

УДК 539.3:537.2

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОУПРУГИЕ ВОЛНЫ ЛЯВА В СЛОИСТОЙ СИСТЕМЕ С ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОДЛОЖКОЙ И МЯГКИМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ СЛОЕМ

(Исследование характеристического уравнения – Часть II)

Даноян З.Н., Даноян Н.З., Манукян Г.А.

Ջ. Ն. Դանոյան, Ն. Ջ. Դանոյան, Գ.Ա.Մանուկյան

Լյավի մակերևութային էլեկտրաառաձգական ալիքները այեզոէլեկտրիկ հիմքով և փափուկ դիէլեկտրիկ շերտով շերտավոր համակարգում (Բնութագրիչ հավասարման հետազոտումը – Մաս II)

Աշխատանքում հետազոտվում է Լյավի էլեկտրաառաձգական ալիքների գոյությունը և վարքը 6, 4, 622, 422, 6mm, 4mm, դասի այեզոէլեկտրիկ հիմքով և կամայական հաստությամբ իզոտրոպ դիէլեկտրիկ շերտով համակարգում կախված համակարգի ֆիզիկամեխանիկական բնութագրիչներից և շերտի հարաբերական հաստությունից: Մակերևութային ալիքի բնութագրիչ հավասարումը հետազոտվում է փափուկ շերտի դեպքում, երբ շերտում ծավալային առաձգական ալիքների տարածման արագությունը ավելի փոքր է հիմքում ծավալային էլեկտրաառաձգական ալիքների տարածման արագությունից: Հետազոտությունը հենվում է [13] աշխատանքում բերված մակերևութային ալիքի էլեկտրամեխանիկական կապի գործակցի վարքի ուսումնասիրության վրա: Մասնավորապես ցույց է տրված ճեղքային տիպի Լյավի ալիքների գոյությունը, որը պայմանավորված է զուտ այեզոէլեկտրական էֆեկտով: Ուսումնասիրված են Լյավի ալիքի կառուցվածքը և ալիքային ձևերի վարքը: Բերված են ալիքային ձևերի դիսպերսիոն կորերի որակական գրաֆիկները: Քննարկված է Լյավի էլեկտրաառաձգական ալիքների կապը Լյավի սովորական ալիքների և Գուլյաև-Բլյուստեյնի ալիքների հետ: Ներկա աշխատանքը հանդիսանում է [14] աշխատանքի շարունակությունը և վերաբերում է այնտեղ չքնարկված դեպքերին:

Z.N.Danoyan., N. Z Danoyan, G.A.Manukyan

The surface electroelastic Love's waves in a layered system with a piezoelectric substructure and soft dielectric isotropic layer

(The investigation of the characteristic equation–Part II)

In the article is investigated the existence and the behaviour Love's surface electroelastic waves in a layered system with a piezoelectric substructure if the class 6,4, 6mm, 4mm, 622, 422 and a soft dielectric isotropic layer with a finite arbitrary thickness depending on the physicommechanical properties of the system and the relative thickness of the layer. The characteristic equation at the surface wave is investigated in the case of the soft layer when the propagation velocity of volume clastic waves in the layer is less than the propagation velocity of the volume electroelastic waves in the substructure. In particular, it is shown that the existence of split waves of Love's type due to solely piezoelectrical effect. The structure and the behaviour of Love's modes are studied. This work is continuation of the work [14].

В работе исследуется существование и поведение электроупругих волн Лява в слоистой системе из пьезоэлектрической подложки классов 6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422 и изотропного диэлектрического слоя произвольной толщины в зависимости от физико-механических характеристик слоистой системы и относительной толщины слоя. Характеристическое уравнение искомой поверхностной волны исследуется в случае мягкого слоя, когда скорость объемной упругой волны в слое меньше скорости объемной электроупругой волны в подложке. Исследование основано на свойствах коэффициента электромеханической связи поверхностной волны, приведенных в работе [13]. В частности, показано существование волны Лява щелевого типа, обусловленной исключительно пьезоэлектрическим эффектом. Изучены структура и поведение мод волны Лява. Приведены качественные графики дисперсионных кривых. Обсужден вопрос связи электроупругих волн Лява с обычными волнами Лява и волнами Гуляева – Блюстейна. Настоящая работа является продолжением работы [14] и относится к необсуждаемым там случаям.

Введение. Известно, что [1,2] в полубесконечной изотропной подложке, на которую нанесен изотропный слой из другого материала, могут распространяться

сдвиговые поверхностные упругие волны горизонтальной поляризации, называемые волнами Лява. Волны Лява существуют только в случае мягкого слоя, когда объемная скорость распространения упругой волны в слое S_{02} меньше, чем скорость распространения электроупругой объемной волны в подложке S_{01} . $S_{02} < S_{01}$, причем скорость V_{0L} волны Лява удовлетворяет условию $S_{02} < V_{0L} < S_{01}$. Представляет интерес исследование волн Лява в слоистых системах, когда подложка или слой является пьезоэлектриком [3-10]. В [3,4] исследован вопрос существования волн Лява, когда слой является диэлектриком, а подложка—пьезоэлектриком. В [5-7, 9] рассмотрена электроупругая задача Лява, когда слой является проводником. В [7] рассматривается случай, когда слой является пьезоэлектриком, а подложка—диэлектриком. В работе [13] исследовано поведение коэффициента электро-механической связи $R(k)$ для пьезоэлектрических подложек классов 6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422 при наличии диэлектрического слоя.

