

УДК 539.3

ИЗГИБ ДВУХСЛОЙНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ ПОЛОСЫ

Баблоян А.А., Бегларян А.Г.

Ա.Ա. Բաբլոյան, Ա.Գ. Բեգլարյան

Երկշերտ անիզոտրոպ շերտի ծռումը

Բերվում է առաձգականության տեսության առաջին եզրային խնդրի լուծումը երկու անիզոտրոպ նյութերից բաղկացած անվերջ շերտի համար: Առանձին դիտարկվում են համաչափ և շեղ-համաչափ բեռնավորման դեպքերը:

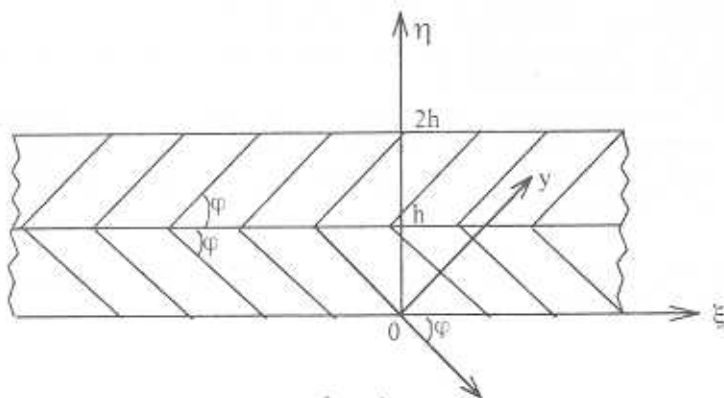
A.H. Babloyan, A.G. Beglaryan

Bending of Anisotropic two Layered Strip

Приводится решение первой основной задачи теории упругости для симметрично собранной двухслойной полосы. Отдельно рассматриваются случаи симметричного и кососимметричного нагружений.

Рассматривается первая основная задача теории упругости для симметрично собранной двухслойной, прямолинейно-анизотропной полосы ($-\infty < \xi < \infty$, $0 \leq \eta \leq 2h$). Эта же задача для полосы из одного анизотропного материала рассматривалась в работе [1]. Аналогичные вопросы исследовались в работах [2–12].

Вводим ортогональную систему координат (x, y) , совпадающую с главными направлениями анизотропии нижнего материала (фиг. 1).



Փիգ. 1

Через φ обозначим угол между координатными осями ox и ox' . Тогда переход от одной координатной системы к другой будет осуществляться формулами

$$x = \xi \cos \varphi - \eta \sin \varphi, \quad z = \xi \sin \varphi + \eta \cos \varphi \quad (1)$$

В системе (x, z) уравнения равновесия плоско-деформированного состояния анизотропного материала имеют вид [2, 3, 5]

$$c_{11} \frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + c_{44} \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} + (c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} = 0$$

$$(c_{13} + c_{44}) \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} + c_{44} \frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + c_{33} \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} = 0 \quad (2)$$

а закон Гука будет

$$\begin{aligned} \sigma_x &= c_{11} \varepsilon_x + c_{13} \varepsilon_z, & \sigma_y &= c_{12} \varepsilon_x + c_{13} \varepsilon_z, & \sigma_z &= c_{13} \varepsilon_x + c_{33} \varepsilon_z \\ \tau_{xz} &= c_{44} \varepsilon_{xy}, & \varepsilon_x &= \frac{\partial u_x}{\partial x}, & \varepsilon_z &= \frac{\partial u_z}{\partial z}, & \varepsilon_{xz} &= \frac{\partial u_z}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial z}, & \varepsilon_y &= \varepsilon_{xy} = \varepsilon_{yz} = 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Общее решение уравнений равновесия (2) для полосы ($|\xi| < \infty$, $h_1 \leq \eta \leq h_2$) имеет вид [1]

$$\begin{aligned} u_{\xi} &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 d_p A_p(\lambda) e^{\lambda(i\xi - \beta_p \eta)} d\lambda, & u_{\eta} &= - \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 e_p A_p(\lambda) e^{\lambda(i\xi + \beta_p \eta)} d\lambda \\ \sigma_{\eta} &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 c_p A_p(\lambda) \lambda e^{\lambda(i\xi + \beta_p \eta)} d\lambda, & \sigma_{\xi} &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 l_p A_p(\lambda) \lambda e^{\lambda(i\xi - \beta_p \eta)} d\lambda \\ \tau_{\xi\eta} &= \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 s_p A_p(\lambda) \lambda e^{\lambda(i\xi + \beta_p \eta)} d\lambda \end{aligned} \quad (4)$$

где $A_p(\lambda)$ — произвольные функции.

