

УДК 62-50

## ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЗАХВАТОМ ЦЕЛЕВОГО ОБЪЕКТА РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ ПРИ НЕПОЛНОЙ ИНФОРМАЦИИ

Аветисян В.В., Барсегян А.Р.

Վ.Վ. Ավետիսյան, Բարսեղյան Ա.Ռ.

Ուղիղ համորացիայի պայմաններում ուղարկած անհապույսատորի կողմից նպատակային օրյեկտը բռնելու դեկավարնան օպտիմիզացիայն

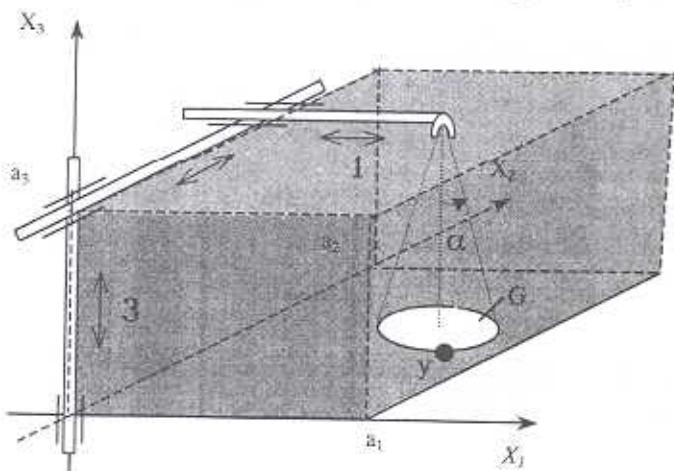
Դիտարկվում են որոր անհապույսատորի կողմից նախապես անհայտ կոորդինատներով նպատակային անշարժ օրյեկտը բռնելու դեկավարնան երկու միաախիք եղանակներ: Ի տարրերություն [2-4]-ի նպատակային օրյեկտը վհանդիպ դեկավարնան փուլը ուղնեցվում օբյեկտին նամիպույսատորի բռնից միաժամանակյա նոտեցմամբ: Անհապույսատորի աշխատանքային գույն երկրաչափական պարամետրերի հարրության մեջ կառուցված դիմաքամերի օգնությամբ լուծվում է կառուցված դեկավարությունից այն դեկավարնան ընտրության խնդիրը, որի դեպքում նպատակային օրյեկտը բռնելու երաշխափորված ժամանակը նվազագույնն է:

V.V. Avetisyan, A.R. Barseghyan

The optimization as control in catching of goal object by robot-manipulator under the incomplet information

Рассматриваются два однотипных способа управления захватом роботом манипулятором неподвижного целевого объекта с заранее неизвестными координатами. В отличие от [2-4] этап управляемого поиска целевого объекта сопровождается с одновременным приближением схвата манипулятора с последним. При помощи диаграмм, построенных на плоскости геометрических параметров рабочей зоны манипулятора, решается задача выбора управления из двух построенных, при котором захват целевого объекта осуществляется за минимальное гарантированное время.

Пусть имеется трехзвеный манипулятор, работающий в декартовой системе координат, т.е. манипулятор, звенья которого перемещаются друг



Фиг. 1

относительно друга в трех взаимно-перпендикулярных направлениях (фиг. 1). Управление движением рассматриваемого манипулятора осуществляется с помощью электроприводов, состоящих из электродвигателей

постоянного тока с независимым возбуждением и редукторов. Пусть имеют место следующие допущения [1]: а) редукторы приводов обладают большими передаточными числами; б) электромагнитные постоянные времени и характерные времена выхода электродвигателей на стационарный режим вращения намного меньше времени рабочей операции манипулятора.

При таких предположениях управление движением схваты  $X(x_1, x_2, x_3)$  манипулятора по каждой координате  $x_i$  – кинематическое, а уравнения движения имеют следующий простой вид:

$$p_i k_i \dot{x}_i = u_i, \quad |u_i| \leq U_i, \quad i = 1, 2, 3 \quad (1.1)$$

Здесь  $u_i$  – управляющее напряжение  $i$ -го электродвигателя,  $U_i$  – заданные постоянные,  $k_i$  – константа (параметр электродвигателя),  $p_i$  – размерное (обратное размерности длины) передаточное отношение, связующее угловую скорость якоря  $i$ -го электродвигателя и линейную скорость соответствующего звена  $\omega_i = p_i \dot{x}_i$ .

