ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 57, №2, 2004 Механика

УДК 539.3

ЗАДАЧИ О ФЛАТТЕРЕ ВЯЗКОУПРУГИХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ОБТЕКАЕМЫХ СВЕРХЗВУКОВЫМ ПОТОКОМ ГАЗА

Худаяров Б. А.

Բ. Ա. Խուդայարով
Գազի գերձայնային հոսանքով շրջհոսվող առաձգամածուցիկ գլանային թաղանթների ֆլատերի խնդիրներ

Դիտարկված են գազի գերձայնային հոսանքով շրջհոսվող առաձգամածուցիկ գլանային թաղանթների ֆլատերի խնդիրները: Բուբնով-Գալերկինի մեթոդով խնդիրները բերված են սովորական ինտեգրո-դիֆերենցիալ հավասարումների, որոնց լուծումները գտնված են թվային մեթոդով: Որոշված են եռաշերտ թաղանթների ֆլատերի կրիտիկական արագությունները:

B.A.Khudayarov
Problem of Flutter of Viscoelastic Cylindrical Shells in Supersonic Flow of Gas

Исследуются задачи о флаттере вязкоупругих цилиндрических трехслойных оболочек, обтекаемых потоком газа. При помощи метода Бубнова - Галеркина задачи сведены к исследованию системы обыкновенных интегро-дифференциальных уравнений (ИДУ). Решение ИДУ находится численным методом, основанным на использовании квадратурных формул. На основе этого метода разработан алгоритм численного решения задачи. Определены критические скорости флаттера трехслойных оболочек.

Рассмотрим вязкоупругую трехслойную цилиндрическую круговую оболочку несимметричной структуры, состоящую из двух наружных слоев и с жестким заполнителем. Оболочка длиной L при нулевом угле атаки обтекается потоком газа с большой сверхзвуковой скоростью V, направленной вдоль образующих.

Нелинейные уравнения движения вязкоупругих трехслойных цилиндрических оболочек выпишем в виде:

$$D(1-R^*)(1-\Theta h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\nabla^4\chi-\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi\right]+ \qquad (1)$$

$$+2\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\partial y}\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left[(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi\right]-\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi\right]-\frac{1}{R}\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}-q=0$$

$$\nabla^4\Phi=E(1-R^*)h\left\{\left(\frac{\partial^2}{\partial x\partial y}\left[(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi\right]\right)^2-\right.$$

$$\left.-\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left[(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi\right]\frac{\partial^2}{\partial y^2}\left[(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi\right]-\frac{1}{R}\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\right\}$$

Здесь $\chi(x,y,z)$ – функция перемещений, связанная с прогибом $W(x,y,z)$ соотношением [1, 2]:

$$W=(1-h^2\beta_3^{-1}\nabla^2)\chi$$

где $\nabla^2=\partial^2/\partial x^2+\partial^2/\partial y^2$.

Величины D, Θ, β_3 характеризуют соответственно цилиндрическую жесткость трехслойного пакета, изгибную жесткость несущих слоев и жесткость заполнителя на сдвиг; h – толщина пакета; R^* – интегральный оператор с ядром релаксации $R(t)$: $R^*\varphi(t) = \int\limits_0^t R(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau$; $\Phi(x,y,t)$ – функция напряжений.

Поперечная нагрузка $q(x,y,t)$ складывается из сил инерции, сил аэродинамического демпфирования и аэродинамического давления

$$q(x,y,t) = -\Omega\frac{\partial^2 W}{\partial t^2} - B\frac{\partial W}{\partial t} + \Delta p \qquad (2)$$

Аэродинамическое давление Δp в случае одностороннего обтекания имеет вид [3]:

$$\Delta p = -\aleph p_\infty\left[M^*\frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\aleph+1}{4}M^{*2}\left(\frac{\partial W}{\partial x}\right)^2 + \ldots\right] \qquad (3)$$

где Ω – удельная масса трехслойного пакета; $B = \aleph p_\infty / V_\infty$; $\aleph$ – показатель политропы газа; p_∞ и V_∞ – соответственно давление и скорость звука в невозмущенном потоке; $M^* = V/V_\infty$ – число Маха для невозмущенного потока.

Будем искать приближенное решение системы (1) в виде

$$\chi(x,y,t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\chi_{nm}(t)\varphi_{nm}(x,y)$$
$$\Phi(x,y,t) = \sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}\Phi_{nm}(t)\psi_{nm}(x,y) \qquad (4)$$

где функции $\varphi_{nm}(x,y)$, $\psi_{nm}(x,y)$ подобраны так, чтобы каждый член суммы (4) удовлетворял граничным условиям на кромках оболочки, а $\chi_{nm}(t)$, $\Phi_{nm}(t)$ – неизвестные функции, подлежащие определению.