В настоящей работе на основе результатов работ [13,14] исследуются существование и поведение электроупругих волн Лява для пьезоэлектрических подложек классов 6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422 с изотропным диэлектрическим мягким слоем, когда скорость объемных упругих волн в слое S_2 меньше скорости объемных электроупругих волн в подложке S_1 , дополняя и уточняя результаты работ [3,4]. Она является продолжением работы [14] и относится к необсуждаемым там случаям.

1. Основные соотношения задачи. Пусть слоистая система, состоящая из диэлектрического изотропного слоя толщины h и полубесконечной пьезоэлектрической подложки классов 6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422, находящихся в жестком контакте, отнесена к прямоугольной декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$. Ось Ox_3 совпадает с главной осью симметрии (L_4 или L_6) пьезоэлектрической подложки и лежит в плоскости $x_1 = 0$ границы раздела слоя и подложки, ось Ox_1 направлена в глубь подложки. Вне слоистой системы (в области $x_1 \leq -h$) предполагается вакуум или диэлектрическая среда, которая граничит со слоем без акустического контакта. Границы слоя $x_1 = 0$ и $x_1 = -h$ электрически свободны (неметаллизированны), граница $x_1 = -h$ механически свободна.

Согласно [13,14], скорость сдвиговых поверхностных электроупругих волн Лява $V = V_L$ определяется выражением

$$V = V(k) = \omega / p, \quad \omega > 0, \quad p > 0 \quad (1.1)$$

и удовлетворяет характеристическому уравнению поверхностной волны:

$$\beta_1(V) = c\beta_2(V)\text{tg}[k\beta_2(V)] + R(k) \quad \text{при } V \geq S_2 \quad (1.2)$$

$$\beta_2(V) = -c\gamma_2(V)\text{th}[k\gamma_2(V)] + R(k) \quad \text{при } V \leq S_2 \quad (1.3)$$

где

$$R(k) = \frac{R_1^2 \bar{\epsilon}_2 (\bar{\epsilon}_2 \text{th}k + 1) - K_1^2 \bar{\epsilon}_1 (\bar{\epsilon}_2 + \text{th}k)}{\bar{\epsilon}_2 (\bar{\epsilon}_2 \text{th}k + 1) + \bar{\epsilon}_1 (\bar{\epsilon}_2 + \text{th}k)} \quad (1.4)$$

$$|R(k)| \ll 1, \quad |R_0| \ll 1, \quad |R_\infty| \ll 1 \quad (1.5)$$

$$R_0 \equiv R(0) = \frac{R_1^2 - K_1^2 \bar{\epsilon}_1}{1 + \bar{\epsilon}_1} = \frac{1}{\epsilon_1 \bar{c}_1} \frac{e_1^2 - d_1^2 \bar{\epsilon}_1}{1 + \bar{\epsilon}_1} \quad (1.6)$$

$$R_\infty \equiv R(\infty) = \frac{R_1^2 \bar{\epsilon}_2 - K_1^2 \bar{\epsilon}_1}{\bar{\epsilon}_2 + \bar{\epsilon}_1} = \frac{1}{\epsilon_1 \bar{c}_1} \frac{e_1^2 \bar{\epsilon}_2 - d_1^2 \bar{\epsilon}_1}{\bar{\epsilon}_2 + \bar{\epsilon}_1} \quad (1.7)$$

$$\beta_1(V) = \sqrt{1 - (V^2 / S_1^2)}, \quad \beta_2(V) = \sqrt{(V^2 / S_2^2) - 1}, \quad \gamma_2(V) = \sqrt{1 - (V^2 / S_2^2)} \quad (1.8)$$

$$0 < V_L < S_1 \quad (1.9)$$

$$S_1 = \sqrt{\bar{c}_1 / \rho_1}, \quad S_2 = \sqrt{c_2 / \rho_2}, \quad \bar{c}_1 = c_1(1 + \chi_1^2) \quad (1.10)$$

$$\chi_1^2 = e_1^2 / \epsilon_1 c_1, \quad c_1 = c_{44}^{(1)}, \quad c_2 = c_{44}^{(2)}, \quad d_1 = e_{14}^{(1)}$$

$$e_1 = e_{15}^{(1)}, \quad \bar{e}_1 = e_1 / \epsilon_1, \quad \epsilon_1 = \epsilon_{11}^{(1)}, \quad \epsilon_2 = \epsilon_{11}^{(2)}, \quad \epsilon_3 = \epsilon_{11}^{(3)}$$

$$c = c_2 / \bar{c}_1, \quad \bar{\epsilon}_1 = \epsilon_1 / \epsilon_3, \quad \bar{\epsilon}_2 = \epsilon_2 / \epsilon_3, \quad R_1^2 = e_1^2 / \epsilon_1 \bar{c}_1, \quad K_1^2 = d_1^2 / \epsilon_1 \bar{c}_1$$

