ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 58, №3, 2005 Механика

УДК 539.1

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СОУДАРЕНИЯ УПРУГИХ ПРЯМЫХ УГЛОВ, ОГРАНИЧЕННЫХ ПОЛУПЛОСКОСТЬЮ ИЗ ДРУГОГО МАТЕРИАЛА, ПУТЕМ ЭФФЕКТИВНОГО РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ ВИНЕРА-ХОПФА

Мартиросян А. Н.

Ա. Ն. Մարտիրոսյան
Այլ նյութերից բաղկացած առաձգական կիսահարթություններով սահմանափակված ուղիղ անկյունների բախման խնդրի լուծումը Վիներ- Հոպֆի համակարգի էֆեկտիվ լուծման ճանապարհով:

Ներկա աշխատանքում բերված է այլ առաձգական հաստատուններով կիսահարթության ստորին մակերևույթի երկայնքով սահմանափակված առաձգական ուղիղ անկյունների բախման վերաբերյալ խնդրի լուծումը: Տրված է Վիներ – Հոպֆի հավասարումների համակարգի էֆեկտիվ լուծումը և հակադարձ ինտեգրալ ձևափոխության միջոցով լուծումը բերված է Սմիռնով – Սոբոլևի տեսքի:

A.N. Martirosyan
The solution of problem of impact direct elastic coals bounded by halfplane from another material by the effective method of Wiener-Hopf

In present paper the solution of problem of impact of direct angles bounded with halfplanes of other elastic constants materials is done. The effective solution of Wiener-Hopf system and reversion of integral transformants in form of Smirnov-Sobolev is carried out.

В настоящей работе дано решение задачи соударения упругих прямых углов ограниченных вдоль нижней поверхности полуплоскостью с другими упругими постоянными. Дается эффективное решение системы Винера-Хопфа и обращение интегральных трансформант в форме Смирнова-Соболева.

Задача о соударении углов при наличии свободной границы методом Смирнова-Соболева решена в [1]. Соударение углов и полуполос при наличии жидкости, граничащей с ними, изучено в [2,3].

Задачи соударения тел с преградой решались в [4], а при наличии опоры методом Винера-Хопфа и обращения интегральных преобразований с приведением решения к форме Смирнова-Соболева решения получены в [5]. Решение ряда смешанных граничных задач теории упругости дано в [6-10].

Рассматривается задача соударения упругих прямых углов с одинаковыми упругими модулями, снизу ограниченных упругой полуплоскостью из другого материала, причем на части границы их раздела имеются жесткие опоры. Выберем ось x по нижней границе углов, начало координат 0 на границе опоры, $x<0$, $y=0$ есть заданная полубесконечная опора. До соударения принимается, что прямые углы скользят по нижней полуплоскости, поэтому ее можно считать неподвижной. После соударения в одномерном случае между волнами перемещение равно нулю, поэтому после соударения в двухмерном случае между волнами перемещение равно его возмущенному значению U. Вместе с тем, в одномерном случае между волнами нормальное напряжение равно $K\dfrac{\partial u_0}{\partial x}=-\dfrac{KV_0}{a}H(at-|x'|)$, $x'=x+l$, $l\ge 0$, где $\pm V_0$ – скорость тел до соударения, $H(t)$ – единичная функция, поэтому полное нормальное напряжение в двумерной области между волнами равно $\sigma_{yy}+K\dfrac{\partial u_0}{\partial x}$. После соударения между волнами верхняя и нижняя полуплоскости сцеплены. Граничные условия можно записать в виде $(y=0)$.

$$\left.\begin{aligned}\sigma_{yy}=\rho\left(K\frac{\partial U}{\partial x}+a^2\frac{\partial V}{\partial y}+K\frac{\partial u_0}{\partial x}\right)=\rho_1\left(K_1\frac{\partial U_1}{\partial x}+a_1^2\frac{\partial V_1}{\partial y}\right)=\sigma_{1yy}\\ \sigma_{xy}=\rho b^2\left(\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}\right)=\rho_1 b_1^2\left(\frac{\partial V_1}{\partial x}+\frac{\partial U_1}{\partial y}\right)=\sigma_{1xy}\\ U=U_1, V=V_1\end{aligned}\right\}\quad x>0 \qquad (1.1)$$