В соответствии с конструкцией рассматриваемого манипулятора, рабочее пространство манипулирования схвата манипулятора представляет собой параллелепипед

$$D = \{(x_1, x_2, x_3) : 0 \leq x_i \leq c, i = 1, 2, 3\} \quad (1.2)$$

Пусть в некотором прямоугольном основании  $\tilde{D}(a_1, a_2) = \{(x_1, x_2, 0) : 0 \leq x_i \leq a_i, i = 1, 2\}$  рабочего пространства манипулятора (1.2) имеется некоторый точечный неподвижный объект  $Y$ , координаты которого управляемой стороне неизвестны. Предположим, что управляемой стороне в процессе движения доступна полная информация о соотношениях (1.1) и параметрах рабочей зоны манипулятора (1.2) за исключением начального состояния объекта  $Y - y(t_0) = y^0$ . Однако на схвате  $X$  манипулятора расположено сенсорное устройство, при помощи которого на прямоугольном основании  $\tilde{D}$  образуется подвижная и изменяющаяся круговая информационная область чувствительности  $G(x(t))$  (фиг. 1), позволяющая уточнить информацию о координатах местоположения объекта  $Y$  в случае попадания последнего в эту область  $y \in G(x(t))$

Определим область  $G(x)$  для любого положения  $x \in D \subset R^3$  следующим образом:

$$G(x(t)) = G(\tilde{x}(t), x_3(t), C) = \left\{ \begin{array}{l} \tilde{\xi} \in R^2 : |\tilde{\xi} - \tilde{x}| \leq h/2 = Cx_3, \quad \tilde{x} = (x_1, x_2) \in \tilde{D}, \\ 0 < x_3 \leq c, \quad C > 0 \end{array} \right\} \quad (1.3)$$

Область  $G(x(t))$  (1.3) представляет собой круг с центром в точке  $\tilde{x}(t) = (x_1, x_2) \in \tilde{D}$  и с диаметром  $h = 2Cx_3$ ,  $C = \operatorname{tga}$  (фиг. 1), где  $x_3$  – расстояние схвата манипулятора до прямоугольного основания  $\tilde{D}$ , а  $C, a_1, a_2$  – такие числа, для которых при  $h_{\max} = 2C \max_{0 < x_3 \leq c} x_3$  имеет место

неравенство  $h_{\max} < a_i \leq c, i = 1, 2$ . Такой выбор параметров  $a_1, a_2$  и

$C$  (угла  $\alpha, |\alpha| < \pi/2$ ) позволяет обходить тривиальный случай  $G \supset D$ .

При фиксированном параметре  $C$  (1.3) эволюция круговой области  $G(\tilde{x}, x_3, C) = G(\tilde{x}, h/2)$  (с учетом  $h/2 = C|x_3|$ ) в прямоугольнике  $D$  определяется движением ее центра  $\tilde{x}$  с помощью вектора управления  $\tilde{u}$  и расширением или сужением области  $G(\tilde{x}, x_3, C)$  путем изменения координаты  $x_3$  с помощью скалярного управления  $u_3$  или, что тоже самое, изменением ее диаметра  $h = 2Cx_3$  с помощью управления  $Cu_3$ :

Введем следующие безразмерные переменные и обозначения (с дальнейшим опусканием штрихов):

$$\begin{aligned} t' = t/h, \quad x'_i = x_i/c, \quad \xi'_i = \xi_i/c, \quad i=1,2,3, \quad U'_1 = U_1 y/p_1 k_1, \quad U'_2 = U_2 y/p_2 k_2, \quad U'_3 = 1 \\ a'_i = a_i/c, \quad i=1,2, \quad h' = h/c, \quad c' = 1, \quad \tilde{U}' = \min(U'_1, U'_2), \quad \gamma = p_3 k_3 c/U_3, \quad i=1,2,3 \\ u'_1 = u_1 y/p_1 k_1, \quad u'_2 = u_2 y/p_2 k_2, \quad u'_3 = u_3/U_3 \end{aligned} \quad (1.4)$$

В переменных и обозначениях (1.4) плоское и вертикальное движения схватка манипулятора описываются, соответственно, первым, вторым и третьим уравнениями следующей системы:

$$\dot{x}_i = u_i, \quad i=1,2,3; \quad \sqrt{u_1^2 + u_2^2} \leq \tilde{U}, \quad |u_3| \leq 1 \quad (1.5)$$

Область  $D$  при этом заштрихуется в виде

$$D(a_1, a_2, 1) = \{(x_1, x_2, x_3): 0 \leq x_i \leq a_i; 0 \leq x_3 \leq 1, h_{\max} \leq a_i, i=1,2\} \quad (1.6)$$

Пусть процесс управления схватом манипулятора начинается в момент  $t = t_0$  из начальной точки  $x^0 = (\tilde{x}^0, x_3^0) \in D$  и заканчивается в момент  $t = T$ , когда выполняется условие

$$\begin{aligned} x(T) = x^1 \in \tilde{D}, \\ x^1 = (\tilde{x}^1, x_3^1), \quad \tilde{x}^1 = y, \quad x_3^1 = 0 \end{aligned} \quad (1.7)$$

Целью управления схватом является выполнение условия (1.7) за возможно минимальное время  $T$ .

