ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 59, №2, 2006 Механика

УДК 539.3

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ДИНАМИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ ИЗОТРОПНОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПЛАСТИНКИ

Арустамян А.М.

Ա.Մ. Առուստամյան

ՈՒղղանկյունիզոտրոպ սալի սալի դինամիկ կայունության խնդրի թվային անալիտիկ լուծումը

Առաջարկվող աշխատանքում դիտարկվում է սեղմվող սալի դինամիկ կայունության խնդիրը, որի մոտավոր լուծման համար կիրառվել է Բուբնով-Գալյորկինի մեթոդը: Օգտագործվել են ֆունդամենտալ ֆունկցիաները տարբեր եզրային պայմանների դեպքում և խնդիրը բերվել է Մատյե-Հիլլի հավասարմանը: Գրաֆիկորեն ցույց են տրված դինամիկ անկայունության տիրույթները: Սեփական հաճախության հաշվարկների ստացված արդյունքները համեմատվել են տարբեր մեթոդներով հաշվարկված արդյունքների հետ: Բերված են նաև առաջին (գլխավոր) տիրույթի լայնության արժեքները մասնավոր դեպքի համար:

A. M. Arustamyan

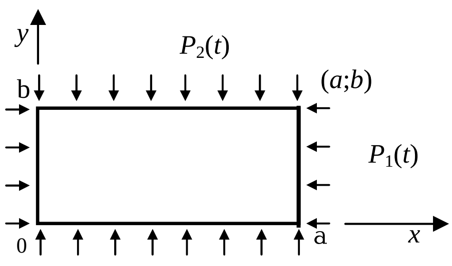
On Dynamic Stability of Rectangular Isotropic Plate with Different Boundary Conditions

The problem of dynamic stability of rectangular isotropic plate in case of different boundary conditions is considered. The solution of the problem is based on the method of solving Mathieu's equation.

В предлагаемой работе рассматривается задача динамической устойчивости и колебаний сжимаемой пластинки, для приближенного решения которой применен метод Бубнова-Галеркина. В качестве базисных функций использованы фундаментальные балочные функции при различных комбинациях граничных условий и сама задача сводится к уравнению Матье-Хилла. Графически показаны области динамической неустойчивости пластинки. Полученные результаты вычислений безразмерной частоты (с учетом свойства квазиортогональности) были сопоставлены с результатами вычислений различными методами. Приведены также значения ширины первой (главной) области неустойчивости для частного случая.

Существует много работ, которые характерны тем, что задача динамической устойчивости сводится к дифференциальному уравнению второго порядка с периодическими коэффициентами (уравнению Матье-Хилла). К числу таких работ относятся работы Ониашвили О.Д., Болотина В.В [3,6], Алфутова Н.А, Багдасаряна Г.Е [1,2].

1. Рассматривается задача динамической устойчивости изотропной пластинки, шарнирно опертой по краям y=0 и y=b, а на краях x=0, x=a приняты различные граничные условия. Пластинка выбрана размерами (a, b, h), модулем упругости E и коэффициентом Пуассона (, загруженной усилиями $P_i(t) = P_{i0} + P_{it} \cdot \cos\theta t \quad (i = 1,2)$ (фиг. 1).



Фиг. 1

Уравнение динамической устойчивости имеет вид [1]:

$$D\nabla^2 w + P_1(t)\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + P_2(t)\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \rho h\cdot\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = 0 \tag{1}$$

где $w(x,y,t)$ – прогиб, t – время, D–цилиндрическая жесткость пластинки.

Представим функцию прогиба в виде:

$$w(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} U_m(x)\cdot V_n(y)\cdot w_{mn}(t) \tag{2}$$

где m, n – числа полуволн по осям Ox и Oy, $U_m(x)$ и $V_n(y)$ – фундаментальные балочные функции собственных колебаний, удовлетворяющие условиям на краях пластинки [3].

