

УДК 532.5, 62,62-233

ВЫЧИСЛЕНИЕ СРЕДНЕЙ ШИРИНЫ ШЕРОХОВАТОГО ЗАЗОРА ИЛИ КАНАЛА
СО СЛОЖНОЙ ФОРМОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Степанов И.А.

E-mail: igstepanov@yahoo.com

Ի. Ա. Ստեպանով

Անհարթություններով ճեղքի կամ բարդ մակերևույթով փողանցքի միջին լայնության հաշվարկը

Նոր գործոն է հաշվի առնված անհարթություններով ճեղքի միջին լայնության հաշվարկի ժամանակ, երբ անհարթությունները համաչափելի են նրա լայնության հետ: Նրա հաշվառումը բերում է ճեղքի միջին լայնության մինչև մի քանի տասնյակ տոկոսի փոքրացման: Այդ մեթոդը կիրառելի է նաև բարդ մակերևույթով փողանցքի միջին լայնության կամ լայնական հատույթի մակերեսի հաշվարկի համար:

I.A.Stepanov

Calculation of the average width of a clearance with roughness or a channel with complicated shape of surface

A new factor is taken into account in the calculation of the average width of a clearance with roughness whose size is comparable to its width. Taking this factor into account leads to a reduction of the average width of the clearance from a few dozen percent. This method is applicable also to the calculation of the average width or cross sectional area of a channel or a pipe with complicated shape of surface.

Новый фактор учтён в вычислении средней ширины зазора, размер шероховатости которого сравним с его шириной. Его учет приводит к уменьшению средней ширины зазора на величину до нескольких десятков процентов. Этот метод применим и к вычислению среднего значения ширины или площади поперечного сечения канала со сложной формой поверхности.

Введение.

В некоторых задачах техники, например, в механике смазки в деталях машин возникает необходимость вычисления средней ширины зазора, размер шероховатости в котором сравним с его шириной [1–4]. Это среднее значение используется в дальнейших расчетах. Ранее в таком вычислении не учитывался один фактор: движение жидкости через зазор. В данной статье показано, что учет этого фактора приводит к уменьшению этой средней ширины на величину до нескольких десятков процентов. Эта же формула может быть обобществлена для вычисления среднего значения ширины или площади поперечного сечения канала со сложной формой поверхности, размер неровностей которой сравним с его диаметром [5].

Теория.

Рассмотрим двумерный зазор. На верхней и нижней поверхностях его имеется шероховатость. Обозначим ширину зазора $h(x)$. Ось x направлена вдоль зазора. Можно написать

$$h(x) = h_0(x) + g(x) \quad (1)$$

где $h_0(x)$ – ширина зазора без шероховатости, а $g(x)$ – функция, описывающая шероховатость. Предположим, что шероховатость состоит из пиков, уменьшающих ширину зазора, и из впадин, делающих эту ширину больше, чем $h_0(x)$. Предположим, что площадь пиков равна площади впадин. Тогда, согласно традиционному методу,

$$\langle h(x) \rangle = \langle h_0(x) + g(x) \rangle = h_0(x) \quad (2)$$

[1–4]. Действительно, традиционный метод – это расчет по формуле

$$\langle f(x) \rangle = 1/L \int_0^L f(x) dx \quad (3)$$

В нашем случае L – это длина зазора.

Однако, у этого метода есть недостаток: не учитывается движение жидкости вдоль зазора. Это приводит к неверному результату: $\langle h(x) \rangle$ не зависит от величины шероховатости. Но $\langle h(x) \rangle$ – это величина, пропорциональная количеству жидкости, проходящему через зазор. Если сумма высот пиков верхней и нижней поверхностей равна $h_0(x)$, то жидкость через зазор не пойдёт, хотя и в этом случае $\langle h(x) \rangle = h_0(x)$.

