \\ V^{(II,s)} = \left[ C_3^{(II,s)}(\xi, \eta) \sin a_2^II \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + (V^{-(s)} - V_\tau^{(II,s)}(\zeta = -\zeta_2)) \cos a_2^II \Omega_* \zeta \right] \times \\ \times \frac{1}{\cos a_2^II \Omega_* \zeta_2} + V_\tau^{(II,s)}(\xi, \eta, \zeta) \\ W^{(II,s)} = \left[ C_5^{(II,s)}(\xi, \eta) \sin a_3^II \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + (W^{-(s)} - W_\tau^{(II,s)}(\zeta = -\zeta_2)) \cos a_3^II \Omega_* \zeta \right] \times \\ \times \frac{1}{\cos a_3^II \Omega_* \zeta_2} + W_\tau^{(II,s)}(\xi, \eta, \zeta) \quad (3.1)$$

где

$$F^{(s)} = \left[ -W_\tau^{(II,s)}(\zeta=0) + W_\tau^{(I,s)}(\zeta=0) \right] \sqrt{A_{11}^II \rho_{II}} \Omega_* \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 \cos a_3^II \Omega_* \zeta_2 + \\ + \left( b_{33}^{(II,s)}(\zeta=0) - b_{33}^{(I,s)}(\zeta=0) \right) \sin a_3^II \Omega_* \zeta_2 \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 - \\ - \left( W^{-(s)} - W_\tau^{(II,s)}(\zeta = -\zeta_2) \right) \sqrt{A_{11}^II \rho_{II}} \Omega_* \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 - \\ - W_\tau^{(I,s)}(\zeta = \zeta_1) \sqrt{A_{11}^II \rho_{II}} \Omega_* \cos a_3^II \Omega_* \zeta_2 \\ \nabla = \sqrt{A_{11}^II \rho_{II}} \Omega_* \sin a_3^I \Omega_* \zeta_1 \cos a_3^II \Omega_* \zeta_2 + \sqrt{A_{11}^I \rho_I} \Omega_* \sin a_3^II \Omega_* \zeta_2 \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 \\ b_{13}^{(k,s)} = \frac{1}{a_{55}^k} \left[ \frac{\partial U_\tau^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial W^{(k,s-1)}}{\partial \xi} \right], \quad b_{23}^{(k,s)} = \frac{1}{a_{44}^k} \left[ \frac{\partial V_\tau^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial W^{(k,s-1)}}{\partial \eta} \right] \\ b_{33}^{(k,s)} = A_{11}^k \frac{\partial W_\tau^{(k,s)}}{\partial \zeta} - A_{23}^k \frac{\partial U^{(k,s-1)}}{\partial \xi} - A_{13}^k \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \eta}$$

$$C_1^{(I,s)}(\xi, \eta) = \frac{1}{\Omega_*} \left( f_1 b_{33}^{(I,s)}(\zeta = 0) - b_{13}^{(I,s)}(\zeta = 0) + f_1 A_{11}' a_3' \Omega_* \frac{F^{(s)}}{\nabla} \right) \sqrt{\frac{a_{55}'}{\rho_I}} \quad (3.2)$$

$$C_1^{(II,s)}(\xi, \eta) = \frac{1}{\Omega_*} \left( \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_I}{a_{55}'}} C_1^{(I,s)} + b_{13}^{(I,s)}(\zeta = 0) - b_{13}^{(II,s)}(\zeta = 0) \right) \sqrt{\frac{a_{55}''}{\rho_{II}}}$$

$$C_3^{(II,s)}(\xi, \eta) = \frac{1}{\Omega_*} \sqrt{\frac{a_{44}''}{\rho_{II}}} (b_{23}^{(I,s)}(\zeta = 0) - b_{23}^{(II,s)}(\zeta = 0)) + \sqrt{\frac{a_{44}'' \rho_I}{\rho_{II} a_{44}'}} C_3^{(I,s)}$$

$$C_5^{(I,s)}(\xi, \eta) = \frac{F^{(s)}}{\nabla}$$

$$C_5^{(II,s)}(\xi, \eta) = \frac{F^{(s)}}{\nabla} \sqrt{\frac{A_{11}' \rho_I}{A_{11}'' \rho_{II}}} \frac{b_{33}^{(II,s)}(\zeta = 0) + b_{33}^{(I,s)}(\zeta = 0)}{\Omega_* \sqrt{A_{11}'' \rho_{II}}}$$

Компоненты тензора напряжений вычисляются по формулам (2.4).