Для рассматриваемых условий шарнирного опирания пластинки на краях y=0, y=b балочные функции и собственные значения имеют вид [2]:

$$V_n(y) = \sin\mu_n y\,, \qquad \mu_n = \frac{n\pi}{b}$$

Для пластинки с граничными условиями на краях $x=0$, $x=a$ имеем [2]:

1. $x=0$, $x=a$ – шарнирное опирание

$$U_m(y) = \sin\lambda_m x\,, \qquad \lambda_m = \frac{m\pi}{a}$$

2. $x=0$ – шарнирное опирание, $x=a$ – жесткая заделка

$$U_m(x) = \sin\lambda_m x - k_m \mathrm{sh}\lambda_m x$$

$$k_m = \frac{\sin\lambda_m a}{\mathrm{sh}\lambda_m a}$$

$\lambda_1 = 3.927$, $\lambda_2 = 7.069$, $\lambda_3 = 10.210$, $\lambda_4 = 13.352$, $\lambda_m = \frac{4m+1}{4}\cdot\frac{\pi}{a}$ (при $m>4$).

3. $x=0$ – жесткая заделка, $x=a$ – жесткая заделка

$$U_m(x) = \sin\lambda_m x - \mathrm{sh}\lambda_m x - k_m\left(\cos\lambda_m x - \mathrm{ch}\lambda_m x\right)$$

$$k_m = \frac{\sin\lambda_m a - \mathrm{sh}\lambda_m a}{\cos\lambda_m a - \mathrm{ch}\lambda_m a}$$

$\lambda_1 = 4.730$, $\lambda_2 = 7.859$, $\lambda_3 = 10.996$, $\lambda_4 = 14.137$, $\lambda_m = \frac{2m+1}{2}\cdot\frac{\pi}{a}$ (при $m>4$).

4. $x=0$ – жесткая заделка, $x=a$ – свободный край

$$U_m(x) = \sin\lambda_m x - \mathrm{sh}\lambda_m x - k_m\left(\cos\lambda_m x - \mathrm{ch}\lambda_m x\right)$$

$$k_m = \frac{\sin\lambda_m a + \mathrm{sh}\lambda_m a}{\cos\lambda_m a + \mathrm{ch}\lambda_m a}$$

$\lambda_1 = 1.875$, $\lambda_2 = 4.694$, $\lambda_3 = 7.855$, $\lambda_4 = 10.966$, $\lambda_m = \frac{2m-1}{2}\cdot\frac{\pi}{a}$ (при $m>4$).

Случай 1 хорошо известен [3]. Применение в данном случае метода Бубнова-Галеркина лишь подтверждает известное точное решение. Функция прогиба имеет вид:

$$w(x,y,t) = \sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty} \sin\lambda_m x\cdot\sin\mu_n y\cdot w_{mn}(t) \tag{3}$$

На основании метода Бубнова – Галеркина имеем:

$$\int_0^a\int_0^b L\left(w_{mn}(x,y,t)\right)\cdot \sin\lambda_i x\cdot \sin\mu_j y\,dxdy=0 \tag{4}$$

В итоге уравнение (4) принимает вид уравнения Матье-Хилла:

$$w''_{mn}+\Omega^2_{mn}(1-2\mu\cos\theta t)w_{mn}=0 \tag{5}$$

где $$\Omega^2_{mn}=\omega^2_{mn}\left[1-\frac{P_{10}}{P^*_{1mn}}-\frac{P_{20}}{P^*_{2mn}}\right],\quad \mu=\frac{P_{1t}\cdot P^*_{2mn}+P_{2t}\cdot P^*_{1mn}}{2\cdot(P^*_{1mn}\cdot P^*_{2mn}-P_{10}\cdot P^*_{2mn}-P_{20}\cdot P^*_{1mn})} \tag{6}$$

$$P^*_{1mn}=\frac{D\left(\lambda^2_m+\mu^2_n\right)^2}{\lambda^2_m},\quad P^*_{2mn}=\frac{D\left(\lambda^2_m+\mu^2_n\right)^2}{\mu^2_n} \tag{7}$$

$$\omega^2_{mn}=\frac{D\left(\lambda^2_m+\mu^2_n\right)^2}{\rho h} \tag{8}$$

P^*_{1mn}, P^*_{1mn} – критические значения усилий P_1, P_2 при их независимых статических действиях, μ – коэффициент возбуждения, ω_{mn} – частота собственных колебаний незагруженной пластинки, Ω_{mn} – частота собственных колебаний пластинки, загруженной постоянными составляющими усилий.