2. Разобьем процесс управляемого движения схватка  $X$  на два этапа — этапы поиска и приведения на искомый точечный объект  $Y$ . В связи с этим допустимыми будем считать комбинированные управляющие функции вида [2]

$$u = \begin{cases} u^0(x^0, t), & t_0 \leq t \leq t^*, \\ u^1(x^*, t^*, x^1; t), & t^* \leq t \leq T \end{cases} \quad (2.1)$$

Здесь величины  $x^0, x^*, x^1, t^*, T$  являются параметрами,  $x^0, x^*, x^1 \in D$ ,  $T \geq t^* \geq t_0$ . Управлению  $u^0$  соответствует этап поиска, а управлению  $u^1$  — этап приведения на искомый объект.

Движение системы (1.1) при управлении вида (2.1) строится следующим образом. На интервале  $[t_0, t^*]$  используется управление поиска  $u^0$ , а затем после момента обнаружения  $t^*$ , когда вектор  $x^1$  становится известным, на интервале  $[t^*, T]$  используется управление  $u^1$ .

приводящее систему из обнаруженной точки  $x^*$  в точку  $x^1$ . Вопрос существования конечного момента  $t^* \geq t_0$  является основным в задаче поиска и ее решение зависит от способа управления схватом. Если проекция траектории системы (1.1) (при управлении  $u^0$ ) на прямоугольное основание  $\tilde{D}$  — покрывающая [2], то время  $t^*$ , при котором обнаружение искомого объекта происходит в конечной точке этой траектории, назовем гарантированным временем поиска.

Полное время процесса поиска и приведения, складывающееся из времени, прошедшего до обнаружения, и оставшегося времени  $t^1 = T - t^*$  приведения в  $x^1$ , зависит как от управления и начального положения схвата, так и от геометрических параметров рабочей зоны манипулирования

$$T(D, x^0, u) = t^*(D, x^0, u^0) + t^1(x^*(x^0, u^0), u^1), \quad D = D(a_1, a_2, l) \quad (2.2)$$

Пусть начальные плоские координаты  $(x_1^0, x_2^0) = \tilde{x}^0$ ,  $0 \leq x_1^0, x_2^0 \leq a_1, a_2$  и параметр  $C$  (1.3) заданы. Тогда каждому значению вертикальной координаты  $x_3^0$ ,  $0 \leq x_3^0 \leq 1$  и каждому допустимому управлению  $u = \{u^0, u^1\}$  соответствует некоторое время гарантированного поиска и приведения (2.2).

Рассмотрим следующую задачу.

Найти минимальное суммарное время гарантированного поиска и приведения  $T^*(a_1, a_2)$ , управление  $u^* = \{u^{0*}, u^{1*}\}$  и начальный диаметр круга обнаружения  $h_0^* = 2C(x_3^0)^*$  (или начальную координату  $(x_3^0)^*$ ) доставляющие минимум

