ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 59, №1, 2006 Механика

УДК 539.3

О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ НАСЛЕДСТВЕННО СТАРЕЮЩЕЙ ВЯЗКОУПРУГОЙ ПЛОСКОСТИ С КОЛЛИНЕАРНОЙ СИСТЕМОЙ ЖЕСТКИХ ВКЛЮЧЕНИЙ

Мирзоян Е.С.

Ե.Ս.Միրզոյան
Կոշտ ներդրակների համազիծ համակարգով ժառանգականորեն ծերացող առաձգամածուցիկ հարթության լարվածային վիճակի մասին

Աշխատանքում դիտարկվում է կոշտ ներդրակների համազիծ համակարգով ժառանգականորեն համասեռ ծերացող առաձգամածուցիկության տեսության խնդիրը հարթության համար: Ստացված է հիմնական հավասարումը, որը լարումների թռիչքի ֆունկցիայի սինգուլյար ինտեգրալ հավասարում է: Որոշված է լարումները ներդրակների համակարգի վրա և համակարգից դուրս: Դիտարկված են մասնավոր դեպքեր, երբ հարթությունը պարունակում է մեկ կամ երկու ներդրակներ:

Y.S. Mirzoyan
On the Stress State of Ageing Heredity Viscoelastic Plane with Collinear System Solid Inclusions

In this work the stress-strain state of ageing heredity viscoelastic plane with collinear system finite absolute solid thin inclusions is investigated. The theory of creep of the material, together with age and the heredity factors is based on N.Kh.Harutyunyan's theory. The general equation for this problem is received and solved. Particular cases are taken into consideration.

Многие инженерные конструкции, армированные тонкостенными элементами, например, железобетонные конструкции, по технологическим условиям изготовления во многих случаях неоднородны, а по эксплуатационным условиям службы подвержены воздействиям изменяющихся во времени длительных нагрузок. Поэтому при разработке эффективных методов их расчета должны полнее учитываться реологические свойства отдельных блоков или элементов конструкций, обладающих вязкоупругими свойствами. Это приводит к необходимости рассмотрения задач о напряженном состоянии таких конструкций или их деталей в постановке теории ползучести неоднородно-наследственно стареющих тел. Такая теория построена Н.Х.Арутюняном [1-3].

В работе [4] в постановке теории ползучести неоднородно стареющих тел рассмотрены задачи контактного взаимодействия между бесконечными стрингерами и полосами. В [5] обсуждена задача о напряженном состоянии вязкоупругой плоскости с разрезами. В [6] исследованы важные классы новых контактных задач теории ползучести.

В настоящей работе в постановке теории ползучести однородно-наследственно стареющих тел рассматривается задача о напряженном состоянии вязкоупругой плоскости, армированной коллинеарной системой произвольного конечного числа абсолютно жестких тонких включений. Обсуждаются частные случаи поставленной задачи.

Исследование этой же задачи в постановке неоднородно-наследственно стареющих тел составляет предмет отдельного исследования и будет рассматриваться в дальнейщем.

1. Постановка задачи и вывод определяющих уравнений.

Пусть однородная наследственно стареющая вязкоупругая плоскость, отнесенная к правой прямоугольной системе координат Oxy, по совокупности отрезков $L_k = \{y = 0; a_k \le x \le b_k, a_k < b_k\}$ $(k = 1, 2, ..., n)$; причем $b_k < a_{k+1}$ $(k = 1,2,....., n-1)$ армирована абсолютно жесткими тонкими прямолинейными включениями. Будем считать, что материал плоскости обладает мерой ползучести $C(t,\tau)$, модулем упруго-мгновенной деформации $E(t)$ и находится в условиях плоской деформации. Пусть далее в момент времени τ_0 на k-ом $(k=\overline{1,n})$ включении действуют силы с главным вектором $\{T_k(t),P_k(t)\}$ и главным моментом $M_k(t)$, изменяющимися во времени t. Одновременно начиная с момента τ_0, вязкоупругая плоскость на бесконечности подвержена воздействиям равномерно распределенных нормальных и касательных напряжений, т.е.

$$\sigma_y^\infty = p(t),\quad \sigma_x^\infty = q(t),\quad \sigma_{xy}^\infty = \tau(t)$$

где $\sigma_y^\infty, \sigma_x^\infty$ и σ_{xy}^∞ –соответствующие компоненты напряжений на бесконечности.