<u>Для случая 2</u> функция прогиба представляется в виде:

$$w(x,y,t)=\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}(\sin\lambda_m x-k_m\cdot \mathrm{sh}\lambda_m x)\cdot\sin\mu_n y\cdot w_{mn}(t) \tag{9}$$

Подставив выражение (9) в уравнение (1), получаем:

$$\begin{aligned}L\left(w(x,y,t)\right)&=D\sum_{m=1}^{\infty}\sum_{n=1}^{\infty}\Big[\Big(\lambda^4_m\left(\sin\lambda_m x-k_m\,\mathrm{sh}\lambda_m x\right)+2\lambda^2_m\mu^2_n\left(\sin\lambda_m x+k_m\,\mathrm{sh}\lambda_m x\right)+\\&+\mu^4_n\left(\sin\lambda_m x-k_m\,\mathrm{sh}\lambda_m x\right)\Big)w_{mn}(t)-P_1(t)\cdot\lambda^2_m\left(\sin\lambda_m x+k_m\,\mathrm{sh}\lambda_m x\right)\cdot w_{mn}(t)-\\&-P_2(t)\cdot\mu^2_n\left(\sin\lambda_m x-k_m\,\mathrm{sh}\lambda_m x\right)\cdot w_{mn}(t)+\rho h\cdot w''_{mn}(t)\Big]\cdot\sin\mu_n y=0\end{aligned} \tag{10}$$

На основании метода Бубнова-Галеркина:

$$\int_0^a\int_0^b L\left(w(x,y,t)\right)\cdot(\sin\lambda_i x-k_i\mathrm{sh}\lambda_i x)\sin\mu_j y\,dxdy=0 \tag{11}$$

Задача динамической устойчивости пластинки приводится к одному дифференциальному уравнению второго порядка – к уравнению Матье-Хилла:

$$w''_{mn}+\Omega^2_{mn}(1-2\mu\cos\theta t)w_{mn}=0 \tag{12}$$

где $$\Omega^2_{mn}=\omega^2_{mn}\left[1-\frac{P_{10}}{P^*_{1mn}}-\frac{P_{20}}{P^*_{2mn}}\right],\quad \mu=\frac{P_{1t}\cdot P^*_{2mn}+P_{2t}\cdot P^*_{1mn}}{2\cdot(P^*_{1mn}\cdot P^*_{2mn}-P_{10}\cdot P^*_{2mn}-P_{20}\cdot P^*_{1mn})} \tag{13}$$

$$P^*_{1mn}=\frac{D}{\lambda^2_m A_m}\left(\lambda^4_m+2\lambda^2_m\mu^2_n A_m+\mu^4_n\right),\quad P^*_{2mn}=\frac{D}{\mu^2_n}\left(\lambda^4_m+2\lambda^2_m\mu^2_n A_m+\mu^4_n\right) \tag{14}$$

$$\omega^2_{mn}=\frac{D}{\rho h}(\lambda^4_m+2\cdot\lambda^2_m\cdot\mu^2_n\cdot A_m+\mu^4_n) \tag{15}$$

где $$A_m=\frac{\int_0^a\overline{U_m(x)}\cdot U_m(x)\cdot dx}{\int_0^a U^2_m(x)\cdot dx} \tag{16}$$

$\overline{U_m(x)}$ – сопряженная $U_m(x)$ функция.

Фундаментальные функции, ортогональность которых хорошо известна, не всегда сохраняют это свойство в отношении своих производных. При подстановке балочных функций в уравнение (1) будем иметь производные второго и четвертого порядков. В отношении производных четвертого порядка и кратных им полученные функции ортогональны, в отношении производных второго порядка свойство ортогональности нарушается.