$$\left.\frac{\partial V}{\partial x}+\frac{\partial U}{\partial y}=\frac{\partial U_1}{\partial y}+\frac{\partial V_1}{\partial x}=0, V=V_1=0\ \right\}\quad x<0$$

$$U,\ U_1,\ V,\ V_1=0(\sqrt{x^2+y^2})\ \text{(условие на ребре)}$$

где $K=a^2-2b^2$, a, b и ρ – скорости продольных и поперечных волн и плотность, $U+u_0$, V – компоненты смещения вдоль оси x,y в углах, u_0 – решение одномерной задачи о соударении полуплоскостей, индекс 1 относится к нижней полуплоскости, U_1,V_1 – компоненты перемещения в нижней полуплоскости.

Решение уравнений теории упругости при нулевых начальных условиях для U, V, U_1, V_1 и граничных условиях (1.1) ищется в виде преобразований Лапласа по времени t и Фурье по x. Для преобразований Лапласа можно записать

$$\overline{U},\overline{V}=\sum_1^2\int_{-\infty}^{\infty}A_n, B_n\exp(i\overline{\alpha}x+i\overline{\gamma}_n y)d\overline{\alpha} \qquad (1.2)$$

$$\overline{U}_1,\overline{V}_1=\sum_1^2 C_n, D_n\exp(i\overline{\alpha}x+i\beta_n y)d\overline{\alpha}$$

где согласно уравнениям движения

$$B_n=\frac{a^2\overline{\gamma}_1^2-b^2\overline{\gamma}_n^2}{(a^2-b^2)\alpha\overline{\gamma}_n}A_n,\quad D_n=\frac{a_1^2\overline{\beta}_1^2-b_1^2\overline{\beta}_n^2}{(a_1^2-b_1^2)\overline{\alpha}\overline{\beta}_n}C_n$$

$$\overline{\gamma}_1=\sqrt{\frac{\omega^2}{a^2}-\alpha^2},\ \overline{\gamma}_2=\sqrt{\frac{\omega^2}{b^2}-\overline{\alpha}^2},\ \overline{\beta}_1=-\sqrt{\frac{\omega^2}{a_1^2}-\overline{\alpha}^2},\ \overline{\beta}_2=-\sqrt{\frac{\omega^2}{b_1^2}-\overline{\alpha}^2}$$

где $s=i\omega$ – параметр преобразования Лапласа.

Вводя еще функции от $\overline{\alpha}$, аналитические в верхней и нижней полуплоскости

$$\Omega^+(\overline{\alpha})=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{0}(\overline{\sigma}_{yy}-\overline{\sigma}_{1yy})\Big|_{y=0}e^{-i\overline{\alpha}x}dx$$

$$U^{+}(\alpha)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{0}(\overline{u}-\overline{u}_1)\Big|_{y=0}e^{-i\overline{\alpha}x}dx \tag{1.3}$$

$$\overline{\sigma}_{xy}(\alpha)=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}\overline{\sigma}_{xy}\Big|_{y=0}e^{-i\overline{\alpha}x}dx=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}\overline{\sigma}_{1xy}\Big|_{y=0}e^{-i\overline{\alpha}x}dx$$

$$V^{-}(\alpha)=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}\overline{V}\Big|_{y=0}e^{-i\overline{\alpha}x}dx=\frac{1}{2\pi}\int_{0}^{\infty}\overline{V}_1\Big|_{y=0}e^{-i\overline{\alpha}x}dx$$

можно из (1.1), учитывая что преобразования для $\frac{\partial u_0}{\partial x}$ имеют вид [5]

$$\frac{\partial\overline{\overline{u}}_0}{\partial x}=-\frac{V_0e^{i\omega l/a}a^{-1}}{2\pi(\overline{\alpha}-\omega/a)\omega},\quad \ell\geq 0 \tag{1.4}$$