Выше ω и p – частота и волновое число волны, $k = ph$ – относительная толщина слоя, нижние индексы 1-3 относятся к подложке, слою и вакууму соответственно, $\beta_1(V)$, $\beta_2(V)$ и $\gamma_2(V)$ – коэффициенты затухания, S_1 и S_2 – скорости сдвиговых объемных волн, R_1^2 , K_1^2 и χ_1^2 – коэффициенты электромеханической связи для объемной волны, $R(k)$ – коэффициент электромеханической связи для поверхностной волны, c_1 и c_2 – упругие постоянные, e_1 и d_1 – пьезомодули, $\epsilon_1, \epsilon_2, \epsilon_3$ – диэлектрические проницаемости, ρ_1 и ρ_2 – массовые плотности, (1.5) – условия между пьезомодулями реальных пьезоэлектрических сред, (1.6) – необходимое условие существования поверхностной волны.

Из соотношений (1.2)-(1.10) следует, что при отсутствии пьезоэффекта ($e_1 = d_1 = 0$) коэффициент электромеханической связи $R(k)$ обращается в нуль, а характеристическое уравнение (1.2) совпадает с характеристическим уравнением обычной волны Лява [1, 2]. При $V \geq S_2$ обе величины $\beta_1(V)$ и $\beta_2(V)$ действительны и фазовая скорость искомой волны определяется из характеристического уравнения (1.2). Если же $V < S_2$, то $\beta_2(V)$ становится мнимой, волны Лява становятся щелевого типа, а их скорость распространения определяется из преобразованного характеристического уравнения (1.3).

Следует подчеркнуть, что вклад пьезоэффекта в характеристические уравнения (1.2) и (2.1) проявляется двумя факторами: наличием дополнительного члена – коэффициента электромеханической связи $R(k)$ и зависимости скорости

$S_1 = (c_1 / \rho_1) \sqrt{1 + \chi_1^2}$ от пьезоэффекта. Отметим, что характеристические уравнения получены для классов 6 и 4. Для классов 6mm и 4mm следует в этих уравнениях и других соответствующих выражениях положить $d_1 = 0$, а для классов 622, 422 – $e_1 = 0$.

Далее предполагается, что рассматриваемая слоистая система имеет мягкий слой, т.е. скорости объемных волн в слое S_2 и в подложке S_1 удовлетворяют условию:

$$S_2 < S_1 \quad (1.11)$$

а характеристики слоистых систем определяются условием:

$$R(k) > 0 \quad (1.12)$$

2. Исследование характеристического уравнения поверхностной волны.

В работе [14] исследован волновой процесс в слоистых системах, для которых имеют место условия (1.11) и (1.12). Условию (1.12) удовлетворяют слоистые системы, физико-механические характеристики которых определяются соотношениями (3.10), (3.12) и (3.8) работы [13]. При этом предполагается, что скорость волны Гуляева–Блюстейна в подложке V_{GB} , которая при условии (1.12), согласно (1.5), всегда существует и определяется формулой

$$V = V_{GB} \equiv S_1 \sqrt{1 - R_0^2} < S_1 \quad (2.1)$$

удовлетворяет условию (2.8), а работы [13]:

$$а) V_{GB} > S_2 \text{ или } \beta_1(S_2) > R_0, \beta_1(S_2) = \sqrt{1 - (S_1/S_2)^2} \quad (2.2)$$

В этой работе исследуется характеристическое уравнение поверхностной волны при условиях (1.11), (1.12) и при дополнительных условиях (2.8); б) и (2.8); с) работы [14]:

$$б) V_{GB} = S_2 \text{ или } \beta_1(S_2) = R_0 \quad (2.3)$$

$$с) V_{GB} < S_2 \text{ или } \beta_1(S_2) < R_0 \quad (2.4)$$

Как и в работе [14], преобразуем дисперсионное уравнение (1.2), производя замену переменных:

$$k\beta_2(V) \equiv \eta \quad (2.5)$$

Получим

$$\operatorname{tg}\eta = f(k, \eta), \quad f(k, \eta) \equiv (k/c)g(k, \eta) \quad (2.6)$$

$$g(\eta, k) \equiv \sqrt{\beta_1^2(S_2) - (S_2\eta/S_1k)^2} - R(k), \quad V = S_2 \sqrt{1 + (\eta/k)^2} \quad (2.7)$$

где функция $f(k, \eta)$ при $k > 0$ действительна в промежутке:

$$0 \leq \eta \leq \eta^*(k), \quad \eta^*(k) \equiv k\beta_2(S_1), \quad \beta_2(S_1) = \sqrt{(S_1/S_2)^2 - 1} \\ f(k, \eta^*(k)) \equiv f^*(k) = -R(k)/c\beta_2(S_1) < 0, \quad g^*(k) \equiv \beta_1(S_2) - R(k) \quad (2.8)$$

Сначала рассмотрим случай (2.3), когда скорости волны Гуляева–Блюстейна в подложке V_{GB} и объемной волны в слое S_2 равны.

Случай I(b). $R(k) > 0$, $V_{GB} = S_2$ ($\beta_1(S_2) = R_0$). Случаю $R(k) > 0$ удовлетворяют слоистые системы с условиями (3.8), (3.10) и (3.12) работы [13].