Из отдельных исследований известно, что балочные функции в отношении производных второго порядка обладают свойством квазиортогональности, т.е сумма интегралов произведений с разными индексами пренебрегаема [6].

Введем безразмерные величины:

$$\tilde{\omega}_{mn}^2 = \omega_{mn}^2 \frac{\rho h b^4}{D\pi^4}, \qquad \tilde{P}_{1mn}^* = P_{1mn}^* \frac{b^2}{D\pi^2}, \qquad \tilde{P}_{2mn}^* = P_{2mn}^* \frac{b^2}{D\pi^2} \tag{17}$$

Без учета квазиортогональности:

$$\omega_{ni}^2 = \frac{D}{\rho h}\left(B_i + 2\mu_n^2 A_i + \mu_n^4\right) \tag{18}$$

где

$$A_i = \frac{\int_0^a \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_m^2 \cdot \overline{U_m(x)} \cdot U_i(x) \cdot dx}{\int_0^a \sum_{m=1}^{\infty} U_m(x) \cdot U_i(x) \cdot dx}, \quad B_i = \frac{\int_0^a \sum_{m=1}^{\infty} \lambda_m^4 \cdot U_m(x) \cdot U_i(x) \cdot dx}{\int_0^a \sum_{m=1}^{\infty} U_m(x) \cdot U_i(x) \cdot dx} \tag{19}$$

Аналогичным образом, для двух других случаев получаем уравнение Матье (12), где (13) – (17) имеют тот же вид, но с применением соответстующих балочных функций.

Значения безразмерной величины частот собственных колебаний незагруженной пластинки в зависимости от соотношения длины и ширины пластинки при различных граничных условиях приведены в табл. 1 (без учета свойства квазиортогональности) и в табл. 2 (с учетом свойства квазиортогональности). Расхождение при сопоставлении результатов двух таблиц составляет не более 3%.

2. Рассмотрим случаи, когда на краях y=0 и y=b приняты другие граничные условия. В частности,

- $x = 0$ – жесткая заделка, $y = 0$ – жесткая заделка,
  $x = a$ – жесткая заделка, $y = b$ – жесткая заделка.
- $x = 0$ – шарнирное опирание, $y = 0$ – жесткая заделка,
  $x = a$ – жесткая заделка, $y = b$ – жесткая заделка.
- $x = 0$ – шарнирное опирание, $y = 0$ – шарнирное опирание,
  $x = a$ – жесткая заделка, $y = b$ – жесткая заделка.

Для определения частоты собственных колебаний незагруженной пластинки получаем:

$$\omega_{mn}^2 = \frac{D}{\rho h}\left(\lambda_m^4 + 2\lambda_m^2 \mu_n^2 A_{mn} + \mu_n^4\right) \tag{20}$$

где $$A_{mn}=\frac{\int\limits_0^a\int\limits_0^b \overline{U_m(x)}\cdot\overline{V_n(y)}\cdot U_m(x)\cdot V_n(x)\cdot dx\cdot dy}{\int\limits_0^a\int\limits_0^b U_m^2(x)\cdot V_n^2(x)\cdot dx\cdot dy} \quad (21)$$

3. При определенных соотношениях коэффициентов уравнение Матье-Хилла имеет неограниченно возрастающие решения, которым соответствуют области динамической устойчивости рассматриваемой задачи.

Области неограниченно возрастающих решений отделяются от областей устойчивости периодическими решениями с периодами T и 2T. Два решения с одинаковым периодом ограничивают область неустойчивости, а два решения с разными периодами–область устойчивости.

Периодические решения уравнения Матье представим в виде рядов Фурье:

$$w_{mn}(t)=\sum_{k=1,3,5}^{\infty}\left(a_k\sin\frac{k\theta t}{2}+b_k\cos\frac{k\theta t}{2}\right) \text{ – для решения с периодом 2T} \quad (22)$$

$$w_{mn}(t)=b_0+\sum_{k=2,4,6}^{\infty}\left(a_k\sin\frac{k\theta t}{2}+b_k\cos\frac{k\theta t}{2}\right) \text{ – для решения с периодом T} \quad (23)$$

подстановка которых в уравнение (5) Матье приводит к уравнению критических частот, связывающее частоты внешней нагрузки с собственной частотой пластинки. Под критическими частотами понимаем частоты внешней нагрузки θ_*, соответствующие границам областей неустойчивости.