где две черточки обозначают преобразования Лапласа по t и Фурье по x, получить уравнения

$$\frac{i\chi b^2A_1}{\overline{\alpha}}-2b^2i\overline{\alpha}A_2+K\frac{\partial\overline{\overline{u}}_0}{\partial x}=\frac{\rho_1}{\rho}\left(\frac{i\chi_1b_1^2C_1}{\alpha}-2b_1^2i\chi_2\right)+\frac{\Omega^{+}}{\rho}$$

$$\rho b^2(2i\gamma_1A_1+\frac{i\chi A_2}{\overline{\gamma}_2})=-\sigma_{xy}^{-}=\rho_1b_1^2\left(2i\overline{\beta}_1C_1+\frac{i\overline{\chi}_1}{\beta_2}C_2\right) \tag{1.5}$$

$$A_1+A_2-C_1-C_2=U^{+},\ \ \frac{\overline{\gamma}_1}{\overline{\alpha}}A_1-\frac{\overline{\alpha}}{\overline{\gamma}_2}A_2=V^{-}=\frac{\beta_1}{\alpha}C_1-\frac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}_2}C_2$$

где $\chi=\frac{\omega^2}{b^2}-2\overline{\alpha}^2$.

Решая полученные системы уравнения относительно A_1,A_2,C_1,C_2, можно получить систему Винера-Хопфа

$$g_0V^{-}\gamma_1^{-}+g_1\frac{\sigma_{xy}^{-}}{\rho\gamma_1^{-}}=\gamma_1^{+}U^{+}$$

$$fg_1V^{-}\gamma_1^{-}+g_2\frac{\sigma_{xy}^{-}}{\rho\gamma_1^{-}}-\frac{K}{\gamma_1^{+}}\frac{\partial\overline{\overline{u}}_0}{\partial x}=-\frac{\Omega^{+}}{\rho\gamma_1^{+}} \tag{1.6}$$

Систему уравнений (1.6) можно записать в матричной форме задачи Гильберта [13,II]

$$\Phi^{+}=G\Phi^{-}+g \tag{1.7}$$

где $\Phi^{+}=\begin{pmatrix}\gamma_1^{+}U^{+}\\ -\frac{\Omega^{+}}{\rho\gamma_1^{+}}\end{pmatrix}$, $\Phi^{-}=\begin{pmatrix}V^{-}\gamma_1^{-}\\ \frac{\sigma_{xy}^{-}}{\rho\gamma_1^{-}}\end{pmatrix}$, $G=\begin{pmatrix}g_0 & g_1\\ g_1f & g_2\end{pmatrix}$, $g=\begin{pmatrix}0\\ -\frac{K}{\gamma_1^{+}}\frac{\partial\overline{\overline{u}}_0}{\partial x}\end{pmatrix}$

$$g_0=\left[(\chi-2\gamma_1\gamma_2)\frac{b^2\overline{\alpha}}{\gamma_1\omega^2}-(\chi_1-2\beta_1\beta_2)\frac{\overline{\alpha}b_1^2}{\beta_1\omega^2}\right]\frac{\gamma_1^{+}}{\gamma_1^{-}},\ \ g_2=\frac{(\gamma_1^{-})^2}{(\gamma_1^{+})^2}g_0$$

$$g_1=\left[(\bar\beta_1\bar\beta_2+\bar\alpha^2)\frac{\rho}{\rho_1 i\omega^2\beta_1}-\frac{\bar\gamma_1\bar\gamma_2+\bar\alpha^2}{\gamma_1\omega^2 i}\right]\gamma_1,\quad R(\alpha)=4\alpha^2\gamma_1\gamma_2+\chi^2$$

$$g_1 f=\left[-\frac{ib^4R(\alpha)}{\gamma_1\omega^2}+\frac{ib_1^4\rho_1R_1(\alpha)}{\rho\beta_1\omega^2}\right]\frac{1}{\gamma_1},\quad R_1(\alpha)=4\alpha^2\beta_1\beta_2+\chi_1^2$$

Решение задачи (1.7), ограниченное на бесконечности, дано в [13] в виде

$$\Phi(\alpha)=\frac{X(\alpha)}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{(X^+(\zeta))^{-1}g(\zeta)d\zeta}{\zeta-\alpha} \tag{1.8}$$

где матриц-функции $X(\bar\alpha)$ удовлетворяют однородным уравнениям

$$X^+(\alpha)=G(\alpha)X^-(\alpha),\quad G(\alpha)=X^+(\alpha)(X^-(\alpha))^{-1} \tag{1.9}$$

Как показано в [13], уравнение для $X(\alpha)$ можно записать в виде системы Фредгольма

$$X^-(\alpha)-\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{G^{-1}(\alpha)G(\zeta)-E(\zeta)}{\zeta-\alpha}X^-(\zeta)d\zeta=\gamma(\alpha) \tag{1.10}$$

где $\gamma(\alpha)$ есть асимптотическое поведение $\bar X(\bar\alpha)$ при $\alpha\to\infty$.