Здесь использованы обозначения

$$\begin{aligned} c_p &= \alpha_p^{-1} \cos \varphi + i \sin \varphi, & s_p &= \alpha_p^{-1} \sin \varphi - i \cos \varphi \\ d_p &= [i\gamma_0(\alpha_p) \cos \varphi - \sin \varphi] E_0^{-1}(\alpha_p), & e_p &= [i\gamma_0(\alpha_p) \sin \varphi + \cos \varphi] E_0^{-1}(\alpha_p) \\ \beta_p &= \frac{i\alpha_p \cos \varphi - \sin \varphi}{\alpha_p \sin \varphi - i \cos \varphi} = \frac{s_p}{ic_p}, & \delta_p &= \frac{\cos \varphi + i\alpha_p \sin \varphi}{\alpha_p \cos \varphi + i \sin \varphi} = \frac{c_p}{is_p} \\ l_p &= \frac{1 - \alpha_p^2}{c_p \alpha_p^2} - c_p, & m_p &= \frac{1 - \alpha_p^2}{s_p \alpha_p^2} - s_p, \quad (p = 1, 2, 3, 4) \end{aligned} \quad (5)$$

Функции $\gamma_0(\alpha)$ и $E_0(\alpha)$ определяются формулами

$$\begin{aligned} \gamma_0(\alpha) &= \frac{(c_{13} + c_{44}) \cdot \alpha}{c_{11} - \alpha^2 c_{44}} = - \frac{c_{44} - \alpha^2 c_{33}}{(c_{13} + c_{44}) \cdot \alpha} \\ E_0(\alpha) &= \alpha^{-1} [c_{11} \gamma_0(\alpha) - c_{13} \alpha] = -\alpha [c_{13} \gamma_0(\alpha) - c_{33} \alpha] = \\ &= c_{44} [\alpha \gamma_0(\alpha) + 1] = c_{44} \frac{c_{13} + \alpha^2 c_{33}}{c_{13} + c_{44}} \end{aligned} \quad (6)$$

где α_p ($p = 1; 2; 3; 4$) являются корнями биквадратного уравнения

$$\Delta_0(\alpha) = (c_{11} - \alpha^2 c_{44})(c_{44} - \alpha^2 c_{33}) + (c_{13} + c_{44})^2 \alpha^2 = 0 \quad (7)$$

Второе решение уравнений равновесия (2), позволяющее решать краевые задачи для анизотропной полосы ($h_1 \leq \xi \leq h_2$, $|\eta| < \infty$), записывается в виде

$$u_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 d_p B_p(\mu) e^{\mu(\delta_p \xi + i\eta)} d\mu, \quad u_{\eta} = - \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 e_p B_p(\mu) e^{\mu(\delta_p \xi + i\eta)} d\mu$$

$$\sigma_{\xi} = - \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 s_p B_p(\mu) \mu e^{\mu(\delta_p \xi + i\eta)} d\mu, \quad \sigma_{\eta} = - \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 m_p B_p(\mu) \mu e^{\mu(\delta_p \xi + i\eta)} d\mu$$

$$\tau_{\xi\eta} = - \int_{-\infty}^{\infty} \sum_{p=1}^4 c_p B_p(\mu) \mu e^{\mu(\delta_p \xi + i\eta)} d\mu \quad (8)$$

Первая основная задача теории упругости для симметрично собранной полосы можно представить в виде суммы двух задач — симметричной и кососимметричной. В обоих случаях решения задач можно построить только для нижнего материала ($|\xi| < \infty, 0 \leq \eta \leq h$), удовлетворяя при этом условиям симметрии или косо́й симметрии.