Для определения областей неустойчивости, ограниченных периодическимим решениями с периодом 2T:

$$\begin{vmatrix} 1\pm\mu-\frac{\theta^2}{4\Omega^2} & -\mu & 0 & \ldots \\ -\mu & 1-\frac{9\theta^2}{4\Omega^2} & -\mu & \ldots \\ 0 & -\mu & 1-\frac{25\theta^2}{4\Omega^2} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix}=0 \quad (24)$$

Для определения областей неустойчивости, ограниченных периодическимим решениями с периодом T:

$$\begin{vmatrix} 1-\frac{\theta^2}{\Omega^2} & -\mu & 0 & \ldots \\ -\mu & 1-\frac{4\theta^2}{\Omega^2} & -\mu & \ldots \\ 0 & -\mu & 1-\frac{16\theta^2}{\Omega^2} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix}=0 \quad (25)$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -\mu & 0 & 0 & \ldots \\ -2\mu & 1-\frac{\theta^2}{\Omega^2} & -\mu & 0 & \ldots \\ 0 & -\mu & 1-\frac{4\theta^2}{\Omega^2} & -\mu & \ldots \\ 0 & 0 & -\mu & 1-\frac{16\theta^2}{\Omega^2} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{vmatrix}=0 \quad (26)$$

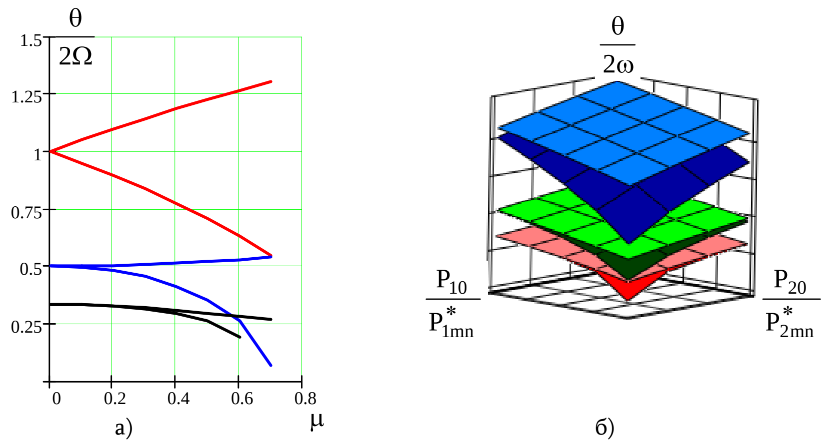
Для определения границ главной области неустойчивости, а также второй и третьей областей получены следующие приближенные формулы критических частот:

$$\theta_* = 2\Omega\sqrt{1\pm\mu}\ ,\ \theta_* = \Omega\sqrt{1+\frac{1}{3}\mu^2}\ ,\ \theta_* = \Omega\sqrt{1-2\mu^2}\ ,\ \theta_* = \frac{2}{3}\Omega\sqrt{1-\frac{9\mu^2}{8\pm 9\mu}} \tag{27}$$

Из **(27)** видно, что ширина полосы первой области неустойчивости ((. В табл. 2 приведены значения коэффициента (для частного случая, когда $P_{1t}/P_{10} = 0.3$, $P_{2t}/P_{20} = 0.1$.

На фиг. 2а показано распределение первых трех областей неустойчивости пластинки для уравнения Матье-Хилла **(5)** на плоскости $(\theta/2\Omega, \mu)$.