Подставляя (4) в уравнение (1) и применяя к этому уравнению метод Бубнова – Галеркина, получим систему интегро-дифференциальных уравнений относительно коэффициентов (4). Введя следующие безразмерные параметры

$$\frac{x}{L},\ \frac{y}{R},\ \frac{V_\infty}{L}t,\ \frac{W}{h},\ \frac{L}{V_\infty}R(t)$$

и сохраняя прежние обозначения, систему ИДУ сводим к уравнению относительно χ_{nm}:

$$A_{kl}\ddot{\chi}_{kl} + B_{kl}\dot{\chi}_{kl} + (1-R^*)C_{kl}\chi_{kl} + V_*\sum_{n=1}^{N}F_{knl}\chi_{nl} + V_*^2\sum_{n,i=1}^{N}\sum_{m,r=1}^{M}D_{klnmir}\chi_{nm}\chi_{ir} -$$

$$-\frac{p_1}{2\pi\beta_1}\sum_{n,i=1}^{N}\sum_{m,r=1}^{M}F_{k\ln mir}\chi_{nm}(1-R^*)\chi_{ir}+\frac{p_1}{2\pi^3\lambda^2\beta_1}\sum_{n,i=1}^{N}\sum_{m,r=1}^{M}K_{k\ln mir}(1-R^*)\chi_{nm}\chi_{ir}-$$

$$-\frac{p_1}{4\pi^4\lambda^2}\sum_{n,i,j=1}^{N}\sum_{m,r,s=1}^{M}a_{k\ln mirjs}\chi_{nm}(1-R^*)\chi_{ir}\chi_{js}=0 \qquad (5)$$

Здесь A_{kl}, B_{kl}, C_{kl}, E_{kl}, F_{kln} , K_{klnmir}, F_{klnmir}, $a_{klnmirjs}$, p_1, $V_*=æ\, p_\infty R^3M^*/D$ – безразмерные параметры.

Интегрирование системы (5) при ядре Колтунова–Ржаницына $\left(R(t)=A\cdot\exp(-\beta t)\cdot t^{\alpha-1},\ 0<\alpha<1\right)$ проводилось численным методом, предложенным в работах [4, 5]. Результаты вычислений представлены в таблице.

В качестве критерия, определяющего критическую скорость $V_{*\text{кр}}$, принимаем условие, что при этих скоростях амплитуда колебаний изменяется по гармоническому закону. При $V > V_{*\text{кр}}$ происходит колебательное движение с интенсивно нарастающими амплитудами, которое может привести конструкцию к разрушению. В случае $V< V_{*\text{кр}}$, амплитуда колебаний затухает [6].

Из таблицы видно, что увеличение коэффициента вязкости A приводит к уменьшению критической скорости $V_{*\text{кр}}$ флаттера на 54%. При A=0 и A=0,1 скорость флаттера соответственно равна 83 и 38,3.

Таблица

A	α	β	κ_1	λ	Θ	$V_{*\text{кр}}$
0 0,001 0,01 0,1	0,25	0,05	0,2	10	0,05	83 81,5 55 38,3
0,1	0,1 0,4 0,7	0,05	0,2	10	0,05	30,5 42 47
0,1	0,25	0,01 0,1	0,2	10	0,05	38,5 38,1
0,1	0,25	0,05	0,01 0,04 0,08 0,3	1	0,05	172 146,3 133,9 122,95
0,1	0,25	0,05	0,2	4 6 8	0,05	132,2 91,3 59
0,1	0,25	0,05	0,2	1	0,01 0,05 0,08 0,1 0,2	115 124,2 130,95 135,3 156,4

С увеличением реологического параметра α критическая скорость флаттера возрастает. Рост критической скорости более сильно заметен при значениях α=0,7 в отличие от значения α=0,1. Разница между ними составляет 54,1%. Для критической скорости флаттера влияние реологического параметра β незаметно.

Изучено влияние параметра k_1 $(k_1 = h^2 \beta_3^{-1} / L^2)$ на критическую скоростью $V_{*кр}$ флаттера. Расчеты были проведены при k_1=0,01; 0,04; 0,08 и 0,3. Полученные результаты показывают, что с уменьшением жесткости заполнителя на сдвиг (ростом коэффициента κ_1) критическая скорость флаттера трехслойной оболочки уменьшается.

Как показали вычисления, если увеличим параметр λ, то критическая скорость флаттера существенно уменьшается. Это объясняется тем, что по поверхности оболочки аэродинамические нагрузки увеличиваются с ростом параметра λ из-за увеличения длины оболочки L.

Изучено влияние параметра Θ, характеризующее изгибную жесткость несущих слоев. Увеличение параметра Θ благоприятно влияет на флаттерные характеристики.

В заключение отметим, что вязкоупругие свойства материала уменьшают критическую скорость флаттера трехслойных оболочечных конструкций. Увеличение жесткости заполнителя на сдвиг и изгибную жесткость несущих слоев приводит к возрастанию критической скорости.

ЛИТЕРАТУРА

1. Григолюк Э.И., Михайлов А.П. Флаттер трехслойных цилиндрических оболочек//Инженерный журнал. 1965. T.V. Вып.6. С.1087-1091.
2. Смирнов А.И. Собственные колебания и флаттер трехслойных цилиндрических оболочек в сверхзвуковом потоке газа // Докл. Акад. Наук СССР. 1969. Т.186. №3. С.533-536.
3. Ильюшин А.А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей// ПММ. 1956. XX. Вып.6. С.733-755.
4. Бадалов Ф. Б. Методы решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат. 1987. 271с.
5. Бадалов Ф.Б., Эшматов Х., Юсупов М. О некоторых методах решения систем ИДУ, встречающихся в задачах вязкоупругости // ПММ. 1987. Т.51. № 5. С.867-871.
6. Худаяров Б.А. Алгоритмизация задачи о флаттере вязкоупругих пластинок, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа // Вычислительные технологии. СО РАН, Новосибирск. 2003. Т. 8. №6. С. 100-103.

Ташкентский институт инженеров ирригации
и механизации сельского хозяйства

Поступила в редакцию
24.02.2004