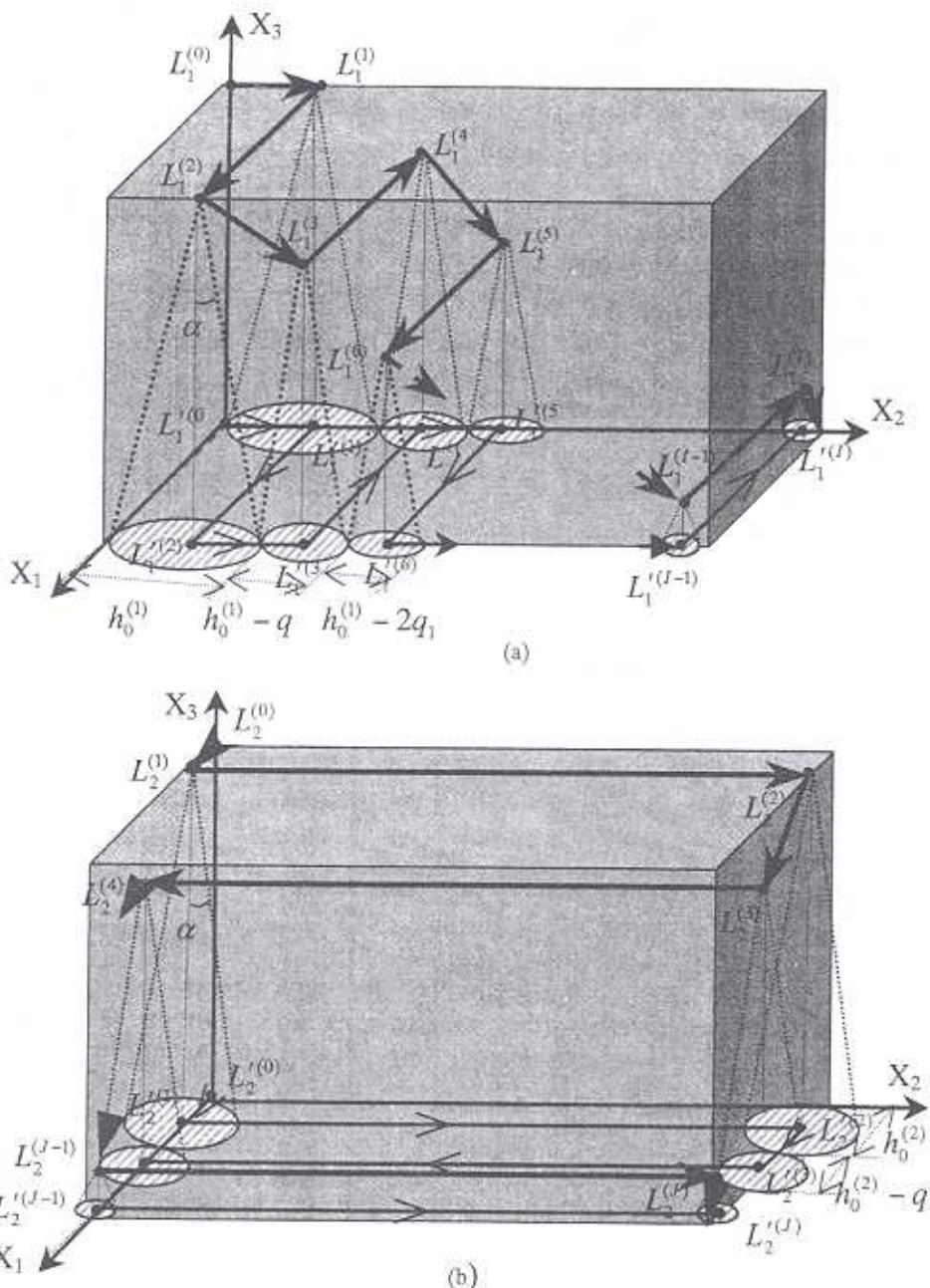
$$T^*(a_1, a_2) = \min_{0 < h_0 \leq h_{\max}} \min_{u \in \{u^0, u^1\}} T(a_1, a_2, x_3^0, u), \quad h_{\max} \leq a_1, a_2 \leq 1 \quad (2.3)$$

3. Опишем сначала два однотипных способа управления движением схвата, а затем укажем условия на входящие в него параметров, при которых определяется наилучшее между ними управление, в смысле (2.3).

Рассмотрим исходящие из начальной точки  $(x^0)_i = (0, 0, x_3^{0(i)})$ ,  $0 < x_3^{0(i)} \leq 1$ ,  $i = 1, 2$  две пространственные ломаные  $L_1$  и  $L_2$ , проекции  $L'_1$  и  $L'_2$  которых на прямоугольное основание  $\tilde{D}$  в плоскости  $Ox_1x_2$  изображены на фиг. 2а и 2б соответственно. Двигаясь по ломаной  $L_i$ , проекция схвата манипулятора осуществляет сканирование прямоугольника  $\tilde{D}$  по ломаной  $L'_i$ . Пусть длины участков ломаных, лежащих на боковых сторонах прямоугольника, уменьшаются по закону арифметической прогрессии с некоторой постоянной величиной  $q_i$ ,  $0 < q_i < h_0^{(i)}$ , где  $h_0^{(i)} = 2Cx_3^{0(i)}$  — начальный диаметр круга обнаружения. Тогда сумма диаметров кругов обнаружения, лежащих на боковых сторонах прямоугольника, выражается формулой

$$a_i = (2h_0^{(i)} - (n_i - 1) \cdot q_i) n_i / 2 \quad (3.1)$$

где  $n_i$  — целое число, определяющее количество указанных участков.