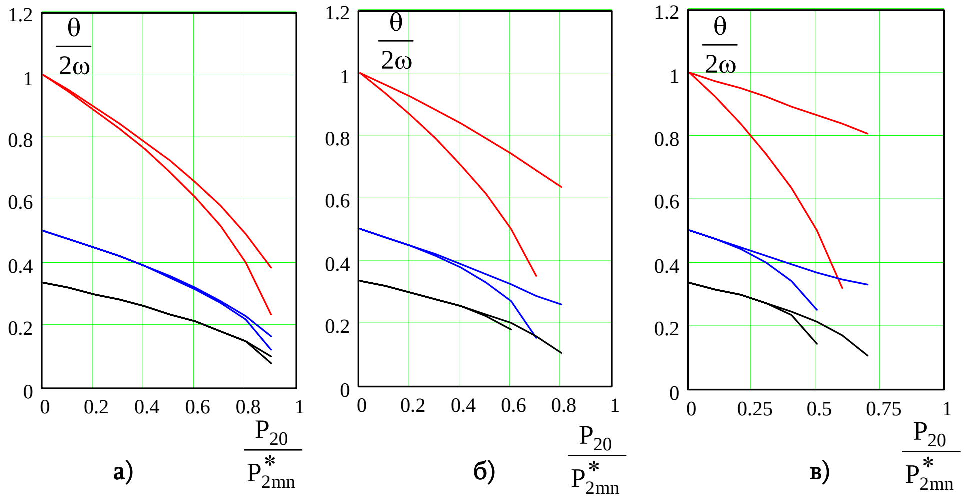
На фиг. 2б изображены области неустойчивости в зависимости от соотношений P_{10}/P^*_{1mn} и P_{20}/P^*_{2mn} для частного случая $P_{1t}/P_{10} = 0.3$, $P_{2t}/P_{20} = 0.1$.



Фиг. 2 Распределение первых трех областей неустойчивости

На фиг. 3 показано изменение ширины областей неустойчивости при увеличении P_{2t}/P_{20} для частного случая, когда $P_1(t)=0$. При больших P_{20}/P^*_{2mn} формулы **(27)** непреемлемы. В этом случае нужно пользоваться диаграммой Матье или таблицами собственных значений уравнения Матье.

В табл. 1 приведены значения безразмерной величины частот собственных колебаний незагруженной пластинки без учета свойства квазиортогональности, а в табл. 2–с учетом свойства квазиортогональности и коэффициента μ.



Фиг. 3 Области неустойчивости пластинки при $P_1(t)=0$, когда:
а) $P_{2t}/P_{20}=0.1$, б) $P_{2t}/P_{20}=0.5$, в) $P_{2t}/P_{20}=1.0$.

Таблица 1.

Граничн. условия	d=a/b							
	ω_{mn}	1/4	1/3	1/2	1	2	3	4
1.y=0 – шарнир	ω_{11}	17.00	10.00	5.000	2.000	1.250	1.110	1.063
y=b – шарнир	ω_{13}	25.00	18.00	13.00	10.00	9.250	9.110	9.063
x=0 – шарнир	ω_{31}	145.0	82.00	37.00	10.00	3.250	2.000	1.563
x=a – шарнир	ω_{33}	153.0	90.00	45.00	18.00	11.25	10.00	9.563
2.y=0 – шарнир	ω_{11}	25.75	14.84	7.049	2.422	1.326	1.139	1.076
y=b – шарнир	ω_{13}	32.47	21.80	14.41	10.26	9.308	9.137	9.077
x=0 – шарнир	ω_{31}	169.9	96.00	43.19	11.51	3.597	2.141	1.636
x=a – заделка	ω_{33}	177.5	103.6	50.81	19.27	11.52	10.11	9.625
3.y=0 – шарнир	ω_{11}	25.94	15.04	7.295	2.797	1.824	1.671	1.621
y=b – заделка	ω_{13}	33.49	22.94	15.72	11.75	10.85	10.69	10.63
x=0 – шарнир	ω_{31}	170.1	96.21	43.40	11.75	3.930	2.549	2.093
x=a – заделка	ω_{33}	178.4	104.5	51.83	20.51	12.96	11.61	11.15
4.y=0 – шарнир	ω_{11}	36.27	20.47	9.210	2.578	1.205	1.059	1.025
y=b – шарнир	ω_{13}	38.29	23.21	13.50	9.542	9.087	9.035	9.019
x=0 – заделка	ω_{31}	196.6	110.9	49.71	13.00	3.857	2.203	1.646
x=a – заделка	ω_{33}	202.6	117.0	55.93	19.83	11.44	10.05	9.579
5.y=0 – шарнир	ω_{11}	36.32	20.54	9.313	2.864	1.709	1.604	1.580
y=b – заделка	ω_{13}	38.79	23.95	14.66	11.05	10.64	10.59	10.58
x=0 – заделка	ω_{31}	196.8	111.1	49.88	13.20	4.157	2.593	2.095
x=a – заделка	ω_{33}	203.3	117.7	56.80	20.99	12.87	11.55	11.11
6.y=0 – заделка	ω_{11}	36.24	20.49	9.345	3.218	2.336	2.276	2.265
y=b – заделка	ω_{13}	39.18	24.65	15.85	12.65	12.31	12.27	12.26
x=0 – заделка	ω_{31}	196.1	110.4	49.22	12.65	3.963	2.739	2.449