Во -первых, рассмотрим слоистые системы, определяемые условиями (3.8).

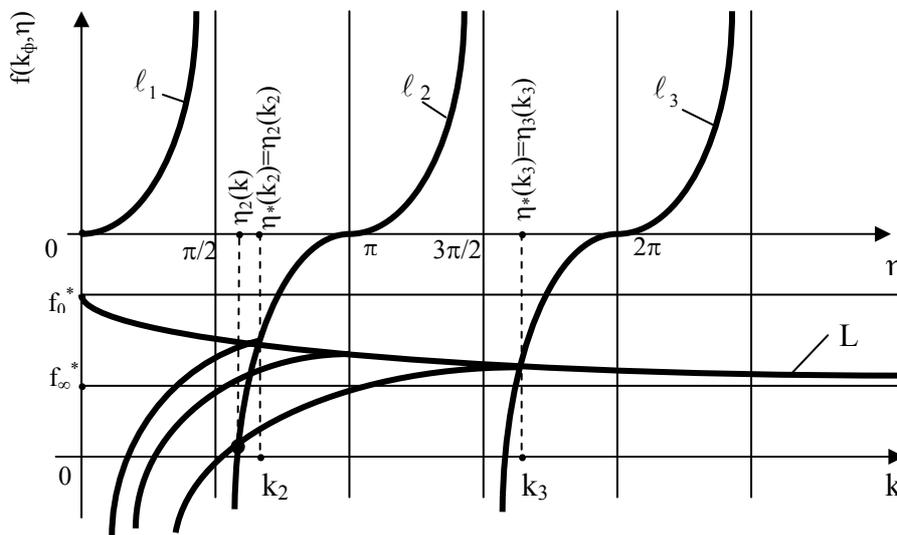
Случай I(b).1. Слоистые системы с условиями (3.8) из работы [13; Фиг.2.а]. В этом случае функция $g^*(k)$ из (2.8) удовлетворяет условиям (2.21), (2.22) работы [14], причем $R(k_{пер}) = \beta_1(S_2) = R_0 < R_\infty$, т.е. $k_{пер} = 0$. Следовательно, $g(0) = 0$; $g(k) < 0$ при $k \in (0, +\infty)$. В этом случае характеристическое уравнение (2.6) описывает первую моду волны Лява только при $k = k_{пер} = 0$, причем $\eta_1(k_{пер}) = \eta_1(0) = 0$. Соответственно, характеристическое уравнение (1.2) имеет решение $V_1(k_{пер}) = V_1(0) = V_{GB}$. С увеличением k до некоторого значения k_2 уравнение (1.2) не имеет решений. Начиная со значения k_2 , оно опять имеет решения, которые, как в предыдущем случае, описывают высшие моды волны Лява.

Начиная со значения $k = k_{\text{пер}} = 0$, характеристическое уравнение (1.3) для каждого k имеет решение, которое при $k = 0$ начинается со значения $V_1 = S_2 = V_{GB}$, при увеличении k , убываясь, стремится к значению V_∞ при $k \rightarrow \infty$, причем предел V_∞ определяется из уравнения

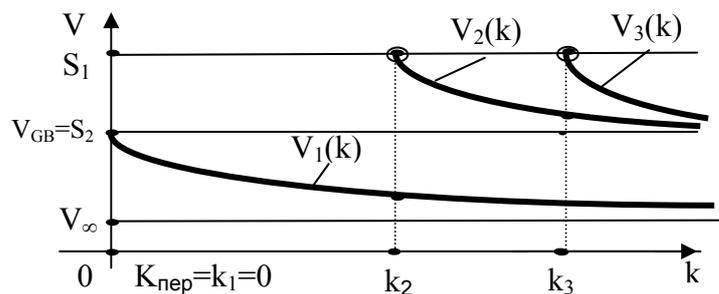
$$\beta_1(V_\infty) = c\gamma_2(V_\infty) + R_\infty \quad (2.9)$$

Предел остальных мод при $k \rightarrow \infty$ не существует согласно (2.8)а работы [14]. Геометрическая схема решения характеристического уравнения (2.6) показана на фиг.1, а дисперсионные кривые – на фиг.2. Скорости мод, как раньше, удовлетворяют условию:

$$V(k) < V(k) < \dots < V(k) \quad (2.10)$$



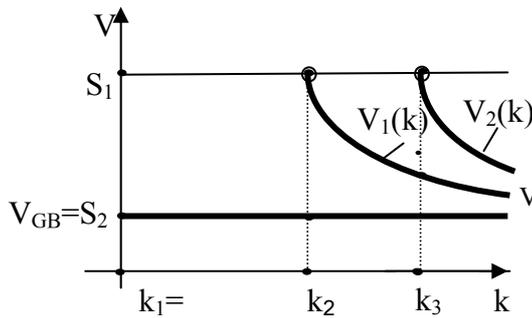
Фиг.1



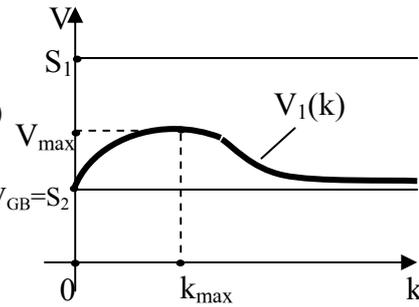
Фиг.2

Случай I(b).2. Слоистые системы с условиями (3.12) из работы [13; Фиг.4.а]. В данном случае $g(k) \equiv 0$, при этом, первая мода волны Лява при $k = 0$ начинается с волны Гуляева–Блюстейна, скорость которой равняется скорости объемных волн в слое и при увеличении k распространяется с постоянной скоростью