Требуется определить напряженно-деформированное состояние плоскости. Предположим, что для материала плоскости коэффициенты поперечного сжатия для упруго-мгновенной деформации $\nu(t)$ и деформация ползучести $\nu^*(t,\tau)$ постоянны [1-3]:

$$\nu(t)=\nu^*(t,\tau)=\nu=\mathrm{const} \tag{1.1}$$

Тогда для плоской деформации основные реологические соотношения-зависимости между напряжениями и деформациями для материала плоскости имеют вид [3-5]:

$$\begin{gathered}\varepsilon_x^*(t)=\frac{\partial u^*}{\partial x}=\frac{1-\nu^2}{E^*(t)}\left[\sigma_x(t)-\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_y(t)\right]-\\-\int_{\tau_0}^{t}\frac{1-\nu^2}{E^*(\tau)}\left[\sigma_x(\tau)-\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_y(\tau)\right]E^*(\tau)K^*(t,\tau)d\tau\\ \varepsilon_y^*(t)=\frac{\partial v^*}{\partial y}=\frac{1-\nu^2}{E^*(t)}\left[\sigma_y(t)-\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_x(t)\right]-\\-\int_{\tau_0}^{t}\frac{1-\nu^2}{E^*(\tau)}\left[\sigma_y(\tau)-\frac{\nu}{1-\nu}\sigma_x(\tau)\right]E^*(\tau)K^*(t,\tau)d\tau\\ \gamma_{xy}^*(t)=\frac{\partial u^*}{\partial y}+\frac{\partial v^*}{\partial x}=2(1+\nu)\left[\frac{\tau_{xy}(\tau)}{E^*(t)}-\int_{\tau_0}^{t}\frac{\tau_{xy}(\tau)}{E^*(\tau)}E^*(\tau)K^*(t,\tau)d\tau\right]\end{gathered} \tag{1.2}$$

$$E^*(t)=E(t+\rho),\rho=\tau-\tau_0 \tag{1.3}$$

$$K^*(t,\tau)=K(t+\rho,\tau+\rho),K(t,\tau)=\frac{\partial}{\partial\tau}\left[\frac{1}{E(\tau)}+C(t,\tau)\right] \tag{1.4}$$

Здесь звездочки над компонентами деформаций и смещений означают, что они берутся с учетом ползучести. Входящие в (1.4) меры ползучести представляются в виде [1-3]:

$C(t,\tau)=\varphi(\tau)f(t-\tau)\quad(t\ge\tau)$, где функция $\varphi(t)$ характеризует старение материала, а функция $f(t-\tau)$ –его наследственные свойства, причем

$$f(t-\tau)=\sum_{k=0}^{n} B_k e^{-\gamma_k(t-\tau)} \qquad B_0=1, \sum_{k=0}^{n} B_k=0, \gamma_0=0, \quad \gamma_k>0 \quad (k=1,2,...,n)$$

а функция $\varphi(\tau)$ аппроксимируется одним из выражений

$$\varphi(\tau)=A_0+\sum_{k=1}^{n} A_k e^{-\beta_k \tau}, \quad \varphi(\tau)=A_0+\sum_{k=1}^{n} \frac{A_k}{\tau^k} \quad \left(\beta_k>0, k=1,2,...,n\right)$$

где A_k, B_k, γ_k и β_k –константы материала плоскости, определяемые экспериментальным путем. В дальнейшем примем также, что $E(t)=E=\text{const}$.