x=a – заделка	ω_{33}	202.8	117.3	56.55	21.50	14.14	13.03	12.67

П олученные результаты были сопоставлены с результатами вычислений безразмерной частоты, защемленной по контуру пластинки методом Эдмана [7]. Расхождение составляет 1.7%. Сопоставление результатов вычислений различными методами безразмерной частоты ω_{11} квадратной пластинки показало:

$\omega_{11} = 37.46$ – метод Рэлея-Ритца (первое приближение),

$\omega_{11} = 36.59$ – метод Бубнова-Галеркина,

$\omega_{11} = 35.99$ – метод Рэлея-Ритца,

$\omega_{11} = 35.999$ – метод Эдмана.

Таблица 2.

Граничн. условия	d=a/b							
	ω_{mn}	1/4	1/3	1/2	1	2	3	4
1. y=0 – шарнир y=b – шарнир x=0 – шарнир x=a – шарнир	ω_{11}	17.00	10.00	5.000	2.000	1.251	1.111	1.063
	μ_{11}	0.009	0.016	0.033	0.100	0.280	0.540	0.894
	ω_{13}	25.00	18.00	13.00	10.00	9.250	9.111	9.063
	μ_{13}	0.005	0.006	0.007	0.007	0.006	0.006	0.006
	ω_{31}	145.0	82.00	37.00	10.00	3.25	2.000	1.563
	μ_{31}	0.001	0.002	0.004	0.016	0.053	0.100	0.153
	ω_{33}	153.0	90.00	45.00	18.00	11.25	10.00	9.563
	μ_{33}	0.001	0.002	0.003	0.006	0.007	0.007	0.007
2. y=0 – шарнир y=b – шарнир x=0 – шарнир x=a – заделка	ω_{11}	25.76	14.82	7.028	2.403	1.318	1.136	1.075
	μ_{11}	0.004	0.008	0.017	0.062	0.211	0.434	0.737
	ω_{13}	32.28	21.63	14.29	10.22	9.296	9.131	9.074
	μ_{13}	0.003	0.005	0.006	0.007	0.006	0.006	0.006
	ω_{31}	169.9	95.96	43.15	11.47	3.569	2.120	1.621
	μ_{31}	0.001	0.001	0.003	0.012	0.044	0.086	0.135
	ω_{33}	177.2	103.3	50.52	19.08	11.44	10.07	9.600
	μ_{33}	0.001	0.001	0.002	0.005	0.007	0.007	0.007
3. y=0 – шарнир y=b – заделка x=0 – шарнир x=a – заделка	ω_{11}	25.90	14.99	7.238	2.758	1.810	1.666	1.619
	μ_{11}	0.003	0.006	0.013	0.040	0.074	0.083	0.086
	ω_{13}	33.05	22.57	15.48	11.67	10.83	10.68	10.63
	μ_{13}	0.003	0.004	0.005	0.006	0.005	0.005	0.005
	ω_{31}	170.1	96.12	43.32	11.67	3.869	2.508	2.066
	μ_{31}	0.001	0.001	0.002	0.009	0.030	0.050	0.064
	ω_{33}	177.7	103.8	51.21	20.12	12.80	11.54	11.11
	μ_{33}	0.001	0.001	0.002	0.005	0.006	0.006	0.005