$V_1(k) \equiv V_{GB} = S_2 = \text{const}$, являясь решением уравнения (2.6). Начиная со значения $k = k_2$, возникает вторая мода, а потом и другие моды, скорости которых определяются также уравнением (2.6). В пределе, когда $k \rightarrow \infty$, все моды волны Лява, сливаясь между собой, составляют объемно-поверхностную волну Лява, которая в данном случае существует и распространяется со скоростью $V_{GB} = S_2$. Дисперсионные кривые этого случая показаны на фиг.3. Таким образом, в данном случае при любом значении $k > 0$ первая мода волны Лява представляет собой объемно-поверхностную волну, которая распространяется с постоянной скоростью $V_1(k) = S_2 = V_{GB} = \text{const}$.



Фиг.3



Фиг.4.

Случай I(b).3. Слоистые системы с условиями (3.10) из работы [13; Фиг.3.a]. В этом случае $g(0) = 0$, $g(k) > 0$ при $k \in (0, \infty]$. Характеристические уравнения (2.6) и (1.3) при $k = 0$ имеют одно и то же решение $V_1(0) = S_2 = V_{GB}$. При $k > 0$ уравнение (1.3) не имеет решений и все моды волны Лява описываются решениями уравнения (2.6). Первая мода волны Лява начинается с волны Гуляева–Блюстейна, сначала при увеличении k распространяется с возрастающей скоростью до некоторого значения $k = k_{\max}$, приобретая при $k = k_{\max}$ максимальную скорость, после чего распространяется с убывающей скоростью, которая в пределе при $k \rightarrow \infty$ стремится к значению $V_{\infty} = S_2 = V_{GB}$. На фиг.4 показана дисперсионная кривая первой моды. Поведение других мод подобно предыдущим случаям. Отметим, что предельная объемно-поверхностная волна не существует, так как $\beta_1(S_2) \neq R_{\infty}$. Соотношение между k_{\max} и критическими точками k_2, k_3 и т.д. может быть различным.

Перейдем к рассмотрению случая (2.4), когда скорость волны Гуляева–Блюстейна в подложке V_{GB} меньше скорости объемной волны в слое S_2 .

Случай I(c). $R(k) > 0$, $V_{GB} < S_2$ ($\beta_1(S_2) < R_0$). Случаю $R(k) > 0$ удовлетворяют слоистые системы с условиями (3.8), (3.10) и (3.12) работы [13].

Исследование аналогично предыдущим случаям. Для краткости приведем окончательные результаты.

Случай I(c).1. Слоистые системы с условиями (3.8) из работы [13; Фиг.2.a].

Для таких сред возникают следующие случаи:

- 1) $P(V_{GB}) > 0 (V_{GB} < V_\infty)$; 2) $P(V_{GB}) = 0, V_{GB}^2 < S_2^2(1 - R'_0/c) (V_{GB} = V_\infty)$ (2.11)
 3) $P(V_{GB}) = 0, V_{GB}^2 > S_2^2(1 - R'_0/c) (V_{GB} = V_\infty)$; 4) $P(V_{GB}) > 0 (V_\infty < V_{GB} < S_2)$

Здесь приняты следующие обозначения:

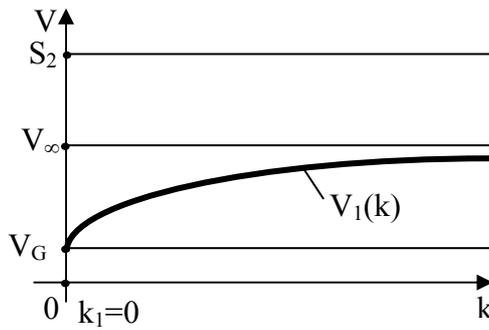
$$P(V_{GB}) = R_0 - R_\infty + cS_1S_2^{-1}\sqrt{R_0^2 - \beta_1^2(S_2)}, R'_0 \equiv R'(0) > 0 \quad (2.12)$$

В этих случаях дисперсионные кривые первой моды показаны соответственно на фиг.5–8, где V_∞ определяется из уравнения (2.9). Во всех случаях это первая мода щелевого типа, скорость которой определяется уравнением (1.3). Скорости остальных мод определяются уравнением (1.2).