Применив к (1.2) известную процедуру получения перемещений [5], придем к соотношениям (I –единичный оператор)

$$u^*(x,y,t)=(I-K)u(x,y,t), \quad v^*(x,y,t)=(I-K)v(x,y,t)$$

$$K\varphi=\int_{\tau_0}^{t}\varphi(\tau)E^*(\tau)K^*(t,\tau)d\tau \tag{1.5}$$

Таким образом, при условиях (1.1) компоненты смещений u^* и v^* точек упруго-ползучего тела с учетом ползучести выражаются через те же компоненты упруго-мгновенных смещений $u(x,y,t)$ и $v(x,y,t)$. В случае обобщенного плоского напряженного состояния тела в уравнениях (1.2) следует произвести замену: $\nu \to \nu/(1+\nu)$, $E \to E(1+2\nu)/(1+\nu)^2$.

Далее вязкоупругую плоскость по горизонтальной оси Ox разрежем на верхнюю и нижнюю полуплоскости и вычислим компоненты смещений граничных точек верхней (+) и нижней (–) полуплоскостей. На основании известных результатов [5] и с учетом (1.1)–(1.4)

$$W_\pm(x,0,t)=u_\pm(x,0,t)+iv_\pm(x,0,t)=\pm\frac{\kappa+1}{4\pi\mu}\int_{-\infty}^{\infty}\chi_\pm(u,t)\ln\frac{1}{|x-u|}du+$$

$$+i\frac{\kappa-1}{8\mu}\int_{-\infty}^{\infty}\chi_\pm(u,t)\operatorname{sgn}(x-u)du+\frac{x}{8\mu}\left[(\kappa-3)p(t)+(\kappa+1)q(t)+4i\tau(t)\right] \tag{1.6}$$

$$\kappa=3-4\nu, \quad \mu=E/2(1+\nu); \chi_\pm(x,t)=T_\pm(x,t)+i\Sigma_\pm(x,t) \quad (-\infty<x<+\infty)$$

$$-\sigma_y\Big|_{y=\pm0}=\Sigma_\pm(x,t)=\begin{cases}p_\pm(x,t), & x\in L\\ \sigma(x,t), & x\in L'\end{cases} \quad -\sigma_{xy}\Big|_{y=\pm0}=T_\pm(x,t)=\begin{cases}\tau_\pm(x,t), & x\in L\\ \tau(x,t), & x\in L'\end{cases}$$

$$L=\bigcup_{k=1}^{n}L_k, \; L'=R/L, R=\{y=0,-\infty<x<\infty\}$$

Здесь $u_\pm(x,0,t), v_\pm(x,0,t)$ –смещенния граничных точек, соответственно, верхней и нижней полуплоскостей, а σ_y, σ_{xy} –компоненты напряжений.

Теперь приняв во внимание (1.5) из (1.6), находим

$$W^*(x,0,t)=W_+^{*/}+W_-^{*/}=\frac{\kappa+1}{4\pi\mu}(I-K)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du+i\frac{\kappa-1}{4\mu}(I-K)\Sigma(x,t)+$$

$$+\frac{1}{4\mu}(I-K)\left[(\kappa-3)p(t)+(\kappa+1)q(t)+4i\tau(t)\right]$$

$$\Phi^*(x,0,t) = W_+^{*/} - W_-^{*/} = \frac{\kappa+1}{4\pi\mu}(I-K)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Sigma(u,t)}{u-x}du + i\frac{\kappa-1}{4\mu}(I-K)\Omega(x,t)$$

где штрих означает производную по x, а

$\Omega(x,t) = \chi_+(x,t) - \chi_-(x,t), \quad \Sigma(x,t) = \chi_+(x,t) + \chi_-(x,t) \quad (-\infty < x < \infty).$