Решение (3.2) будет конечным, если

$$\cos a_i^k \Omega_* \zeta_j \neq 0, \quad \nabla \neq 0, \quad i = 1, 2, 3; \quad k = I, II; \quad j = 1, 2 \quad (3.3)$$

$$\nabla = \sqrt{A_{11}'' \rho_{II}} \Omega_* \sin a_3'' \Omega_* \zeta_1 \cos a_3'' \Omega_* \zeta_2 + \sqrt{A_{11}' \rho_I} \sin a_3' \Omega_* \zeta_2 \cos a_3' \Omega_* \zeta_1$$

Условия (3.3) будут выполнены, если  $\Omega$  не является частотой собственных колебаний [4], в противном случае будет возникать резонанс.

4. Рассмотрим частный случай, пусть

$$U^- = d_1 \xi + d_2 \eta + d_3, \quad V^- = d_4 \xi + d_5 \eta + d_6, \quad W^- = \text{const} \quad (4.1)$$

При  $s = 0$  из (2.5), учитывая, что  $Q^m \equiv 0$  при  $m < 0$ , для функций  $R_U^{(k,0)}$  ( $U, V, W$ ) получим:

$$\begin{aligned} R_U^{(k,0)} &= 0, \quad R_V^{(k,0)} = 0, \quad R_W^{(k,0)} = 0 \\ \frac{\partial^2 U^{(k,0)}}{\partial \zeta^2} + a_{55}^k \rho_k \Omega_*^2 U^{(k,0)} &= 0, \quad \frac{\partial^2 V^{(k,0)}}{\partial \zeta^2} + a_{44}^k \rho_k \Omega_*^2 V^{(k,0)} = 0 \\ A_{11}^k \frac{\partial^2 W^{(k,0)}}{\partial \zeta^2} + \rho_k \Omega_*^2 W^{(k,0)} &= 0 \\ U_\tau^{(k,0)} = V_\tau^{(k,0)} = W_\tau^{(k,0)} &= 0; \quad k = I, II \end{aligned} \quad (4.2)$$

При  $s = 0$  из (3.2) следуют:

$$\begin{aligned} b_{13}^{(k,0)} &= 0, \quad b_{23}^{(k,0)} = 0, \quad b_{33}^{(k,0)} = 0 \\ F^{(0)} &= -W^- \sqrt{A_{11}'' \rho_{II}} \Omega_* \cos a_3'' \Omega_* \zeta_1 \\ C_1^{(I,0)}(\xi, \eta) &= -\frac{W^- f_1 \sqrt{A_{11}' A_{11}'' a_{55}' \rho_{II}} \Omega_* \cos a_3' \Omega_* \zeta_1}{\nabla} \\ C_1^{(II,0)}(\xi, \eta) &= -\frac{W^- f_1 \sqrt{A_{11}' A_{11}'' a_{55}'' \rho_I} \Omega_* \cos a_3'' \Omega_* \zeta_1}{\nabla} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
C_3^{(I,0)}(\xi, \eta) &= -\frac{W^- f_2 \sqrt{A_{11}'' A_{11}' a_{44}' \rho_{II}} \Omega_* \cos a_3' \Omega_* \zeta_1}{\nabla} \\
C_3^{(II,0)}(\xi, \eta) &= -\frac{W^- f_2 \sqrt{A_{11}'' A_{11}' a_{44}'' \rho_I} \Omega_* \cos a_3' \Omega_* \zeta_1}{\nabla} \\
C_5^{(I,0)}(\xi, \eta) &= -\frac{W^- \sqrt{A_{11}'' \rho_{II}} \Omega_* \cos a_3' \Omega_* \zeta_1}{\nabla} \\
C_5^{(II,0)}(\xi, \eta) &= -\frac{W^- \sqrt{A_{11}' \rho_I} \Omega_* \cos a_3' \Omega_* \zeta_1}{\nabla}
\end{aligned} \tag{4.3}$$