Фиг. 2

В отличие [3], рассмотрим случай "медленного поиска" ([4]), когда оптимальное время плоского перемещения центра круга обнаружения на расстояние, равное радиусу круга  $h_0^{(i)}/2\tilde{U}$  больше оптимального времени вертикального перемещения  $x_3^{(0i)}/U_3 = C^{-1}h_0^{(i)}/2$ , т.е.  $\tilde{U} \leq CU_3$ ,  $U_3 = 1$ . Тогда управлений, при которых движение схвата  $X$  происходит по траекториям  $L_i, i = 1, 2$ , задаются следующим образом:

$$u_{L_1} = \begin{cases} u_1(t) = 0, \quad u_2(t) = \tilde{U}, \quad u_3 = 0; & t_0^{(1)} \leq t \leq t_1^{(1)}, \\ u_1(t) = \tilde{U}, \quad u_2(t) = 0, \quad u_3 = 0; & t_{j+1}^{(1)} \leq t \leq t_{j+2}^{(1)}, \quad j = 4r, r = 0, 1, \dots, p, \\ u_1(t) = -\tilde{U}, \quad u_2(t) = 0, \quad u_3 = 0; & t_{j+3}^{(1)} \leq t \leq t_{j+4}^{(1)}, \quad j = 4r, r = 0, 1, \dots, p, \\ & p = [(n_2 + 1)/2] \end{cases} \quad (3.2)$$

$$u_1(t) = 0, \quad u_2(t) = \tilde{U}, \quad u_3 = q_2 \tilde{U} / (2h_0^{(2)} - q_2)C; \quad t_{j+2}^{(1)} \leq t \leq t_{j+3}^{(1)}, \quad j = 2r, \\ r = 0, 1, \dots, n_2 - 1$$

$$u_{L_2} = \begin{cases} u_1(t) = 0, \quad u_2(t) = \tilde{U}, \quad u_3 = 0; & t_0^{(2)} \leq t \leq t_1^{(2)}, \\ u_1(t) = \tilde{U}, \quad u_2(t) = 0, \quad u_3 = 0; & t_{j+1}^{(2)} \leq t \leq t_{j+2}^{(2)}, \quad j = 4r, r = 0, 1, \dots, p \\ u_1(t) = -\tilde{U}, \quad u_2(t) = 0, \quad u_3 = 0; & t_{j+3}^{(2)} \leq t \leq t_{j+4}^{(2)}, \quad j = 4r, r = 0, 1, \dots, p \\ & p = [(n_1 + 1)/2], \\ u_1(t) = 0, \quad u_2(t) = \tilde{U}, \quad u_3 = q_1 \tilde{U} / (2h_0^{(1)} - q_1)C; & t_{j+2}^{(2)} \leq t \leq t_{j+3}^{(2)}, \quad j = 2r, \\ & r = 0, 1, \dots, n_1 - 1 \end{cases} \quad (3.3)$$

где  $[x]$  означает целую часть  $x$ .

В (3.2), (3.3) моменты времени  $t_j^{(i)}, t_{j+1}^{(i)}, t_{j+2}^{(i)}$ ,  $i = 1, 2$  определяются из уравнения движения (1.1) подстановкой управлений (3.2), (3.3) в эти уравнения и интегрированием последних при краевых условиях, представляющих координаты вершин  $L_i^j, L_i^{j+1}, L_i^{j+2}$ ,  $i = 1, 2$ .

Движение схвата  $X$  при управлении (3.2) | (3.3) происходит следующим образом. На участке  $L_1^{(0)} L_1^{(1)} L_1^{(2)} (L_2^{(0)} L_2^{(1)} L_2^{(2)})$  рассматриваемой ломаной  $L_1 (L_2)$  плоское движение схвата  $X$  происходит с максимальной скоростью  $\tilde{u} = \tilde{U}$  и с постоянным диаметром обнаружения  $h_0^{(2)} = 2C \cdot x_3^{(2)}$  ( $h_0^{(1)} = 2C \cdot x_3^{(1)}$ ), т.е. при  $u_3 = 0$ . Начиная с вершины  $L_1^{(2)} (a_1, h_0^{(2)} / 2, x_3^{(2)}) (L_2^{(2)} (h_0^{(1)} / 2, a_2, x_3^{(1)}))$  движение объекта  $X$  по координатам  $x_2 (x_1), x_3$  происходит одновременно. За время  $t = h_0^{(2)} / (\tilde{U} + Cu_3)$  ( $t = h_0^{(1)} / (\tilde{U} + Cu_3)$ ),  $0 \leq u_3 \leq 1$  нижняя точка пересечения окружности круга обнаружения с линиями  $x_1 = a_1$  ( $x_2 = a_2$ ) и  $x_1 = 0$  ( $x_2 = 0$ ) перемещается из положения  $(a_1, 0) ((0, a_2))$  в положение  $(a_1, h_0^{(2)}) ((h_0^{(1)}, a_2))$  со скоростью  $\tilde{U} + Cu_3$ , а центр круга обнаружения — из положения  $(a_1, h_0^{(2)} / 2) ((h_0^{(1)} / 2, a_2))$  в положение  $(a_1, h_0^{(2)} + h_0^{(2)(1)} / 2) ((h_0^{(1)} + h_0^{(1)(1)} / 2, a_2))$  со скоростью  $\tilde{U}$ , где  $h_0^{(0)(1)} = h_0^{(0)} - q_1$ ,  $q_1 = 2h_0^{(1)}Cu_3 / (\tilde{U} + Cu_3)$ . По описанному способу движение по заключительному участку траектории обеспечивает приведение схвата в конечную точку траектории  $L_i'$ ,  $i = 1, 2$ .