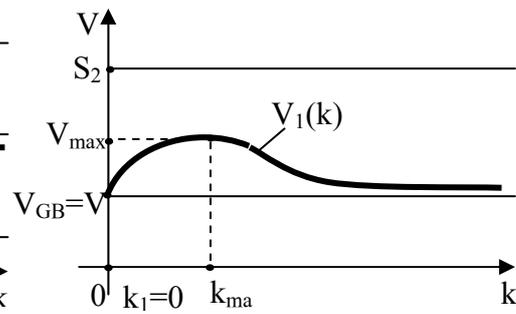
Случай I(c).2. Слоистые системы с условиями (3.12) из работы [13; фиг.4.a]. В данном случае имеет место условие

$$P > 0 \quad (R_0 - R_\infty = 0) \quad (2.13)$$

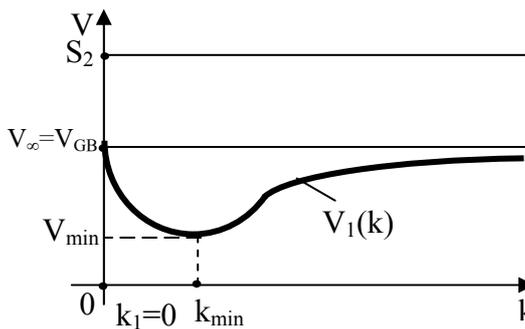
Первая мода щелевого типа определяется уравнением (1.3) и имеет дисперсионную кривую, показанную на фиг.5. Скорости остальных мод определяются уравнением (1.2).



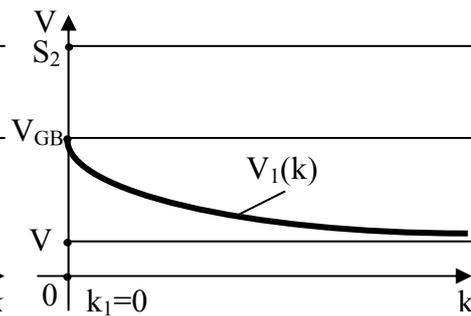
Фиг.5



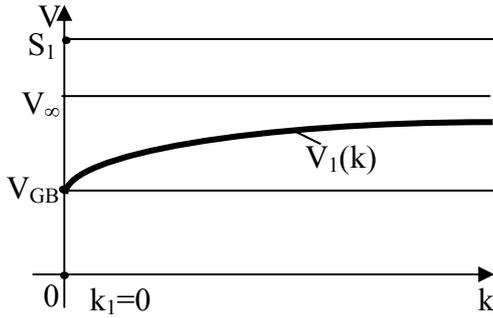
Фиг.6



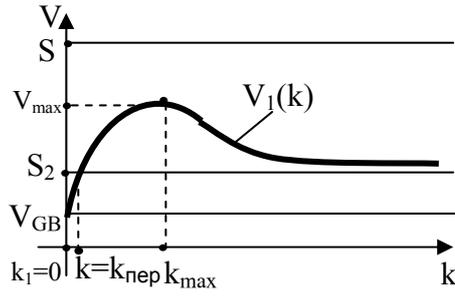
Фиг.7



Фиг.8



Фиг.9



Фиг.10

Случай I(c).3. Слоистые системы с условиями (3.10) из работы [13; фиг.3.а].

Для таких сред возникают следующие случаи:

$$\begin{aligned} 1) \beta_1(S_2) < R_\infty \quad (V_{GB} < V_\infty < S_2); \quad 2) \beta_1(S_2) = R_\infty \quad (V_{GB} < V_\infty = S_2) \\ 3) \beta_1(S_2) > R_\infty \quad (V_{GB} < S_2 < V_\infty) \end{aligned} \quad (2.14)$$

В этих случаях дисперсионные кривые первой моды показаны на фиг.5, фиг.9–10, соответственно. В первых двух случаях из (2.14) первая мода описывается уравнением (1.3) и следовательно, является щелевого типа. В случае 3) из (2.14) первая мода на интервале $0 < k < k_{пер}$ описывается уравнением (1.3), являясь волной щелевого типа, а на интервале $k \geq k_{пер}$ она описывается уравнением (2.6), являясь волной обычного типа, причем критическое значение $k = k_{пер}$ определяется из условия $R(k_{пер}) = \beta_1(S_2)$. В этом случае скорость $V_1(k)$ в точке $k = k_{max}$ достигает максимума. Поведение остальных мод сохраняется как прежде.

В случае мягкого слоя ($S_2 < S_1$) рассмотрим слоистые среды, удовлетворяющие условию $R(k) < 0$.

Случай II. Слоистые системы, определяемые условием $R(k) < 0$.

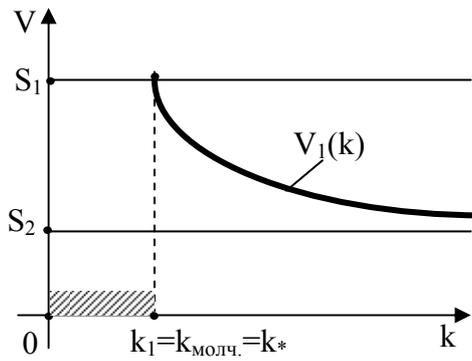
Как известно [13], случаю $R(k) < 0$ удовлетворяют слоистые системы с условиями (3.14), (3.16) и (3.18) работы [13]. В этом случае при $k = 0$, т.е. при отсутствии слоя уравнение (1.2) принимает вид $\beta_1(V) = R_0$, и не имеет решения, так как $R_0 < 0$. В этом случае в подложке волны Гуляева–Блюстейна отсутствуют. Во всех вышеуказанных слоистых системах все моды волны Лява описываются только уравнением (1.2). Легко показать, что уравнение (2.6) в окрестности точки $k = 0$ не имеет решений. Начиная с некоторого критического значения k_1 , определяемое уравнением