Подставив значения (4.2) и (4.3) в (3.1), получим:  
величины первого слоя:

$$\begin{aligned}
U^{(I,0)} &= -\frac{f_1 W^- \Omega_* \sqrt{A_{11}'' A_{11}' a_{55}' \rho_{II}}}{\nabla \cos a_1' \Omega_* \zeta_1} \cos a_3' \Omega_* \zeta_1 \sin a_1' \Omega_* (\zeta - \zeta_1) \\
V^{(I,0)} &= -\frac{W^- f_2 \sqrt{A_{11}'' A_{11}' a_{44}' \rho_{II}} \Omega_*}{\nabla \cos a_2' \Omega_* \zeta_1} \cos a_3' \Omega_* \zeta_1 \sin a_2' \Omega_* (\zeta - \zeta_1) \\
W^{(I,0)} &= -\frac{W^- \sqrt{A_{11}'' \rho_{II}} \Omega_*}{\nabla} \sin a_3' \Omega_* (\zeta - \zeta_1) \\
\sigma_{13}^{(I,0)} &= -\frac{f_1 W^- \Omega_*^2 \sqrt{A_{11}'' A_{11}' \rho_I \rho_{II}}}{\nabla \cos a_1' \Omega_* \zeta_1} \cos a_3' \Omega_* \zeta_1 \cos a_1' \Omega_* (\zeta - \zeta_1) \\
\sigma_{23}^{(I,0)} &= -\frac{W^- f_2 \sqrt{A_{11}' A_{11}'' \rho_I \rho_{II}} \Omega_*^2}{\nabla \cos a_2' \Omega_* \zeta_1} \cos a_3' \Omega_* \zeta_1 \cos a_2' \Omega_* (\zeta - \zeta_1) \\
\sigma_{11}^{(I,0)} &= \frac{A_{23}' \Omega_*^2 W^- \sqrt{A_{11}'' \rho_I \rho_{II}} \Omega_*}{\sqrt{A_{11}' \nabla}} \cos a_3' \Omega_* (\zeta - \zeta_1) \\
\sigma_{22}^{(I,0)} &= A_{13}' \frac{\Omega_*^2 W^- \sqrt{A_{11}'' \rho_I \rho_{II}} \Omega_*}{\sqrt{A_{11}' \nabla}} \cos a_3' \Omega_* (\zeta - \zeta_1) \\
\sigma_{33}^{(I,0)} &= -\frac{\Omega_*^2 W^- \sqrt{A_{11}' A_{11}'' \rho_I \rho_{II}} \Omega_*}{\nabla} \cos a_3' \Omega_* (\zeta - \zeta_1)
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Величины второго слоя:

$$\begin{aligned}
U^{(II,0)} &= \left[ -\frac{W^- f_1 \sqrt{A_{11}^I A_{11}^{II} a_{55}^{II} \rho_I \Omega_*} \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1}{\nabla} \sin a_1^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + U^- \cos a_1^{II} \Omega_* \zeta \right] \frac{1}{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
V^{(II,0)} &= \left[ -\frac{W^- f_2 \sqrt{A_{11}^{II} A_{11}^I a_{44}^{II} \rho_I \Omega_*} \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1}{\nabla} \sin a_2^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + V^- \cos a_2^{II} \Omega_* \zeta \right] \frac{1}{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
W^{(II,0)} &= \left[ -\frac{\sqrt{A_{11}^I \rho_I \Omega_*} \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1}{\nabla} \sin a_3^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + \cos a_3^{II} \Omega_* \zeta \right] \frac{W^-}{\cos a_3^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
\sigma_{13}^{(II,0)} &= -\sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{55}^{II}}} \Omega_* \left[ \frac{W^- f_1 \sqrt{A_{11}^{II} A_{11}^I a_{55}^{II} \rho_I \Omega_*}}{\nabla} \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 \cos a_1^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + \right. \\
&\quad \left. + U^- \sin a_1^{II} \Omega_* \zeta \right] \frac{1}{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
\sigma_{23}^{(II,0)} &= -\sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{44}^{II}}} \Omega_* \left[ \frac{W^- f_2 \sqrt{A_{11}^{II} A_{11}^I a_{44}^{II} \rho_I \Omega_*}}{\nabla} \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 \cos a_2^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + \right. \\
&\quad \left. + V^- \sin a_2^{II} \Omega_* \zeta \right] \frac{1}{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
\sigma_{11}^{(II,0)} &= A_{23}^{II} \sqrt{\frac{\rho_{II}}{A_{11}^{II}}} \Omega_* \left[ \frac{\sqrt{A_{11}^I \rho_I \Omega_*}}{\nabla} \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 \cos a_3^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + \sin a_3^{II} \Omega_* \zeta \right] \frac{W^-}{\cos a_3^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
\sigma_{22}^{(II,0)} &= A_{13}^{II} \sqrt{\frac{\rho_{II}}{A_{11}^{II}}} \Omega_* \left[ \frac{\sqrt{A_{11}^I \rho_I \Omega_*}}{\nabla} \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 \cos a_3^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + \sin a_3^{II} \Omega_* \zeta \right] \frac{W^-}{\cos a_3^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
\sigma_{33}^{(II,0)} &= -A_{11}^I \sqrt{\frac{\rho_{II}}{A_{11}^{II}}} \Omega_* \left[ \frac{\sqrt{A_{11}^I \rho_I \Omega_*}}{\nabla} \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 \cos a_3^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2) + \sin a_3^{II} \Omega_* \zeta \right] \frac{W^-}{\cos a_3^{II} \Omega_* \zeta_2}
\end{aligned} \tag{4.5}$$