траекторий  $L_i, i = 1, 2$  покрывают  $\tilde{D}$  ([2]), поэтому движение схвата  $X$  по траекториям  $L_i, i = 1, 2$  при соответствующих управлениях обеспечивает обнаружение искомого объекта, находящегося в  $\tilde{D}$ , за конечное время. Как показали исследования, проведенные аналогично [5], одна из траекторий  $L'_i, i = 1, 2$  в зависимости от геометрических параметров  $\tilde{D}$  имеет минимальную длину среди целого множества покрывающих прямоугольную область с заданной точностью траекторий, построенных на основе двух исходных траекторий  $L_i, i = 1, 2$ .

Полное время процесса управления при прохождении схвата  $X$  по траекториям  $L_i, i = 1, 2$  вычисляется следующим образом:

$$\begin{aligned} T_{L_i}(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j) &= t_{L_i}^* + t_{L_i}^1, \quad (i = 1, j = 2); \quad (i = 2, j = 1) \quad (3.4) \\ t_{L_i}^*(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j) &= d_{L_i}^*(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j)/\tilde{U}, \quad t_{L_i}^1(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j) = d_{L_i}^1(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j)/\tilde{U} \\ d_{L_i}^*(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j) &= h_0^{(j)}/2 + (2h_0^{(j)} - (n_j - 1)q_j)(n_j - 1)/2 \\ d_{L_i}^1(h_0^{(j)}, q_j) &= (h_0^{(j)} - (n_j - 1)q_j)/2, \\ (i = 1, j = 2); \quad (i = 2, j = 1) \end{aligned}$$

В (3.4)  $t_{L_i}^*$  — гарантированное время "просмотра" прямоугольника  $\tilde{D}$  при прохождении проекции схвата  $X$  по траектории с длиной  $d_{L_i}^*$ , а  $t_{L_i}^1$  — время приведения на уже обнаруженную точку по заключительному участку с длиной  $d_{L_i}^1$ .

Из (3.4) имеем

$$\begin{aligned} T_{L_i}(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j) &= d_{L_i}^*/\tilde{U}, \quad (i = 1, j = 2); \quad (i = 2, j = 1) \quad (3.5) \\ d_{L_1}(a_1, a_2, h_0^{(2)}, q_2, n_2) &= d_{L_1}^* + d_{L_1}^1 = a_2 + n_2(a_2, h_0^{(2)}, q_2) \cdot a_1 \\ d_{L_2}(a_1, a_2, h_0^{(1)}, q_1, n_1) &= d_{L_2}^* + d_{L_2}^1 = a_1 + n_1(a_1, h_0^{(1)}, q_1) \cdot a_2 \end{aligned}$$

Таким образом,  $\square\square$  (2.3), с учетом (3.4), (3.5), получим

$$\begin{aligned} T^*(a_1, a_2) &= \min_{i=1,2} \min_{0 < h_0^{(i)} \leq h_{\max}^{(i)}} \min_{0 < q_j \leq h_0^{(j)}} T_{L_i}(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j) = \\ &= \min_{i=1,2} \min_{0 < h_0^{(i)} \leq h_{\max}^{(i)}} \min_{0 < q_j \leq h_0^{(j)}} d_{L_i}(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j)/\tilde{U} = \\ &= \min_{i=1,2} d_{L_i}^*(a_1, a_2)/\tilde{U} = d^*(a_1, a_2)/\tilde{U} \quad (3.6) \end{aligned}$$

$$h_{\max}^{(i)} = h_{\max} \leq a_1, a_2 \leq 1, \quad (i = 1, j = i+1); \quad (i = 2, j = i-1)$$

В (3.6) задача минимума

$$\begin{aligned} d_{L_i}(a_1, a_2, h_0^{(j)}, q_j) &\rightarrow \min_{0 < h_0^{(j)} \leq h_{\max}^{(j)}} \min_{0 < q_j \leq h_0^{(j)}} \\ (i = 1, j = i+1); \quad (i = 2, j = i-1) \end{aligned} \quad (3.7)$$

с учетом (3.5), равносильна задаче

$$n_i(a_i, h_0^{(i)}, q_i) \rightarrow \min_{0 < h_0^{(i)} \leq h_{\max}^{(i)}} \min_{0 < q_i \leq h_0^{(i)}}, \quad n_i \in Z \quad (3.8)$$