Отсюда при помощи преобразования Фурье получим

$$W^*(x,0,t) = \frac{\kappa}{\mu\pi(\kappa+1)}(I-K)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du - i\frac{\kappa-1}{\pi(\kappa+1)}(I-K)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Phi(u,0,t)}{u-x}du +$$

$$+\frac{1}{4\mu}(I-K)\left[(\kappa-3)p(t) + (\kappa+1)q(t) + 4i\tau(t)\right] \tag{1.7}$$

$$\Sigma^*(x,t) = -\frac{4\mu}{\pi(\kappa+1)}(I-K)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Phi(u,0,t)}{u-x}du + i\frac{\kappa-1}{\pi(\kappa+1)}(I-K)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du$$

Так как смещения непрерывны на оси Ox, то $\Phi(x,0,t) \equiv 0 \ (-\infty < x < \infty)$. С другой стороны, из-за непрерывности напряжений на L' имеем $\Omega(x,t) \equiv 0$ при $x \in L'$. С учетом этих фактов (1.7) примет вид

$$W^*(x,0,t) = \frac{\kappa}{\mu\pi(\kappa+1)}(I-K)\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du +$$

$$+\frac{1}{4\mu}(I-K)\left[(\kappa-3)p(t) + (\kappa+1)q(t) + 4i\tau(t)\right] \tag{1.8}$$

$$\Sigma^*(x,t) = i\frac{\kappa-1}{\pi(\kappa+1)}(I-K)\int_L\frac{\Omega(u,0,t)}{u-x}du \qquad (-\infty < x < \infty)$$

Далее при помощи (1.8) приходим к следующему ключевому уравнению поставленной задачи:

$$W(x,0,t) = \frac{\kappa}{\mu\pi(\kappa+1)}\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du + \frac{1}{4\mu}\left[(\kappa-3)p(t) + (\kappa+1)q(t) + 4i\tau(t)\right]$$

$$\Sigma(x,t) = i\frac{\kappa-1}{\pi(\kappa+1)}\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du \qquad (-\infty < x < \infty) \tag{1.9a,b}$$

2. Решение определяющего интегрального уравнения

Рассматривая ключевое уравнение (1.9a) на системе включений L, относительно $\Omega(x,t)$ получим следующее сингулярное интегральное уравнение:

$$\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du = f(x,t)$$

$$f(x,t) = \frac{2E\pi(1-\nu)}{(3-4\nu)(1+\nu)}W(x,0,t) + \frac{4\pi(1-\nu)}{3-4\nu}\left[\nu p(t) - (1-\nu)q(t) - i\tau(t)\right] \tag{2.1}$$

Решение этого уравнения можно представить формулой [7]:

$$\Omega(x,t)=\frac{(-1)^{n-l+1}}{\pi\sqrt{\left|\prod_{m=1}^{n}(x-a_m)(x-b_m)\right|}}\left[\frac{1}{\pi}\sum_{m=1}^{n}(-1)^{n-m}\int_{a_m}^{b_m}\sqrt{\left|\prod_{m=1}^{n}(y-a_m)(y-b_m)\right|}\times\right.$$

$$\left.\times\frac{f(y,t)}{y-x}dy+P_{n-1}(x)\right] \tag{2.2}$$

$$a_l<x<b_l\ \ (l=\overline{1,n})\qquad P_{n-1}(x)=c_0+c_1x+....+c_{n-1}x^{n-1}$$

где $c_m(t)$ $(m=\overline{0,n-1})$ –произвольные функции (постоянные по x), подлежащие определению. Они определяются из условий равновесия включений:

$$\int_{a_m}^{b_m}\Omega(x,t)dx=T_m(t)+iP_m(t),\quad \mathrm{Im}\int_{a_m}^{b_m}\Omega(x,t)xdx=M_m(t)\quad (m=\overline{1,n}) \tag{2.3}$$