Из полученного точного решения (4.4), как и при частном случае  $u^-, v^-, w^- = \text{const}$ , в условиях жесткой заделки [5] и свободного края [6] следует любопытный факт: все величины первого слоя (при  $s=0$ ) не зависят от  $u^-, v^-$ . Наличие кулонова трения между слоями приводит к тому, что сообщаемые второму слою тангенциальные перемещения не влияют на напряженно-деформированное состояние первого слоя (при  $s=0$ ). В отличие от этого, при полном контакте между слоями напряженно-деформированные состояния обоих слоев зависят от  $u^-, v^-, w^-$  [7]. Установленный выше факт можно использовать в расчетах фундаментов-оснований сооружений сейсмостойкого строительства при учете сейсмического воздействия.

При  $s=1$ , учитывая (2.5), (4.4) и (4.5), будем иметь:

$$\begin{aligned}
R_U^{(k,1)} &= 0, \quad \frac{\partial^2 U^{(k,1)}}{\partial \zeta^2} + a_{55}^k \rho_k \Omega_*^2 U^{(k,1)} = 0 \\
U_\tau^{(k,1)} &= 0 \\
R_V^{(k,1)} &= 0, \quad \frac{\partial^2 V^{(k,1)}}{\partial \zeta^2} + a_{44}^k \rho_k \Omega_*^2 V^{(k,1)} = 0 \\
V_\tau^{(k,1)} &= 0 \\
R_W^{(k,1)} &= A_{23}^k \frac{\partial^2 U^{(k,0)}}{\partial \xi \partial \zeta} + A_{13}^k \frac{\partial^2 V^{(k,0)}}{\partial \eta \partial \zeta} - \frac{\partial \sigma_{13}^{(k,0)}}{\partial \xi} - \frac{\partial \sigma_{23}^{(k,0)}}{\partial \eta} \\
R_W^{(I,1)} &= 0, \quad A_{11}^I \frac{\partial^2 W^{(I,0)}}{\partial \zeta^2} + \rho_I \Omega_*^2 W^{(I,0)} = 0, \quad W_\tau^{(I,1)} = 0 \\
R_W^{(II,1)} &= (1 - A_{23}^{II}) d_1 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{55}^{II}} \Omega_*} \frac{\sin a_1^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_2} + (1 - A_{13}^{II}) d_5 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{44}^{II}} \Omega_*} \frac{\sin a_2^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
A_{11}^{II} \frac{\partial^2 W^{(II,0)}}{\partial \zeta^2} + \rho_{II} \Omega_*^2 W^{(II,0)} &= (1 - A_{23}^{II}) d_1 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{55}^{II}} \Omega_*} \frac{\sin a_1^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_2} + \\
&\quad + (1 - A_{13}^{II}) d_5 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{44}^{II}} \Omega_*} \frac{\sin a_2^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
W_\tau^{(II,1)} &= (1 - A_{23}^{II}) d_1 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{55}^{II}} \Omega_*} \frac{\sin a_1^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_2} + (1 - A_{13}^{II}) d_5 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{44}^{II}} \Omega_*} \frac{\sin a_2^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
b_{13}^{(k,1)} &= 0, \quad b_{23}^{(k,1)} = 0, \quad b_{33}^{(I,1)} = 0 \\
b_{33}^{(II,1)} &= A_{11}^{II} \frac{\partial W_\tau^{(II,1)}}{\partial \zeta} - A_{23}^{II} \frac{\partial U^{(II,0)}}{\partial \xi} - A_{13}^{II} \frac{\partial V^{(II,0)}}{\partial \eta} = \\
&= A_{11}^{II} \rho_{II} \Omega_*^2 \left[ (1 - A_{23}^{II}) d_1 \frac{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta}{a_{55}^{II} \cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_2} + (1 - A_{13}^{II}) d_5 \frac{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta}{a_{44}^{II} \cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2} \right] - \\
&\quad - A_{23}^{II} d_1 \frac{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_1} - A_{13}^{II} d_5 \frac{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2}
\end{aligned}
\tag{4.6}$$