где  $n_i, i = 1, 2$  определяются из (3.1) и имеют вид

$$n_i(a_i, h_0^{(i)}, q_i) = [2h_0^{(i)} + q_i - \sqrt{(2h_0^{(i)} + q_i)^2 - 8a_i q_i}] / 2q_i, \quad i = 1, 2 \quad (3.9)$$

Первый внутренний минимум в (3.8) по  $q_i$ , с учетом (3.9), достигается при

$$q_i^* = 4a_i - 2h_0^{(i)} - 4\sqrt{a_i(a_i - h_0^{(i)})}, \quad i = 1, 2 \quad (3.10)$$

Подставляя (3.10) в (3.9) и разрешая последние относительно  $h_0^{(i)}$ , получим следующие два соотношения:

$$h_0^{(i)} = a_i(2n_i - 1)/n_i^2, \quad i = 1, 2 \quad (3.11)$$

Функции (3.11) – монотонно убывающие относительно параметров  $n_i, i = 1, 2$ . Поэтому определение внешнего минимума в (3.8) равносильно нахождению наименьших значений  $n_i^* = 1, 2, \dots$  и, соответственно, максимальных значений диаметров круга обнаружения  $(h_0^{(i)})^*, i = 1, 2$  (3.11), при которых не нарушаются условия

$$(h_0^{(i)})^* \leq h_{\max}^{(i)} = 2C, \quad i = 1, 2 \quad (3.12)$$

Таким образом, решение задачи (3.7) можно представить в следующей последовательности: для фиксированных  $a_i, i = 1, 2$  из (3.11) и (3.12) определяются количество шагов сканирования –  $n_i^*$ , и начальный диаметр круга обнаружения (или начальная координата по вертикали) –  $(h_0^{(i)})^*$ . Затем находится  $q_i^*$  из (3.10). При найденном наборе значений  $n_i^*, (h_0^{(i)})^*, q_i^*$  определяются управления (3.2), (3.3), при которых выполняется условие (1.7).

4. Перейдем, согласно (3.6), к решению задачи

$$d^*(a_1, a_2) = \min_{i=1,2} d_{L_i}^*(a_1, a_2), \quad h_{\max} \leq a_1, a_2 \leq 1 \quad (4.1)$$

т.е. к задаче определения из двух траекторий  $L_1$  и  $L_2$  траектории минимальной длины.

Минимум в (4.1) зависит от знака функции

$$F(a_1, a_2) = d_{L_2}^* - d_{L_1}^* = a_2 - a_1 + n_2^* a_1 - n_1^* a_2 \quad (4.2)$$

и определяется следующим образом:

$$d^*(a_1, a_2) = \begin{cases} d_{L_1}(a_1, a_2), & F(a_1, a_2) > 0 \\ d_{L_2}(a_1, a_2) = d_{L_1}(a_1, a_2), & F(a_1, a_2) = 0 \\ d_{L_2}(a_1, a_2), & F(a_1, a_2) < 0 \end{cases} \quad (4.3)$$

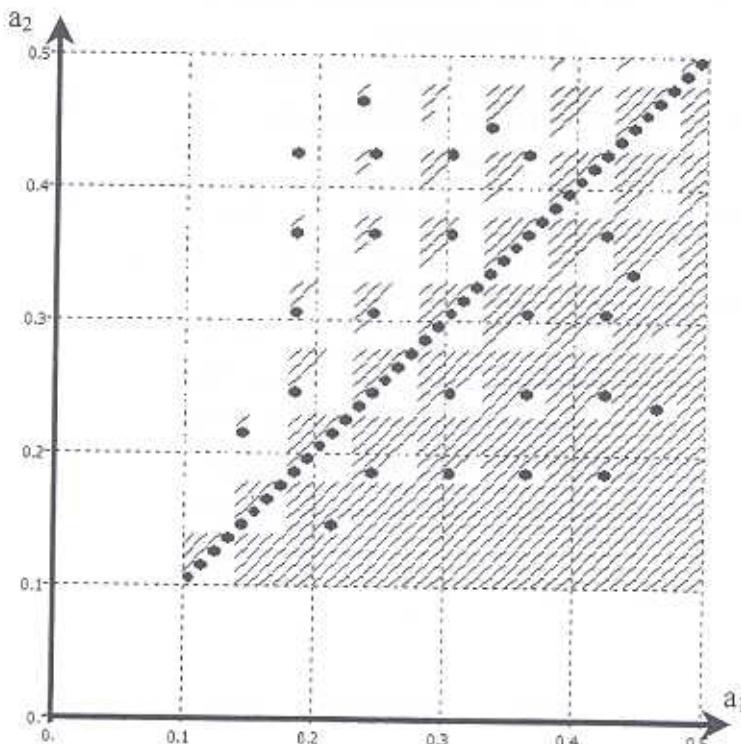
Определение минимума (4.3), в соответствии с предлагаемым алгоритмом, проводилось численным путем. Был рассмотрен манипулятор со следующими размерными электромеханическими и геометрическими параметрами:

$$c = 1 \text{ м}, \quad C = 0.05, \quad p_1 = 3600^\circ \text{ м}^{-1}, \quad p_2 = 3260^\circ \text{ м}^{-1}, \quad p_3 = 150^\circ \text{ м}^{-1}$$

$$k_1 = 0.3 \text{ Н м/А}, \quad k_2 = 0.233 \text{ Н м/А}, \quad k_3 = 0.316 \text{ Н м/А}.$$

$$U_1 = U_2 = U_3 = 110 \text{ В}$$

На фиг. 3 результаты расчетов по изложенному алгоритму (3.7)-(3.12), (4.1)-(4.3) представлены в виде диаграммы. Вычисления проведены после перехода к безразмерным переменным с помощью формул (1.4), где за единицу измерения времен взята величина  $\gamma = p_3 k_3 c U_3^{-1} \approx 0.43 \text{ с.}$ , равная времени вертикального перемещения схвата манипулятора на 1м с постоянной скоростью  $\dot{x}_3 = (p_3 k_3)^{-1} U_3 \approx 2.32 \text{ м.с.}^{-1}$



Фиг. 3

По осям на фиг. 3 отложены значения длин сторон прямоугольника  $a_1$  и  $a_2$ , изменяющихся в пределах  $h_{\max} \leq a_1, a_2 \leq 0.5$ , где  $h_{\max} = 0.1$ . Диаграмма типа фиг. 3 позволяет рассчитать оптимальную траекторию из двух исходных траекторий  $L_1$  и  $L_2$  и соответствующее управление. Если точка  $(a_1, a_2)$  совпадает с жирными точками, то  $L_1$  и  $L_2$  равносильны, т.е.  $T^* = T_{L_1} = T_{L_2}$ ; тогда можно использовать управление (3.2) или (3.3). Если точка  $(a_1, a_2)$  принадлежит заштрихованным областям, то оптимальной является траектория  $L_1$ , т.е.  $T^* = T_{L_1}$ , а оптимальное управление определяется согласно (3.2). В остальном оптимальной является  $L_2$ , т.е.  $T^* = T_{L_2}$  и оптимальное управление определяется согласно (3.3).

Для следующих значений параметров  $a_2 = 0.5$  и  $a_1 = 0.1, 0.11, \dots, 0.5$  проведены расчеты определения оптимальных значений параметров управления (3.2), (3.3) —  $(h_0^{(i)})^*, n_i^*, q_i^*$ ,  $i=1, 2$  и соответствующих оптимальных времен гаранированного приведения. Так, например, при  $a_1 = 0.3$  и  $a_2 = 0.4$  в размерных переменных имеем  $(h_0^{(1)})^* = 0.0916\text{м}$ ,  $n_1^* = 6$ ,  $q_1^* = 0.0166\text{м}$  и  $(h_0^{(2)})^* = 0.0937\text{м}$ ,  $n_2^* = 8$ ,  $q_2^* = 0.0125\text{м}$ , которым соответствуют значения  $T_{L_1} = 27.4909\text{с}$ . и  $T_{L_2} = 26.5090\text{с}$ ., т.е.  $T^* = T_{L_2}$ . Анализ полученных результатов показали, что оптимизация управления гаранированного приведения дает существенный выигрыш во времени. Во всем диапазоне изменения параметра  $a_1$ ,  $0.1 \leq a_1 \leq 0.5$ , выигрыш во времени составляет до 30%.

## ЛИТЕРАТУРА

- Черноусько Ф.Л., Болотник, Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.: Наука. 1989. 386 с.
- Аветисян В.В. О задаче оптимального гаранированного приведения динамической системы в целевую точку в ограниченной области при неполной информации // Изв. НАН РА. Механика. 2002. Т. 55. № 3. С. 65-72.
- Avetisyan V.V. The problem of optimal guaranteed search and capture of immobile object in rectangular domain // 10-th International Symposium on Dynamic Games and Applications. Proceedings, v.1, St. Petersburg, Russia, 2002, p. 65-68.
- Аветисян В.В. Оптимальный по минимальному суммарному времени гаранированный поиск и приведение динамической системы в неподвижную точку в прямоугольной области//Изв. НАН РА. Механика. 2002. Т. 55. №4. С. 38-46.
- Аветисян В.В. Оптимальный по минимальному гаранированному времени поиск неподвижного объекта в прямоугольной области // Изв. РАН. Теория и системы управления. 2002. № 1. С. 62-69.

Институт Механики НАН  
Республики Армения  
Государственный инженерный  
университет Армении

Поступила в редакцию  
23.02.2004