В результате, для контактных напряжений на берегах включения и на L' получим

$$\tau_+(x,t)=\frac{1}{2}\left[\mathrm{Re}\,\Omega(x,t)-\mathrm{Im}\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du\right]$$

$$\tau_-(x,t)=-\frac{1}{2}\left[\mathrm{Re}\,\Omega(x,t)+\mathrm{Im}\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du\right]$$

$$p_+(x,t)=\frac{1}{2}\left[\mathrm{Im}\,\Omega(x,t)+\mathrm{Re}\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du\right]\qquad (x\in L)$$

$$p_-(x,t)=\frac{1}{2}\left[-\mathrm{Im}\,\Omega(x,t)+\mathrm{Re}\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du\right]$$

$$\tau(x,t)=-\frac{1}{2}\mathrm{Im}\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du$$

$$\sigma(x,t)=\frac{1}{2}\mathrm{Re}\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\int_L\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du\qquad (x\in L'). \tag{2.4}$$

3. Частные случаи.

Пусть плоскость содержит только одно включение, $L=(-a,a)$. Тогда

$$W(x,0,t)=W_+'(x,0,t)+W_-'(x,0,t)=2i\alpha,$$

где α -угол вращения включения.

В данном случае

$$f(x)=\beta=\frac{2E\pi\alpha(1-\nu)i}{(3-4\nu)(1+\nu)}+\frac{4\pi(1-\nu)}{3-4\nu}\left[\nu p-(1-\nu)q-i\tau\right]$$

и уравнение (2.1) примет вид

$$\int_{-a}^{a}\frac{\Omega(u,t)}{u-x}du=\beta \tag{3.1}$$

Решение этого уравнения дается формулой [7]:

$$\Omega(x,t) = -\frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}\left[\frac{1}{\pi}\int_{-a}^{a}\frac{\sqrt{a^2 - t^2}}{t - x}\beta dt + c_0\right] \qquad |x| < a \qquad (3.2)$$

Так как [8]:

$$\int_{-a}^{a}\frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{x - y}dx = \begin{cases}\pi\,\mathrm{sgn}\,y\sqrt{y^2 - a^2} - \pi y & (|y| > a)\\ -\pi y \quad (|y| < a)\end{cases}$$

то из (2.3)

$$c_0 = -T(t) - iP(t),\ \beta = \frac{4\pi(1-\nu)}{3-4\nu}\left[\nu p(t) - (1-\nu)q(t) + i\frac{M(t)(3-4\nu)}{2\pi a^2(1-\nu)}\right]$$

Следовательно, по (2.4)-(2.6) $(T_1 = T, P_1 = P,\ M_1 = M)$

$$\Omega(x,t) = \frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}\left[\beta x + T + iP\right]$$

$$\tau_+(x,t) = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}\left[T + \frac{4\pi(1-\nu)\left[\nu p - (1-\nu)q\right]}{3-4\nu}x\right] - \frac{1-2\nu}{\pi(1-\nu)}\frac{M}{a^2}\right\}$$

$$\tau_-(x,t) = -\frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}\left[T + \frac{4\pi(1-\nu)\left[\nu p - (1-\nu)q\right]}{3-4\nu}x\right] + \frac{1-2\nu}{\pi(1-\nu)}\frac{M}{a^2}\right\}$$

$$p_+(x,t) = \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}\left[P + \frac{2M}{a^2}x\right] + \frac{2(1-2\nu)\left[\nu p - (1-\nu)q\right]}{3-4\nu}\right\}$$

$$p_-(x,t) = \frac{1}{2}\left\{\frac{2(1-2\nu)\left[\nu p - (1-\nu)q\right]}{3-4\nu} - \frac{1}{\pi\sqrt{a^2 - x^2}}\left[P + \frac{2M}{a^2}x\right]\right\} \qquad (|x| < a)$$

$$\tau(x,t) = -\frac{1-2\nu}{4\pi(1-\nu)}\left[\frac{2M}{a^2}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}\mathrm{sgn}\,x\right) - \frac{P}{\sqrt{x^2 - a^2}}\mathrm{sgn}\,x\right] \qquad (|x| > a)$$

$$\sigma(x,t) = -\frac{(1-2\nu)\left[\nu p - (1-\nu)q\right]}{3-4\nu}\left(1 - \frac{x}{\sqrt{x^2 - a^2}}\mathrm{sgn}\,x\right) - \frac{1-2\nu}{4\pi(1-\nu)}\frac{T}{\sqrt{x^2 - a^2}}\mathrm{sgn}\,x$$