$$\operatorname{tg} \eta^*(k_1) = f^*(k_1) \quad (2.15)$$

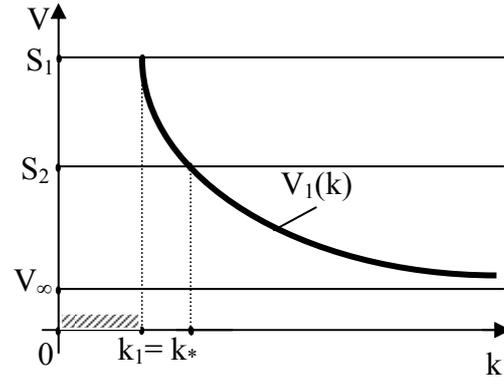
уравнение (2.6) имеет решение, которое соответствует первой моде волны Лява, причем $V_1(k_1) = S_1$. Начиная со значения $k = k_2$, которое определяется уравнением

$$\operatorname{tg} [k_2 \beta_2(S_1)] = -R(k) / c \beta_2(S_1) \quad (2.16)$$

возникает вторая мода волны Лява со скоростью распространения $V_2(k_2) = S_1$, а потом, подобно предыдущим случаям, возникают остальные моды волны Лява. Дисперсионная кривая первой моды показана на фиг.11. В этом случае в окрестности точки $k = 0$ возникает зона молчания: $0 \leq k < k_1 \equiv k_{\text{молч}}$, предельная точка которой $k_{\text{молч}}$ определяется, как уже сказали, уравнением (2.15).



Фиг.11



Фиг.12

Перейдем к случаям, когда коэффициент $R(k)$ меняет знак.

Случай III. Слоистые системы, определяемые условием, когда величина $R(k)$ знакопеременная.

Согласно работе [13], этот случай возможен для слоистых систем, определяемых условиями (3.19) и (3.20) работы [13; Фиг.8.а, 8.б].

Для слоистых систем, определяемые условиями (3.19), имеются две возможности:

$$1) \beta_1(S_2) \geq R_\infty \quad (2.17)$$

$$2) \beta_1(S_2) < R_\infty \quad (2.18)$$

В случае (2.17) поведение дисперсионных кривых такое же, как в случае $R(k) < 0$ (фиг.11), причем $k = k_1 = k_{\text{молч}} = k^*$, где k^* определяется условием $R(k^*) = 0$ и после значения k^* величина $R(k)$ меняет знак.

В случае (2.18) интервал $0 \leq k < k_1$ является зоной молчания. В интервале $k_1 \leq k \leq k_{\text{пер}}$ первая мода волны Лява описывается характеристическим уравнением (1.2), причем скорость $V = V_1(k)$ монотонно убывает от значения $V_1(0) = S_1$ до значения $V_1(k_{\text{пер}}) = S_2$. В интервале $k \geq k_{\text{пер}}$ первая мода волны Лява уже описывается уравнением (1.3), причем скорость $V = V_1(k)$ монотонно убывает от значения $V_1(k_{\text{пер}}) = S_2$ до значения $V_1(\infty) = V_\infty < S_2$. Остальные моды волны Лява, как всегда, описываются уравнением (1.2) и имеют поведение подобно предыдущим случаям. Дисперсионная кривая первой моды показана на фиг.12.

Для слоистых систем, определяемых условиями (3.20) работы [13], имеются три возможности:

$$1) \beta_1(S_2) > R_0 \quad (V_{GB} > S_2) \quad (2.19)$$

$$2) \beta_1(S_2) = R_0 \quad (V_{GB} = S_2) \quad (2.20)$$

$$3) \beta_1(S_2) < R_0 \quad (V_{GB} < S_2) \quad (2.21)$$

В случаях (2.19) и (2.20) первая мода волны Лява определяется только уравнением (1.2). Дисперсионные кривые этих случаев показаны соответственно на фиг. 3 работы [14] и на фиг.4. В случае (2.21) в интервале $0 \leq k \leq k_{\text{пер}}$ первая мода волны Лява определяется уравнением (1.3), являясь волной щелевого типа, а в интервале $k \geq k_{\text{пер}}$ – уравнением (1.2), являясь волной обычного типа. Дисперсионная кривая показана на фиг.10.

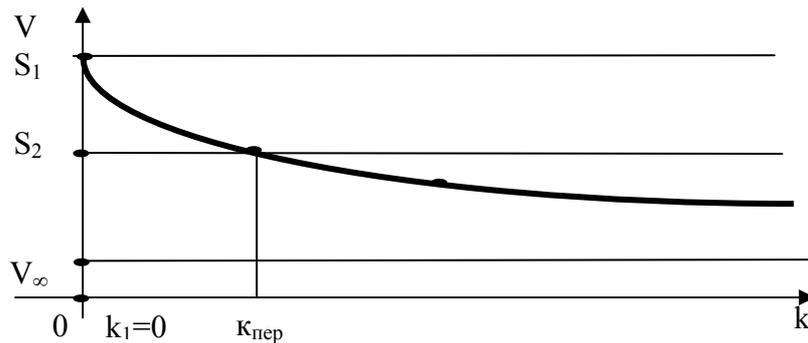
Наконец, рассмотрим остальные случаи рассматриваемых слоистых сред, которые являются промежуточными между вышеприведенными случаями. Эти среды определяются условиями (3.9), (3.11), (3.13), (3.15), (3.17) работы [13].