Уравнение (1.10) с учетом (1.7) имеет вид

$$X^-(\alpha)=\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left\{\begin{pmatrix}c_{11} & c_{12}\\ c_{21} & c_{22}\end{pmatrix}-E\right\}\begin{pmatrix}y_{11}(\zeta) & y_{12}(\zeta)\\ y_{21}(\zeta) & y_{22}(\zeta)\end{pmatrix}}{(\zeta-\alpha)}d\zeta=\gamma(\alpha) \tag{1.11}$$

$$X^-(\alpha)=\begin{pmatrix}y_{11}(\alpha) & y_{12}(\alpha)\\ y_{21}(\alpha) & y_{22}(\alpha)\end{pmatrix}$$

где E — единичная матрица.

$$\begin{gathered}
d(\alpha)c_{11}=g_2(\alpha)g_0(\zeta)-g_1(\alpha)g_1(\zeta)f(\zeta)\\
d(\alpha)c_{12}=g_2(\alpha)g_1(\zeta)-g_1(\alpha)g_2(\zeta)\\
d(\alpha)c_{21}=-g_1(\alpha)f(\alpha)g_0(\zeta)+g_0(\alpha)g_1(\zeta)f(\zeta)\\
d(\alpha)c_{22}=-g_1(\alpha)f(\alpha)g_1(\zeta)+g_0(\alpha)g_2(\zeta)\\
d(\alpha)=g_2(\alpha)g_0(\alpha)-g_1^2(\alpha)f(\alpha)
\end{gathered} \tag{1.12}$$

Обозначим еще $$X^+(\alpha)=\begin{pmatrix}x_{11} & x_{12}\\ x_{21} & x_{22}\end{pmatrix}^{-1} \tag{1.13}$$

Факторизация матрицы $G(\bar\alpha)$ для больших $\bar\alpha$, для которых $\beta_{1,2}\approx -i\alpha$, $\gamma_{1,2}\approx i\alpha$, т.е. для случая рациональных коэффициентов, дана в [13] и имеет вид $G=X^+(\alpha)(X^-(\alpha))^{-1}$, где можно считать $\alpha\approx\infty$

$$X^{+}(\alpha)=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}, \tag{1.14}$$

$$X^{-}(\alpha)=G^{-1}(\alpha)$$

$$G^{-1}(\alpha)=\begin{pmatrix} -\dfrac{1}{\Delta}\left(\dfrac{b_1^2}{a_1^2}+\dfrac{b^2}{a_2}\right) & -\dfrac{i}{\Delta}\left(\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{1}{2b^2}+\dfrac{1}{2a_1^2}+\dfrac{1}{2b_1^2}\right)\\ \dfrac{i}{\Delta}\left(\dfrac{2b^2}{a^2}\left(a^2-2b^2\right)+\dfrac{2b_1^2\left(a_1^2-2b_1^2\right)}{a_1^2}\right) & \dfrac{1}{\Delta}\left(\dfrac{b_1^2}{a_1^2}+\dfrac{b^2}{a^2}\right)\end{pmatrix}$$

$$\Delta=-\left(\frac{b_1^2}{a_1^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)^2-\left[\left(\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{2b^2}\right)+\left(\frac{1}{2a_1^2}+\frac{1}{2b_1^2}\right)\right]\times$$
$$\times\left[\frac{2b^2(a^2-2b^2)}{a^2}+2b_1^2(a_1^2-2b_1^2)/a_1^2\right]$$

при этом в (1.11) $\gamma(\alpha)\approx X^{-}(\alpha)$, которая дается формулой (1.14).