где

$$\begin{aligned}
W_\tau^{(II,1)} &= (1 - A_{23}^{II}) d_1 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{55}^{II}} \Omega_*} \frac{\sin a_1^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_2} + (1 - A_{13}^{II}) d_5 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{44}^{II}} \Omega_*} \frac{\sin a_2^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2} \\
W_\tau^{(II,1)}(\zeta = 0) &= 0 \\
W_\tau^{(II,1)}(\zeta = -\zeta_2) &= (A_{23}^{II} - 1) d_1 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{55}^{II}} \Omega_*} \operatorname{tg} a_1^{II} \Omega_* \zeta_2 + (A_{13}^{II} - 1) d_5 \sqrt{\frac{\rho_{II}}{a_{44}^{II}} \Omega_*} \operatorname{tg} a_2^{II} \Omega_* \zeta_2
\end{aligned}$$



$$b_{33}^{(II,1)}(\zeta = 0) = A_{11}'' \rho_{II} \Omega_*^2 \left[ \frac{(1 - A_{23}'') d_1}{a_{55}'' \cos a_1'' \Omega_* \zeta_2} + \frac{(1 - A_{13}'') d_5}{a_{44}'' \cos a_2'' \Omega_* \zeta_2} \right] - \frac{A_{23}'' d_1}{\cos a_1'' \Omega_* \zeta_1} - \frac{A_{13}'' d_5}{\cos a_2'' \Omega_* \zeta_2} \quad (4.7)$$

$$\begin{aligned} F^{(1)} &= -W_\tau^{(II,1)}(\zeta = 0) \sqrt{A_{11}'' \rho_{II}} \Omega_* \cos a_3' \Omega_* \zeta_1 \cos a_3'' \Omega_* \zeta_2 + \\ &+ b_{33}^{(II,1)}(\zeta = 0) \sin a_3'' \Omega_* \zeta_2 \cos a_3' \Omega_* \zeta_1 + W_\tau^{(II,1)}(\zeta = -\zeta_2) \sqrt{A_{11}'' \rho_{II}} \Omega_* \cos a_3' \Omega_* \zeta_1 \\ C_1^{(I,1)}(\xi, \eta) &= \sqrt{A_{11}' a_{55}'^2} f_1 \frac{F^{(1)}}{\nabla}, \quad C_1^{(II,1)}(\xi, \eta) = f_1 \frac{F^{(1)}}{\nabla} \sqrt{\frac{A_{11}' a_{55}'' \rho_I}{\rho_{II}}} \\ C_3^{(I,1)}(\xi, \eta) &= f_2 \sqrt{A_{11}' a_{44}'^2} \frac{F^{(1)}}{\nabla}, \quad C_3^{(II,1)}(\xi, \eta) = f_2 \sqrt{\frac{A_{11}' a_{44}'' \rho_I}{\rho_{II}}} \frac{F^{(1)}}{\nabla} \\ C_5^{(I,1)}(\xi, \eta) &= \frac{F^{(1)}}{\nabla}, \quad C_5^{(II,1)}(\xi, \eta) = \frac{F^{(1)}}{\nabla} \sqrt{\frac{A_{11}' \rho_I}{A_{11}'' \rho_{II}}} - \frac{b_{33}^{(II,1)}(\zeta = 0)}{\Omega_* \sqrt{A_{11}'' \rho_{II}}} \end{aligned}$$