Граничные условия симметричной задачи только для нижнего материала будут

$$\sigma_{\eta}(\xi, 0) = f(\xi), \quad \tau_{\xi\eta}(\xi, 0) = g(\xi), \quad \tau_{\xi\eta}(\xi, h) = 0, \quad u_{\eta}(\xi, h) = 0 \quad (9)$$

а для кососимметричной задачи будем иметь

$$\sigma_{\eta}(\xi, 0) = f(\xi), \quad \tau_{\xi\eta}(\xi, 0) = g(\xi), \quad \sigma_{\eta}(\xi, h) = 0, \quad u_{\xi}(\xi, h) = 0 \quad (10)$$

С помощью формул (4) удовлетворим условиям (9) и (10), и применим к получившимся функциональным соотношениям обратное преобразование Фурье. В итоге, для определения неизвестных функций $A_p(\lambda)$ ($p = 1; 2; 3; 4$) получим систему из четырех алгебраических уравнений:

Для симметричной задачи

$$\sum_{p=1}^4 c_p A_p = \tilde{f}(\lambda), \quad \sum_{p=1}^4 s_p A_p = \tilde{g}(\lambda), \quad \sum_{p=1}^4 s_p Z_p A_p = 0, \quad \sum_{p=1}^4 e_p Z_p A_p = 0 \quad (11)$$

Для кососимметричной задачи

$$\sum_{p=1}^4 c_p A_p = \tilde{f}(\lambda), \quad \sum_{p=1}^4 s_p A_p = \tilde{g}(\lambda), \quad \sum_{p=1}^4 c_p Z_p A_p = 0, \quad \sum_{p=1}^4 d_p Z_p A_p = 0 \quad (12)$$

Здесь использованы обозначения

$$\tilde{f}(\lambda) = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) e^{-i\lambda\xi} d\xi, \quad \tilde{g}(\lambda) = \frac{1}{2\pi\lambda} \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) e^{-i\lambda\xi} d\xi, \quad Z_p = e^{\lambda\delta_p} \quad (13)$$

Решение системы (11) представляется в виде

$$\Delta_2(\lambda) A_p(\lambda) = \tilde{f}(\lambda) x_{p1}(\lambda) + \tilde{g}(\lambda) x_{p2}(\lambda) \quad (14)$$

где $\Delta_2(\lambda)$ — основной определитель системы (11)

$$\Delta_2(\lambda) = (e_1 s_1 - e_1 s_2)(c_4 s_3 - c_3 s_4) Z_1 Z_2 - (e_1 s_1 - e_1 s_3)(c_4 s_2 - c_2 s_4) Z_1 Z_3 +$$

$$+ (e_1 s_2 - e_2 s_3)(c_4 s_1 - c_1 s_4) Z_2 Z_3 + (e_4 s_1 - e_1 s_4)(c_3 s_2 - c_2 s_3) Z_1 Z_4 -$$

$$- (e_4 s_2 - e_2 s_4)(c_3 s_1 - c_1 s_3) Z_2 Z_4 + (e_4 s_3 - e_3 s_4)(c_2 s_1 - c_1 s_2) Z_3 Z_4 \quad (15)$$

а функции $x_{pk}(\lambda)$ определяются формулами

$$x_{11} = s_4(e_2 s_3 - e_3 s_2) Z_2 Z_3 + s_3(e_4 s_2 - e_2 s_4) Z_2 Z_4 + s_2(e_3 s_4 - e_4 s_3) Z_3 Z_4 \quad (16)$$

$$x_{21} = s_4(e_3 s_1 - e_1 s_3) Z_1 Z_3 + s_3(e_1 s_4 - e_4 s_1) Z_1 Z_4 + s_1(e_4 s_3 - e_3 s_4) Z_3 Z_4$$

$$x_{31} = s_4(e_1 s_2 - e_2 s_1) Z_1 Z_2 + s_2(e_4 s_1 - e_1 s_4) Z_1 Z_4 + s_1(e_2 s_4 - e_4 s_2) Z_2 Z_4$$

$$x_{41} = s_3(e_2 s_1 - e_1 s_2) Z_1 Z_2 + s_2(e_1 s_3 - e_3 s_1) Z_1 Z_3 + s_1(e_3 s_2 - e_2 s_3) Z_2 Z_3$$

$$\begin{aligned}
x_{12} &= -[c_4(e_2s_3 - e_3s_2)Z_2Z_3 + c_3(e_4s_2 - e_2s_4)Z_2Z_4 + c_2(e_3s_4 - e_4s_3)Z_3Z_4] \\
x_{22} &= -[c_4(e_3s_1 - e_1s_3)Z_1Z_3 + c_3(e_1s_4 - e_4s_1)Z_1Z_4 + c_1(e_4s_3 - e_3s_4)Z_3Z_4] \\
x_{32} &= -[c_4(e_1s_2 - e_2s_1)Z_1Z_2 + c_2(e_4s_1 - e_1s_4)Z_1Z_4 + c_1(e_2s_4 - e_4s_2)Z_2Z_4] \\
x_{42} &= -[c_3(e_2s_1 - e_1s_2)Z_1Z_2 + c_2(e_1s_3 - e_3s_1)Z_1Z_3 + c_1(e_3s_2 - e_2s_3)Z_2Z_3]
\end{aligned}$$