Если плоскость содержит два однинаковых и симметрично расположенных относительно начала координат включения $L = (-b,a)\bigcup(a,b)$, то из (2.2) получим

$$f(x) = \frac{4E\pi\gamma_l(1-\nu)i}{(3-4\nu)(1+\nu)} - \frac{4\pi(1-\nu)}{3-4\nu}\left[-\nu p + (1-\nu)q + i\tau\right] = \beta_l \qquad (l = 1,2)$$

$$\Omega(x,t)=\frac{(-1)^{3-l}}{\pi\sqrt{(b^2-x^2)(x^2-a^2)}}\left[-\frac{1}{\pi}\int_{-b}^{-a}\sqrt{(b^2-s^2)(s^2-a^2)}\,\frac{\beta_1 ds}{s-x}+\right.$$

$$\left.+\frac{1}{\pi}\int_{a}^{b}\sqrt{(b^2-s^2)(s^2-a^2)}\,\frac{\beta_2 ds}{s-x}+c_0+c_1x\right]\qquad \left(x\in(-b,-a)\bigcup(a,b)\right)$$

После простых преобразований и с учетом (2.3) будем иметь

$$\tau_+(x,t)=\frac{1}{2}\left\{-\operatorname{sgn}x\left[\operatorname{Re}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\varphi(x)+\frac{\operatorname{Re}c_0}{\pi^2\sqrt{\left(x^2-a^2\right)\left(b^2-x^2\right)}}+\frac{\operatorname{Re}c_1x}{\pi^2\sqrt{\left(x^2-a^2\right)\left(b^2-x^2\right)}}\right]-\right.$$

$$\left.-\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\left[\operatorname{Im}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}-\operatorname{Im}\frac{\beta_1-\beta_2}{2}\operatorname{sgn}x\right]\right\}$$

$$\tau_-(x,t)=-\frac{1}{2}\left\{-\operatorname{sgn}x\left[\operatorname{Re}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\varphi(x)+\frac{\operatorname{Re}c_0}{\pi^2\sqrt{\left(x^2-a^2\right)\left(b^2-x^2\right)}}+\frac{\operatorname{Re}c_1x}{\pi^2\sqrt{\left(x^2-a^2\right)\left(b^2-x^2\right)}}\right]+\right.$$

$$\left.+\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\left[\operatorname{Im}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}-\operatorname{Im}\frac{\beta_1-\beta_2}{2}\operatorname{sgn}x\right]\right\}$$

$$p_+(x,t)=\frac{1}{2}\left\{-\operatorname{sgn}x\left[\operatorname{Im}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\varphi(x)-\operatorname{Im}\frac{\beta_1-\beta_2}{2}\psi(x)+\frac{\operatorname{Im}c_0}{\pi^2\sqrt{\left(x^2-a^2\right)\left(b^2-x^2\right)}}+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\operatorname{Im}c_1x}{\pi^2\sqrt{\left(x^2-a^2\right)\left(b^2-x^2\right)}}\right]+\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\operatorname{Re}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\right\}\quad \left(x\in(-b,-a)\cup(a,b)\right)$$

$$p_-(x,t)=\frac{1}{2}\left\{\frac{1-2\nu}{2\pi(1-\nu)}\operatorname{Re}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}+\operatorname{sgn}x\left[\operatorname{Im}\frac{\beta_1+\beta_2}{2}\varphi(x)-\operatorname{Im}\frac{\beta_1-\beta_2}{2}\psi(x)+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\operatorname{Im}c_0}{\pi^2\sqrt{\left(x^2-a^2\right)\left(b^2-x^2\right)}}+\frac{\operatorname{Im}c_1x}{\pi^2\sqrt{\left(x^2-a^2\right)\left(b^2-x^2\right)}}\right]\right\}$$