Рассмотрим, например, следующую задачу. Катер идёт по реке от пункта А до пункта Б и обратно. Скорость катера в стоячей воде – v_0 , скорость течения – Δ . Определить среднюю скорость катера. Эту задачу можно попытаться решить по формуле (3):

$$\langle v \rangle = 1/2L \int_0^{2L} v(x) dx = 1/2L \left(\int_0^L (v_0 + \Delta) dx + \int_L^{2L} (v_0 - \Delta) dx \right) = v_0 \quad (4)$$

где L – расстояние от А до Б. Но это решение неверно. Правильное решение таково:

$$\langle v \rangle = 2L / (L/(v_0 + \Delta) + L/(v_0 - \Delta)) = v_0 - \Delta^2 / v_0 \quad (5)$$

Решим нашу задачу про шероховатость по аналогии. Предположим, что среднее значение высоты пика (или впадины) шероховатости – $\Delta/2$. Сумма средних значений высот пиков шероховатости нижней и верхней поверхностей равна Δ . Тогда

$$\begin{aligned} \langle h(x) \rangle &= \langle h_0(x) + g(x) \rangle = L / (L/2(h_0(x) - \Delta) + L/2(h_0(x) + \Delta)) = \\ &= h_0(x) - \Delta^2 / h_0(x) \end{aligned} \quad (6)$$

Тут, естественно, учтено, что половину длины зазора занимают пики, а другую половину – впадины. Видно, что при изменении Δ от $0.1h_0(x)$ до $h_0(x)$ $\langle h(x) \rangle$ меняется от $0.99h_0(x)$ до нуля. При $\Delta = 0.5h_0(x)$ $\langle h(x) \rangle = 0.75h_0(x)$.

Формулу (6) можно обобщить на случай канала со сложной формой поверхности, размер неровностей которой сравним с его диаметром [5]. Рассмотрим двумерный случай. Если часть длины нижней поверхности канала, занятая пиками неровностей, равна L_1 , часть, занятая впадинами, равна L_2 ($L_1 + L_2 = L$), средняя высота пиков нижней поверхности равна Δ_1 , средняя глубина впадин – Δ_2 , часть длины верхней поверхности канала, занятая пиками неровностей, равна L'_1 , часть, занятая впадинами, равна L'_2 ($L'_1 + L'_2 = L$), средняя высота пиков верхней поверхности равна Δ'_1 , средняя глубина впадин – Δ'_2 , то

$$\langle h(x) \rangle = \langle h_1(x) \rangle + \langle h_2(x) \rangle = L/L_1 / (h_0(x)/2 - \Delta_1) + \quad (7)$$

$$+ L_2 / (h_0(x)/2 + \Delta_2) + L/L'_1 / (h_0(x)/2 - \Delta'_1) + L'_2 / (h_0(x)/2 + \Delta'_2)$$

Здесь $\langle h_1(x) \rangle$ – среднее значение ширины нижней половины канала (от нижней поверхности до средней линии), а $\langle h_2(x) \rangle$ – среднее значение ширины верхней половины. В случае вычисления средней площади поперечного сечения трехмерного канала формулу (7) нужно видоизменить для конкретной формы канала.

Выводы.

Формула (3) не годится для вычисления средней ширины зазора с неровностями, по которому течёт жидкость. Согласно ей, эта ширина не зависит от размера неровностей. Метод, изложенный в данной статье, даёт правильный результат: при увеличении размера неровностей жидкость встречает больше сопротивления и средняя ширина зазора уменьшается.

ЛИТЕРАТУРА

1. Усов П.П. Гидродинамическая смазка подшипника при наличии шероховатости // Трение и износ. 1983. Т.4. № 6. С.1025-1037.
2. Усов П.П. Теоретическое исследование влияния шероховатости поверхности на несущую способность смазки // Машиноведение. 1984. № 1. С.92-100.
3. Усов П.П. Теория гидродинамической смазки шероховатых поверхностей // Трение и износ. 1986. Т.7. № 2. С.214-222.
4. Галахов М.А., Усов П.П. Дифференциальные и интегральные уравнения математической теории трения. М.: Наука, 1990. 277 с.

5. Zamir M. The Physics of Pulsatile Flow. Springer–Verlag New York, Inc., 2000.

Поступила в редакцию
25.07.2005