Для вектора перемещения и компонентов тензора напряжений получим:

$$\begin{aligned} U^{(I,1)} &= f_1 \sqrt{A_{11}' a_{55}'^2} \frac{F^{(1)}}{\nabla} \frac{\sin a_1' \Omega_* (\zeta - \zeta_1)}{\cos a_1' \Omega_* \zeta_1} \\ V^{(I,1)} &= f_2 \sqrt{A_{11}' a_{44}'^2} \frac{F^{(1)}}{\nabla} \frac{\sin a_2' \Omega_* (\zeta - \zeta_1)}{\cos a_2' \Omega_* \zeta_1} \\ W^{(I,1)} &= \frac{F^{(1)}}{\nabla} \frac{\sin a_3' \Omega_* (\zeta - \zeta_1)}{\cos a_3' \Omega_* \zeta_1}, \quad U^{(II,1)} = f_1 \frac{F^{(1)}}{\nabla} \sqrt{\frac{A_{11}' a_{55}'' \rho_I}{\rho_{II}}} \frac{\sin a_1'' \Omega_* (\zeta + \zeta_2)}{\cos a_1'' \Omega_* \zeta_2} \\ V^{(II,1)} &= f_2 \sqrt{\frac{A_{11}' a_{44}'' \rho_I}{\rho_{II}}} \frac{F^{(1)}}{\nabla} \frac{\sin a_2'' \Omega_* (\zeta + \zeta_2)}{\cos a_2'' \Omega_* \zeta_2} \\ W^{(II,1)} &= \left[ \left( \frac{F^{(1)}}{\nabla} \sqrt{\frac{A_{11}' \rho_I}{A_{11}'' \rho_{II}}} - \frac{b_{33}^{(II,1)}(\zeta = 0)}{\Omega_* \sqrt{A_{11}'' \rho_{II}}} \right) \sin a_3'' \Omega_* (\zeta + \zeta_2) - \right. \\ &\quad \left. - W_\tau^{(II,1)}(\zeta = -\zeta_2) \cos a_3'' \Omega_* \zeta_1 \right] \frac{1}{\cos a_3'' \Omega_* \zeta_2} + W_\tau^{(II,1)}(\xi, \eta, \zeta) \\ \sigma_{12}^{(k,1)} &= 0, \quad \sigma_{13}^{(k,1)} = \frac{1}{a_{55}^k} \frac{\partial U^{(k,1)}}{\partial \zeta}, \quad \sigma_{23}^{(k,1)} = \frac{1}{a_{44}^k} \frac{\partial V^{(k,1)}}{\partial \zeta}, \quad \sigma_{11}^{(I,1)} = -A_{23}' \frac{\partial W^{(I,1)}}{\partial \zeta} \\ \sigma_{11}^{(II,1)} &= -A_{23}'' \frac{\partial W^{(II,1)}}{\partial \zeta}, \quad \sigma_{22}^{(I,1)} = -A_{13}' \frac{\partial W^{(I,1)}}{\partial \zeta} \\ \sigma_{22}^{(II,1)} &= -A_{13}'' \frac{\partial W^{(II,1)}}{\partial \zeta} - A_{12}'' \frac{\partial U^{(II,0)}}{\partial \xi} + A_{33}'' \frac{\partial V^{(II,0)}}{\partial \eta}, \quad \sigma_{33}^{(I,1)} = A_{11}' \frac{\partial W^{(I,1)}}{\partial \zeta} \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\sigma_{33}^{(II,1)} = A_{11}^{II} \frac{\partial W^{(II,1)}}{\partial \zeta} - A_{23}^{II} \frac{\partial U^{(II,0)}}{\partial \xi} - A_{13}^{II} \frac{\partial V^{(II,0)}}{\partial \eta}$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\partial U^{(I,1)}}{\partial \zeta} &= f_1 \sqrt{A_{11}^I a_{55}^I} a_1^I \Omega_* \frac{F^{(1)}}{\nabla} \frac{\cos a_1^I \Omega_* (\zeta - \zeta_1)}{\cos a_1^I \Omega_* \zeta_1} \\ \frac{\partial V^{(I,1)}}{\partial \zeta} &= f_2 \sqrt{A_{11}^I a_{44}^I} a_2^I \Omega_* \frac{F^{(1)}}{\nabla} \frac{\cos a_2^I \Omega_* (\zeta - \zeta_1)}{\cos a_2^I \Omega_* \zeta_1} \\ \frac{\partial W^{(I,1)}}{\partial \zeta} &= a_3^I \Omega_* \frac{F^{(1)}}{\nabla} \frac{\cos a_3^I \Omega_* (\zeta - \zeta_1)}{\cos a_3^I \Omega_* \zeta_1}, \quad \frac{\partial U^{(II,0)}}{\partial \xi} = d_1 \frac{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_2} \\ \frac{\partial V^{(II,0)}}{\partial \eta} &= d_4 \frac{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta}{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2}, \quad \frac{\partial U^{(II,1)}}{\partial \zeta} = f_1 a_1^{II} \Omega_* \frac{F^{(1)}}{\nabla} \sqrt{\frac{A_{11}^I a_{55}^I \rho_I}{\rho_{II}}} \frac{\cos a_1^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2)}{\cos a_1^{II} \Omega_* \zeta_2} \\ \frac{\partial W^{(II,1)}}{\partial \zeta} &= f_2 a_2^{II} \Omega_* \sqrt{\frac{A_{11}^I a_{44}^I \rho_I}{\rho_{II}}} \frac{F^{(1)}}{\nabla} \frac{\cos a_2^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2)}{\cos a_2^{II} \Omega_* \zeta_2} \quad (4.9) \\ \frac{\partial W^{(II,1)}}{\partial \zeta} &= \frac{\partial W^{(II,1)}}{\partial \zeta} \left[ \left( \left( \frac{F^{(1)}}{\nabla} \sqrt{\frac{A_{11}^I \rho_I}{A_{11}^{II} \rho_{II}}} - \frac{b_{33}^{(II,1)}(\zeta=0)}{\Omega_* \sqrt{A_{11}^{II} \rho_{II}}} \right) \sin a_3^{II} \Omega_* (\zeta + \zeta_2) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - W_\tau^{(II,1)}(\zeta = -\zeta_2) \cos a_3^{II} \Omega_* \zeta \right) \frac{1}{\cos a_3^{II} \Omega_* \zeta_2} + W_\tau^{(II,1)}(\xi, \eta, \zeta) \right] \end{aligned}$$