Для кососимметричной задачи неизвестные функции $A_p(\lambda)$ определяются из системы (12)

$$\Delta_1(\lambda)A_p(\lambda) = \tilde{f}(\lambda)x_{p1}(\lambda) + \tilde{g}(\lambda)x_{p2}(\lambda) \quad (17)$$

где $\Delta_1(\lambda)$ — определитель системы (12)

$$\begin{aligned}
\Delta_1(\lambda) &= (c_1d_2 - c_2d_1)(c_4s_3 - c_3s_4)Z_1Z_2 - (c_3d_1 - c_1d_3)(c_4s_2 - c_2s_4)Z_1Z_3 + \\
&+ (c_3d_2 - c_2d_3)(c_4s_1 - c_1s_4)Z_2Z_3 + (c_4d_1 - c_1d_4)(c_3s_2 - c_2s_3)Z_1Z_4 - \\
&- (c_4d_2 - c_2d_4)(c_3s_1 - c_1s_3)Z_2Z_4 + (c_4d_3 - c_3d_4)(c_2s_1 - c_1s_2)Z_3Z_4
\end{aligned} \quad (18)$$

а для функции $x_{pk}(\lambda)$ будем иметь

$$\begin{aligned}
x_{11} &= s_4(c_3d_2 - c_2d_3)Z_2Z_3 - s_3(c_4d_2 - c_2d_4)Z_2Z_4 + s_2(c_4d_3 - c_3d_4)Z_3Z_4 \\
x_{21} &= s_4(c_1d_3 - c_3d_1)Z_1Z_3 + s_3(c_4d_1 - c_1d_4)Z_1Z_4 - s_1(c_4d_3 - c_3d_4)Z_3Z_4 \\
x_{31} &= s_4(c_2d_1 - c_1d_2)Z_1Z_2 - s_2(c_4d_1 - c_1d_4)Z_1Z_4 + s_1(c_4d_2 - c_2d_4)Z_2Z_4 \\
x_{41} &= s_3(c_1d_2 - c_2d_1)Z_1Z_2 + s_2(c_3d_1 - c_1d_3)Z_1Z_3 - s_1(c_3d_2 - c_2d_3)Z_2Z_3 \quad (19) \\
x_{12} &= -[c_4(c_3d_2 - c_2d_3)Z_2Z_3 + c_3(c_4d_2 - c_2d_4)Z_2Z_4 + c_2(c_4d_3 - c_3d_4)Z_3Z_4] \\
x_{22} &= -[c_4(c_1d_3 - c_3d_1)Z_1Z_3 + c_3(c_4d_1 - c_1d_4)Z_1Z_4 - c_1(c_4d_3 - c_3d_4)Z_3Z_4] \\
x_{32} &= -[c_4(c_2d_1 - c_1d_2)Z_1Z_2 - c_2(c_4d_1 - c_1d_4)Z_1Z_4 + c_1(c_4d_2 - c_2d_4)Z_2Z_4] \\
x_{42} &= -[c_3(c_1d_2 - c_2d_1)Z_1Z_2 + c_2(c_3d_1 - c_1d_3)Z_1Z_3 + c_1(c_3d_2 - c_2d_3)Z_2Z_3]
\end{aligned}$$

Отметим, что определители $\Delta_p(\lambda)$ систем (11) и (12) имеют следующие асимптотические поведения:

$$\begin{aligned}
\Delta_1(\lambda) &= O(\lambda^3), \quad \Delta_2(\lambda) = O(\lambda), \quad \lambda \rightarrow 0, \\
\Delta_1(\lambda) &\approx \Delta_2(\lambda) = O(e^{\beta\lambda h}), \quad \beta = \max \left\{ \operatorname{Re} |\beta_k + \beta_p| \right\}, \quad \lambda \rightarrow \infty
\end{aligned} \quad (20)$$

Из (20) следует, что в симметричной задаче для сходимости интегралов (4) в формулах напряжений достаточно выполнения только одного

условия равновесия статики $\sum_{\xi} F_{\xi} = \int_{-\infty}^{\infty} g(\xi) d\xi = 0$. В кососимметричной

задаче эти же интегралы будут сходиться при выполнении всех условий равновесия статики. В обеих задачах для сходимости интегралов (4) в формулах перемещений, помимо вышеуказанных условий, необходимо еще "закрепить" произвольную точку (точка отсчета) составной полосы.