Тогда (1.7) и (1.13) дают

$$\begin{pmatrix} V^{-}\gamma_1^{-}\\ \dfrac{\sigma_{xy}^{-}}{\rho\gamma_1^{-}}\end{pmatrix}=\frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\begin{pmatrix}M_1(\zeta)\\ M_2(\zeta)\end{pmatrix}\frac{d\zeta}{\zeta-\overline{\alpha}} \tag{1.15}$$

$$M_1(\zeta)=\left[-\left(\frac{b_1^2}{a_1^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)x_{12}+i\left(\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{2a_1^2}+\frac{1}{2b^2}+\frac{1}{2b_1^2}\right)x_{22}\right]\frac{K}{\Delta\gamma_1^{+}}\frac{\partial\bar{\bar{u}}_0}{\partial x}$$

$$M_2(\zeta)=\left[-\left(\frac{b_1^2}{a_1^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)x_{22}-i\left(\frac{2b^2}{a^2}+\frac{2b_1^2}{a_1^2}(a_1^2-2b_1^2)\right)x_{12}\right]\frac{K}{\gamma_1^{+}(\zeta)\Delta}\frac{\partial\bar{\bar{u}}_0}{\partial x}$$

При $\alpha\approx\infty$ получится

$$\frac{\sigma_{xy}^{-}}{\rho}=\frac{\gamma_1^{-}}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}M_2(\zeta)\frac{d\zeta}{\zeta-\overline{\alpha}} \tag{1.16}$$

$$V^{-}=\frac{1}{2\pi i}\gamma_1^{-}\int_{-\infty}^{\infty}M_1(\zeta)\frac{d\zeta}{\zeta-\overline{\alpha}}$$

Переходя к обратным преобразованиям Лапласа и Фурье, получим при $y=0,\ x<0$ [12]

$$\frac{\partial\sigma_{xy}}{\rho\partial t}=\frac{1}{2\pi i}\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty}ds\int_{-\infty}^{\infty}e^{s(t-\alpha x)}d\alpha\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sqrt{\alpha}}{2\pi i}\frac{M_2(\zeta)}{\zeta-\overline{\alpha}}d\zeta \tag{1.17}$$

где заменены $\overline{\zeta}$ через $\zeta\omega$, $\overline{\alpha}$ – через $\alpha\omega$. Вычисляя интеграл по s в формуле (1.17) и затем интеграл по α, можно получить решения в форме Смирнова-Соболева.

Из формул (1.5), (1.16) можно получить выражение для коэффициентов A_n, C_n в виде

$$A_1 = \frac{i\overline{\alpha}^2}{\omega^2\overline{\gamma}_1}\frac{\sigma_{xy}^-}{\rho} + \frac{b^2\overline{\alpha\chi}V^-}{\omega^2\overline{\gamma}_1},\ A_2 = -\frac{2b^2\overline{\alpha\gamma}_2V^-}{\omega^2} + \frac{i\overline{\gamma}_2}{\omega^2\rho}\sigma_{xy}^-$$

$$C_1 = \frac{i\overline{\alpha}^2}{\omega^2\beta_1}\frac{\sigma_{xy}^-}{\rho_1} + \frac{b_1^2\overline{\alpha\chi}V^-}{\omega^2\beta_1},\ C_2 = -\frac{2b_1^{\,2}\overline{\alpha}\overline{\beta}_2V^-}{\omega^2} + \frac{i\overline{\beta}_2}{\omega^2\rho_1}\sigma_{xy}^-$$

$$\frac{\partial}{\partial t}\frac{\sigma_{xy}}{\rho} = \frac{\mathrm{Re}}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sqrt{t}}{i\sqrt{x}}\frac{M_2(\zeta)}{(\zeta - t/x)(-x)}d\zeta \tag{1.18}$$

где понимается конечная часть интеграла. Поскольку при $\alpha \approx \infty, \gamma(\alpha) \approx X^-(\alpha) = G^{-1}(\alpha)$, которая дается формулой (1.14), то (1.11) дает систему уравнений Фредгольма

$$y_{11}(\overline{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{c_{11}y_{11}(\zeta) + c_{12}y_{21}(\zeta) - y_{11}(\zeta)}{\zeta - \overline{\alpha}}d\zeta = -\left(\frac{b_1^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)\frac{1}{\Delta} \tag{1.19}$$

$$y_{12}(\overline{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{c_{11}y_{12}(\zeta) + c_{12}y_{22}(\zeta) - y_{12}(\zeta)}{\zeta - \overline{\alpha}}d\zeta =$$