Продолжение таблицы 2

4. y=0 – шарнир y=b – шарнир x=0 – заделка x=a – заделка	ω_{11}	36.83	20.97	9.654	2.938	1.395	1.158	1.085
	μ_{11}	0.002	0.004	0.009	0.037	0.153	0.350	0.628
	ω_{13}	41.90	26.44	15.91	10.42	9.324	9.141	9.079
	μ_{13}	0.002	0.003	0.005	0.006	0.006	0.006	0.006
	ω_{31}	196.8	111.1	49.83	13.08	3.923	2.254	1.685
	μ_{31}	0.001	0.001	0.002	0.010	0.036	0.073	0.119
	ω_{33}	203.4	117.7	56.60	20.29	11.64	10.14	9.637
	μ_{33}	0.001	0.001	0.002	0.005	0.007	0.007	0.007
5. y=0 – шарнир y=b – заделка x=0 – заделка x=a – заделка	ω_{11}	36.94	21.09	9.813	3.239	1.868	1.682	1.626
	μ_{11}	0.002	0.003	0.007	0.027	0.067	0.081	0.085
	ω_{13}	42.51	27.23	16.99	11.85	10.85	10.69	10.63
	μ_{13}	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.005	0.005
	ω_{31}	197.0	111.2	49.97	13.26	4.203	2.625	2.119
	μ_{31}	0.000	0.001	0.002	0.007	0.025	0.045	0.060
	ω_{33}	203.9	118.3	57.24	21.28	12.99	11.60	11.14
	μ_{33}	0.001	0.001	0.002	0.004	0.006	0.006	0.005
6. y=0 – заделка y=b – заделка x=0 – заделка x=a – заделка	ω_{11}	37.02	21.20	9.989	3.659	2.497	2.355	2.314
	μ_{11}	0.001	0.002	0.006	0.021	0.037	0.039	0.039
	ω_{13}	43.19	28.13	18.23	13.42	12.52	12.37	12.32
	μ_{13}	0.002	0.003	0.004	0.005	0.005	0.004	0.004
	ω_{31}	197.1	111.3	50.06	13.42	4.557	3.125	2.699
	μ_{31}	0.000	0.001	0.001	0.005	0.019	0.030	0.035
	ω_{33}	204.4	118.8	57.92	22.38	14.48	13.20	12.78
	μ_{33}	0.000	0.001	0.002	0.004	0.005	0.005	0.005

Приведенные в табл. 2 результаты вычислений показывают, что величина коэффициента возбуждения μ, которая характеризует параметры главной области неустойчивости, в зависимости от закрепления краев пластинки меняется, причем более жестким закреплениям соответствуют меньшие значения μ, т.е. с увеличением жесткости закрепления главная область неустойчивости уменьшается.

Из табл. 2 следует также, что характер возрастания значений безразмерных частот ω_{11}, ω_{13}, ω_{31}, ω_{33} при ужесточении граничных условий существенно зависит от отношения сторон d=a/b.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. М.: Машиностроение, 1991. 335с.
2. Багдасарян Г.Е. Колебания и устойчивость магнитиупругих систем. Ереван: Изд. ЕГУ, 1999. 440с.
3. Болотин В.В. Динамическая устойчивость упругих систем. М.:Гостехиздат. 1956. 600с.
4. Власов В.З. Строительная механика тонкостенных пространственных систем. М.: Стройиздат, 1949. 435 с.
5. Гнуни В.В. Параметрические колебания загруженной осевой силой цилиндрической оболочки из композиционного материала. Изв. НАН Армении. Механика. 1999. Т. 52. 1 2. С. 23–29.
6. Ониашвили О.Д. Некоторые динамические задачи теории оболочек. М.: Изд. АН СССР, 1957.
7. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах.Т.3. М.: Машиностроение, 1968. 968с.

Государственный Инженерный
Университет Армении

Поступила в редакцию
13.01.2006