При  $s = 2$  получим:

$$\begin{aligned} R_U^{(k,2)} &= 0, \quad R_V^{(k,2)} = 0, \quad R_W^{(k,2)} = 0 \\ \frac{\partial^2 U^{(k,2)}}{\partial \zeta^2} + a_{55}^k \rho_k \Omega_*^2 U^{(k,2)} &= 0, \quad \frac{\partial^2 V^{(k,2)}}{\partial \zeta^2} + a_{44}^k \rho_k \Omega_*^2 V^{(k,2)} = 0 \\ A_{11}^k \frac{\partial^2 W^{(k,2)}}{\partial \zeta^2} + \rho_k \Omega_*^2 W^{(k,2)} &= 0, \quad U_\tau^{(k,2)} = V_\tau^{(k,2)} = W_\tau^{(k,2)} = 0 \\ b_{13}^{(k,2)} &= \frac{1}{a_{55}^k} \left[ \frac{\partial U_\tau^{(k,2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial W^{(k,1)}}{\partial \xi} \right] = 0, \quad b_{23}^{(k,2)} = \frac{1}{a_{44}^k} \left[ \frac{\partial V_\tau^{(k,2)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial W^{(k,1)}}{\partial \eta} \right] = 0 \\ b_{33}^{(k,2)} &= A_{11}^k \frac{\partial W_\tau^{(k,2)}}{\partial \zeta} - A_{23}^k \frac{\partial U^{(k,1)}}{\partial \xi} - A_{13}^k \frac{\partial V^{(k,1)}}{\partial \eta} = 0, \quad k = I, II \\ F^{(2)} &= \left( b_{33}^{(II,2)}(\zeta=0) - b_{33}^{(I,2)}(\zeta=0) \right) \sin a_3^{II} \Omega_* \zeta_2 \cos a_3^I \Omega_* \zeta_1 = 0 \quad (4.10) \\ C_1^{(I,2)}(\xi, \eta) &= \frac{1}{\Omega_*} \left( f_1 b_{33}^{(I,2)}(\zeta=0) - b_{13}^{(I,2)}(\zeta=0) + f_1 A_{11}^I a_3^I \Omega_* \frac{F^{(2)}}{\nabla} \right) \sqrt{\frac{a_{55}^I}{\rho_I}} = 0 \\ C_1^{(II,2)}(\xi, \eta) &= \frac{1}{\Omega_*} \left( \Omega_* \sqrt{\frac{\rho_I}{a_{55}^I}} C_1^{(I,2)} + b_{13}^{(I,2)}(\zeta=0) - b_{13}^{(II,2)}(\zeta=0) \right) \sqrt{\frac{a_{55}^{II}}{\rho_{II}}} = 0 \end{aligned}$$