В качестве конкретного примера рассматривается задача об изгибе двуслойной анизотропной полосы под действием нормальных сил (плоское деформированное состояние), когда внешняя нагрузка распределена кососимметрично относительно линии контакта различных материалов.

$$\sigma_{\eta}(\xi, 0) = -\sigma_{\eta}(\xi, 2h) = \begin{cases} -P_1 & (|\xi| \in (a, b)) \\ P_2 & (|\xi| < l) \\ 0 & (|\xi| \notin (a, b) \cup (0, l)) \end{cases} \quad (21)$$

$$\tau_{\xi\eta}(\xi, 0) = \tau_{\xi\eta}(\xi, 2h) = 0, \quad P_1(b-a) = P_2 l$$

Преобразование Фурье (13) этой нагрузки будет

$$\tilde{f}(\lambda) = -\frac{P_1}{\pi\lambda^2}(\sin \lambda b - \sin \lambda a) + \frac{P_2}{\pi\lambda^2} \sin \lambda l, \quad \tilde{g}(\lambda) = 0 \quad (22)$$

Пусть материалы полосы — пьезокерамика ЦТБС-3, для которого $c_{11} = 15.51\chi$, $c_{13} = 8\chi$, $c_{33} = 13.6\chi$, $c_{44} = 2.9\chi$, $\chi = 10^5$ кгс/см² (23)

Значения корней α_p и чисел β_p при (23) для нижнего материала приведены в табл. 1.

(α_p и β_p) для нижнего материала (22)

Таблица 1

φ	P	1	2	3	4
	α_p	-2.2494	-0.4748	0.4748	2.2494
0	β_p	2.2494	0.4748	-0.4748	-2.2494
$\pi/8$	β_p	1.4107 + 0.9002i	0.5355 - 0.3089i	-0.5355 - 0.3089i	-1.4107 + 0.9002i
$\pi/4$	β_p	0.7424 + 0.6700i	0.7749 - 0.6321i	-0.7749 - 0.6321i	-0.7424 + 0.6700i
$3\pi/8$	β_p	0.5038 + 0.3214i	1.4012 - 0.8083i	-1.4012 - 0.8083i	-0.5038 + 0.3214i
$\pi/2$	β_p	0.4446	2.1063	-2.1063	0.4446

Дальнейшие вычисления проводились для следующих значений параметров (21):

$$l = 0.5 \text{ ед.}, \quad h = 1 \text{ ед.}, \quad a = 5 \text{ ед.}, \quad b = 6 \text{ ед.}, \quad P_1 = 1 \text{ ед.}, \quad P_2 = 2 \text{ ед.}$$

$\sigma_{\xi}(\xi, \eta)$

Таблица 2

φ	$\eta \setminus \xi$	0	0.5	1	2	3	4	5	6
0	0	17.5944	15.9897	13.6002	10.5187	7.5000	4.4782	1.0057	-0.4946
	0.5	7.1713	7.0735	6.6522	5.2392	3.7506	2.2654	0.9633	0.2133
	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$\pi/8$	0	12.8325	11.43	9.2552	6.6980	4.3607	2.1936	-0.1888	-1.1808
	0.5	9.3476	9.3944	8.8685	7.1517	5.3188	3.3946	1.6651	0.5357
	1	8.4491	9.0077	9.0455	8.0030	6.4881	4.7445	3.0255	1.4506
$\pi/4$	0	11.437	10.096	8.2752	6.2216	4.2544	2.2571	0.3367	-0.4232
	0.5	9.9545	9.9659	9.3827	7.3619	5.3734	3.3656	1.3560	0.2051
	1	9.7573	10.2069	10.0897	8.4521	6.4888	4.5111	2.3328	0.6473
$3\pi/8$	0	10.8304	9.4100	7.7085	5.8644	3.8759	1.9348	0.2781	-0.2626
	0.5	10.2953	10.1962	9.6167	7.5741	5.5637	3.5247	1.3346	0.1809
	1	11.6745	12.3311	11.4125	9.2976	7.2403	5.3058	2.7439	0.0498
$\pi/2$	0	17.3713	15.8717	13.5883	10.5145	7.5001	4.4822	1.0646	-0.4357
	0.5	7.2425	7.1218	6.6700	5.2421	3.7504	2.262	0.9391	0.1891
	1	0	0	0	0	0	0	0	0