$$= -\frac{1}{\Delta}\left[i\left(\frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2b^2}\right) + i\left(\frac{1}{2a_1^2} + \frac{1}{2b_1^2}\right)\right]$$

$$y_{21}(\overline{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{c_{21}y_{11}(\zeta) + c_{22}y_{21}(\zeta) - y_{21}(\zeta)}{\zeta - \overline{\alpha}}d\zeta =$$

$$= -\frac{1}{\Delta}\left(\frac{2b^2}{a^2 i}(a^2 - 2b^2) + \frac{2b_1^2(a_1^2 - 2b_1^2)}{ia_1^2}\right)$$

$$y_{22}(\overline{\alpha}) - \frac{1}{2\pi i}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{c_{21}y_{12}(\zeta) + c_{22}y_{22}(\zeta) - y_{22}(\zeta)}{\zeta - \overline{\alpha}}d\zeta = \left(\frac{b_1^2}{a_1^2} + \frac{b^2}{a^2}\right)\frac{1}{\Delta}$$

Разрешимость системы (1.19) показана в [13]. При этом интегралы понимаются в смысле главного значения. Поскольку $X^+(\alpha) = G(\alpha)X^-(\alpha)$, имеет место соотношение

$$\begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} g_0 & g_1 \\ g_1 f & g_2 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{pmatrix} \tag{1.20}$$

откуда для произвольных ζ по известным y_{ik} из (1.19) найдутся $x_{ik}(\zeta)$, т. е. уже можно из (1.18) найти σ_{xy} в замкнутом виде. Поведение напряжения σ_{xy} при $x \to -0$ имеет вид $\sigma_{xy} = 0(|x|^{-1/2})$, что соответствует поставленному условию на ребре.

ЛИТЕРАТУРА

1. Малков М.А. Двумерная задача об упругом соударении стержней. // ДАН СССР. 1965. Т.148. № 4. С. 782-785
2. Мартиросян А.Н., Сафарян Ю.С. Линейные и нелинейные задачи соударения упругих тел конечной высоты.//В сб.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред.//Ереван: Изд.АН Арм. ССР. 1984. С. 130-135
3. Мартиросян А.Н. Некоторые нестационарные граничные задачи для упругой среды, граничащей с жидкостью.//Изв. АН Арм.ССР. Механика 1982. Т. 35. №2. С. 53-64.
4. Чебан В.Г., Сабодаш П.Ф. Упругие и термоупругие волны в деформируемых средах. Кишинев: Штиица. 1972.
5. Багдоев А.Г., Мартиросян А.Н. Задача соударения стержней при смешанных граничных условиях. //ДАН СССР. 1976. Т.226. №3. С.537-540.
6. Зволинский Н.В., Флитман Л.М., Костров Б.В., Афанасьев В.А. Некоторые задачи дифракции упругих волн.//В сб.: Приложения теории функций в механике сплошной среды. Т.1. М.: 1965.
7. Черепанов Г.П. Дифракция упругих волн на разрезе./В кн.: Механика сплошной среды и родственные проблемы анализа. М.: Наука. 1972.
8. Свекло В.А. К решению динамических задач плоской теории упругости для анизатропного тела. //ПММ. 1961. Т.25. вып. 5.
9. Селезов И.Т., Корнидов И.Е., Нога Ю.В. Применение методов приближения функций при исследовании дифракции волн на жестких телах и оболочках вращения. // В сб.: Проблемы динамики взаимодействия деформируемых сред. Ереван: Изд. АН Арм. ССР. 1984.
10. Багдоев А.Г., Мартиросян А.Н. Решение нестационарной задачи для анизотропной упругой плоскости с полубесконечным разрезом, на границах которого заданы нормальный и касательный импульсы. // МТТ. 1976. №1. С.107-117
11. Нобл Б. Применение метода Винера-Хопфа для решения дифференциальных уравнений с частными производными. М.: ИЛ, 1962. 279с.
12. Багдоев А.Г. Определение фундаментальных решений для уравнений магнитотермоупругости. // Изв. АН Арм.ССР. Механика. 1974. Т.27. №2. С. 13-23.
13. Векуа Н.П. Системы сингулярных интегральных уравнений. М.: Наука. 1970. 380 с.

Горисский ф-л Армянского государственного архитектурного университета

Поступила в редакцию 18.11.2004