$$C_3^{(I,2)}(\xi, \eta) = \frac{1}{\Omega_*} \sqrt{\frac{a_{44}^I}{\rho_I}} \left( f_2 b_{33}^{(I,2)}(\zeta = 0) - b_{23}^{(I,2)}(\zeta = 0) \right) + f_2 \sqrt{A_{11}^I a_{44}^I} \frac{F^{(2)}}{\nabla} = 0$$

$$C_3^{(II,2)}(\xi, \eta) = \frac{1}{\Omega_*} \sqrt{\frac{a_{44}^{II}}{\rho_{II}}} \left( b_{23}^{(I,2)}(\zeta = 0) - b_{23}^{(II,2)}(\zeta = 0) \right) + \sqrt{\frac{a_{44}^{II} \rho_I}{\rho_{II} a_{44}^I}} C_3^{(I,2)} = 0$$

$$C_5^{(I,2)}(\xi, \eta) = \frac{F^{(2)}}{\nabla} = 0$$

$$C_5^{(II,2)}(\xi, \eta) = \frac{F^{(2)}}{\nabla} \sqrt{\frac{A_{11}^I \rho_I}{A_{11}^{II} \rho_{II}}} - \frac{b_{33}^{(II,2)}(\zeta = 0) + b_{33}^{(I,2)}(\zeta = 0)}{\Omega_* \sqrt{A_{11}^{II} \rho_{II}}} = 0$$

$$U^{(I,2)} = 0, V^{(I,2)} = 0, W^{(I,2)} = 0, U^{(II,2)} = 0, V^{(II,2)} = 0, W^{(II,2)} = 0 \quad (4.11)$$

при  $s > 1$   $U^{(k,s)}, V^{(k,s)}, W^{(k,s)} = 0$ ;  $\sigma_{ij}^{(k,s)} = 0$ ;  $k = I, II$ ;  $i, j = 1, 2, 3$ , поэтому

приближению  $s = 1$  соответствует точное решение:

$$u_x^k = lU^{(k,0)} + hU^{(k,1)}; (u_x^k, u_y^k, u_z^k; V, W); k = I, II \quad (4.12)$$

Как следует из формул (4.7) - (4.10), начиная с приближения  $s = 1$ , ощущается влияние переменности сообщаемых тангенциальных перемещений на первый слой. Однако это в практических приложениях, как правило, мало.

The author expresses his gratitude to NFSAT, grant Ref. GRSP 05/06, which made this investigation possible.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Агаловян Л. А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М.: Наука. 1997. 414 с.
2. Агаловян Л. А., Геворкян Р. С. Неклассические краевые задачи анизотропных слоистых, балок, пластин и оболочек. Ереван: Изд-во "Гитутюн" НАН РА. 2005. 468 с.
3. Агаловян М. Л. О решении пограничного слоя в задаче на собственные колебания полосы. // В сб. конф.: Современные вопросы оптимального управления, прочности и устойчивости систем. Ереван: Изд-во ЕГУ. 1997. С. 132-135.
4. Агаловян Л. А. К асимптотическому методу решения динамических смешанных задач анизотропных полос и пластин. // Изв. ВУЗов. Северо-Кавказский регион. Естеств. науки. 2000. №3. С. 8-11.
5. Агаловян Л. А., Погосян А. М. Вынужденные колебания двухслойной ортотропной пластинки при кулоновом трении между слоями. // Изв. НАН РА. Механика. 2005. Т.58 №3. С. 36-47.
6. Погосян А. М. Асимптотика вынужденных колебаний двухслойной ортотропной пластинки в смешанной краевой задаче при кулоновом трении между слоями. // Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. V Международная конференция 1-7 октября, Горис, 2005г. Ереван: Изд-во "Гитутюн" НАН РА. 2005. С. 287-296.

7. Агаловян Л. А. Об одном классе задач о вынужденных колебаниях анизотропных пластин. // Проблемы механики тонких деформируемых тел. Ереван. Изд-во "Гитутюн" НАН РА. 2002. С. 9-19.

Институт механики  
НАН РА

Поступила в редакцию  
12.01.2007