Случай IV. Слоистые системы, определяемые промежуточными условиями.

Для слоистых систем (3.13) (Фиг.4.б работы [13]) поведение мод такое же, как при обычной волне Лява. Дисперсионные кривые показаны на [14;Фиг 1].

Для слоистых систем (3.9) (Фиг.2.б работы [13]) имеем две возможности, даваемые условиями (2.17) и (2.18). В первом случае поведение мод такое же, как при обычной волне Лява. Дисперсионные кривые показаны на фиг 14. Во втором случае поведение первой моды описывается дисперсионной кривой, показанной на фиг. 13.

Для слоистых систем (3.11) (Фиг.3.б работы [13]) имеем три возможности, даваемые условиями (2.19) – (2.21). Дисперсионные кривые этих случаев приведены на [14;Фиг. 4, 10].



Фиг. 13

Для слоистых систем (3.15) (Фиг.5.б работы [13]) имеется возможность, даваемая условием (2.17). Дисперсионная кривая этого случая приведена на [14; Фиг. 1].

Для слоистых систем (3.17) (Фиг.6.б работы [13]) имеем две возможности:

$$S_1 > S_2 \sqrt{1 + |R'_0|/c} \quad (2.22)$$

$$S_1 < S_2 \sqrt{1 + |R'_0|/c} \quad (2.23)$$

где $|R'_0| = R'(0) < 0$.

В первом случае поведение мод приведено в [14;фиг. 1], во втором случае – на фиг. 11. В последнем случае при $k = 0$ есть решение, описывающее объемную волну со скоростью распространения $V = S_1$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Love А.Е.Н. Some problems of Geodynamics. London: Cambridge University Press. 1911. 180 p.
2. Дьелесаня Э. Руйей Дж. Упругие волны в твердых телах. Мех. Наука. 1987. 4:4 с.
3. Кессених Г. Г. Любимов В. Н. Шувалов А. А. О поверхностных волнах Лява в пьезоэлектриках // Кристаллография. 1987. Т. 7. № 7. С. 744-749.
4. Багдасарян Г. Е. Даноян З. Н. Манукян Г. А. Поведение моды сдвиговых волн Лява в пьезоэлектрических подложках с диэлектрическим слоем. Ереван: Материалы Всесоюзного научного семинара. 1991. С. 95-100.
5. p u Misa R x S j R E D w T T D j M j T y B O v E X j s u M B E j w B v E j P O j B j P i E z T E N I T M j N B E M B M T B U O S j B j N E T B M T y E j T j a f i Q t E j t h i G k C E s s j // J j A P P M Phys j 197 y . j V T M 4 . j N 5 . j P x 0 0 t f t 0 0 7 .
6. Даноян З. Н. Манукян Г. А. Поведение моды сдвиговых поверхностных электроупругих волн Лява в гексагональных и тетрагональных пьезоэлектрических подложках с проводящим слоем – тезисы докладов «Механика неоднородных структур» в Ереване. 1991. С. 101.
7. Даноян З.Н., Манукян Г.А. О поверхностных электроупругих волнах Лява в пьезоэлектрических подложках с металлизированным диэлектрическим слоем. // Изв. АН Арм. ССР. Механика. 1995. Т. 48. №3. С. 43-52.
8. Кессених Г. Г. Любимов В. Н. Филиппов В. В. Поперечные поверхностные акустические волны для изотропной подложки с пьезоэлектрическим слоем // Акустический журнал. 1985. Т. 1. Вып. 4. С. 497-495.
9. Аветисян А. Х. К задаче распространения сдвиговых волн Лява в пьезоэлектрической среде // Изв. АН Арм. ССР. Механика. 1985. Т. 8. №1. С. 17-19.
10. Балакирев М. Ж. Гилинский И. А. Волны Лява в пьезоэлектриках. Новосибирск: Наука. 1987. 40 с.
11. Ионас Ф. Ширанея Дж. Сегнетоэлектрические кристаллы. Мех. Мир. 1965.
12. Олинера А. Поверхностные акустические волны. Мех. Наука. 1981. 81 с.
13. Даноян З.Н., Даноян Н.З., Манукян Г.А. Поверхностные электроупругие волны Лява в слоистой системе с пьезоэлектрической подложкой и диэлектрическим слоем. (Исследование поведения коэффициента электромеханической связи). // Изв. НАН РА. Механика. 2003. Т. 56. №4. С. 46-55.
14. Даноян З.Н., Даноян Н.З., Манукян Г.А. Поверхностные электроупругие волны Лява в слоистой системе с пьезоэлектрической подложкой и мягким диэлектрическим слоем. (Исследование характеристического уравнения – Часть I). // Изв. НАН Армении. Механика. 2006. Т. 59. №2. С. 43-56.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
9.09.2005