где

$$\beta_1+\beta_2=-\frac{8\pi(1-\nu)}{3-4\nu}\left[-\nu p(t)+(1-\nu)q(t)\right]+i\,\frac{\pi b(P_1-P_2)+2K(k)(M_1(t)+M_2(t))}{\left(a^2+b^2\right)K(k)/2-b^2E(k)}$$

$$\beta_1-\beta_2=i\,\frac{M_1(t)+M_2(t)+2bE(k)/\pi(P_1+P_2)}{\int_a^b\left[-2x+\frac{4bE(k)}{\pi}\right]\psi(x)dx}$$

$$c_0=\frac{\pi^2b}{2K(k)}\left\{T_1-T_2+\frac{8(1-\nu)}{b(3-4\nu)}\left[-\nu p(t)+(1-\nu)q(t)\right]\left[\frac{a^2+b^2}{2}K(k)-b^2E(k)\right]\right\}-$$

$$-i(M_1(t)+M_2(t))\pi$$

$$c_1 = -\left(T_1 + T_2\right)\pi + i\frac{\int_a^b \left[(P_1+P_2)x + M_1(t) - M_2(t)\right]\psi(x)dx}{\int_a^b \left[-\frac{x}{\pi} + \frac{2bE(k)}{\pi^2}\right]\psi(x)dx}$$

$$\psi(x) = \frac{x}{\pi^2\sqrt{(b^2-x^2)(x^2-a^2)}}\left\{(a^2+b^2-x^2)\frac{K(k)}{b} - bE(k) + \right.$$

$$\left. +\left[\left(a^2+b^2\right)x^2 - x^4 - a^2b^2\right]\frac{1}{b(b^2-x^2)}\Pi\left(\frac{\pi}{2}, \frac{b^2-a^2}{b^2-x^2}, k\right)\right\}$$

$$k = \sqrt{1 - a^2/b^2}$$

Здесь $K(k)$, $E(k)$ –полные эллиптические интегралы соответственно первого и второго рода [8], а $\Pi(\varphi, x, k)$ –эллиптический интеграл третьего рода [8]. А компоненты смещений можем получить при помощи (1.5) и (1.6).

ЛИТЕРАТУРА

1. Арутюнян Н.Х., Колмановский В.Б. Теория ползучести неоднородных сред.М.: Наука, 1983. 336 с.
2. Арутюнян Н.Х., Дроздов А.Д., Наумов В.Э. Механика растующих вязко-упруго-пластических тел. М.: Наука, 1987. 741 с.
3. Арутюнян Н.Х. Некоторые вопросы теории ползучести.М.: Гостехиздат, 1952. 324 с.
4. Мирзоян С.Е, Мхитарян С.М. О некоторых задачах контактного взаимодействия между бесконечными стрингерами и полосами с учетом неоднородности старения материалов // Изв. АН Арм.ССР. Механика. 1981. Т. 34. № 5. 27-40 с.
5. Мхитарян С.М., Давтян З.А., Оганесян А.Н. О напряженно-деформированном состоянии вязкоупругого стареющего тела в форме плоскости с прямолинейными разрезами // Ереван: Гитутюн, 2003. 254-264 с.
6. Арутюнян Н.Х., Манжиров А.В. Контактные задачи теории ползучести. Ереван: Изд. НАН РА. 1999. 318 с.
7. Штаерман И.Я. Контактная задача теории упругости.М.: Гостехиздат, 1949. 270 с.
8. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Наука, 1971. 1108 с.

Ереванский госуниверситет

Поступила в редакцию
19.12.2005