В различных точках нижнего материала ($0 \leq \eta \leq 1$) при различных ориентациях главных осей анизотропии вычислены значения нормального $\sigma_{\xi}(\xi, \eta)$ и касательного $\tau_{\xi\eta}(\xi, \eta)$ напряжений. Результаты вычислений приведены в табл. 2; 3 и табл. 4; 5 соответственно:

$\sigma_{\xi}(\xi, \eta)$

Таблица 3

φ	$\xi \setminus \eta$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1
0	0	17.5944	12.616	8.8088	7.1713	5.6368	2.7577	0
	2.5	9.0067	7.2018	5.3983	4.4967	3.5958	1.7966	0
	5	1.0057	1.1684	1.0810	0.9633	0.8098	0.4299	0
$\pi/8$	0	12.833	11.043	9.7635	9.3476	9.0339	8.6309	8.8491
	2.5	5.5037	5.7672	6.0764	6.2481	6.4317	6.8347	7.2845
	5	-0.1888	0.5299	1.3096	1.6651	1.9925	2.5623	3.0255
$\pi/4$	0	11.437	10.760	10.146	9.9545	9.8361	9.7465	9.7573
	2.5	5.2662	5.7052	6.1470	6.3681	6.5893	7.0323	7.4759
	5	0.3367	0.7195	1.1468	1.3560	1.5610	1.9560	2.3328
$3\pi/8$	0	10.830	10.405	10.231	10.295	10.438	10.932	11.675
	2.5	4.8764	5.5473	6.2244	6.5639	6.9037	7.5829	8.2606
	5	0.2781	0.7151	1.1306	1.3346	1.5433	2.0231	2.7439
$\pi/2$	0	17.3713	12.626	8.8783	7.2425	5.7012	2.7941	0
	2.5	9.0052	7.2013	5.3988	4.4977	3.5971	1.7977	0
	5	1.0646	1.1709	1.0598	0.9391	0.7866	0.4159	0

$\tau_{\xi\eta}(\xi, \eta)$

Таблица 4

φ	$\eta \setminus \xi$	0	0.5	1	2	3	4	5	6
0	0.25	0	0.9381	0.7059	0.6611	0.6577	0.6630	0.7972	-0.1409
	0.5	0	1.0588	1.1487	1.1279	1.1259	1.1291	1.0919	0.1331
	0.75	0	1.0989	1.3660	1.4020	1.4050	1.4003	1.2526	0.1537
	1	0	1.1090	1.4310	1.4919	1.4975	1.4889	1.3045	0.1955
$\pi/8$	0.25	0.0970	0.9735	0.6139	0.5645	0.5344	0.5142	0.6872	-0.2330
	0.5	0.1151	1.0958	1.1025	1.0465	1.0241	1.0174	0.9929	-0.0453
	0.75	0.0606	1.0779	1.4302	1.4583	1.4777	1.4916	1.3129	0.2086
	1	-0.3610	0.9519	1.6208	1.8155	1.9033	1.9418	1.6871	0.5136
$\pi/4$	0.25	0.0953	0.9529	0.5258	0.5044	0.5031	0.4816	0.6295	-0.2264
	0.5	0.0842	1.0726	1.0807	1.0038	1.0020	0.9904	0.9576	-
	0.75	-0.0553	1.0840	1.4911	1.4976	1.4978	1.5153	1.3483	0.03627
	1	-0.3312	1.0184	1.7663	1.9845	1.9925	2.0315	1.8296	0.2080 0.4908
$3\pi/8$	0.25	0.1374	0.8870	0.5269	0.4906	0.5006	0.4697	0.5361	-0.1935
	0.5	0.1221	1.0266	1.0552	0.9932	1.0001	0.9937	0.8756	-0.0133
	0.75	-0.0415	1.1209	1.4708	1.5065	1.4989	1.5308	1.3940	0.1895
	1	-0.6665	1.2973	1.9159	2.0259	2.0017	2.0117	2.2206	0.3514
$\pi/2$	0.25	0	0.9209	0.6983	0.6600	0.6573	0.6618	0.7886	-0.1323
	0.5	0	1.0641	1.1460	1.1272	1.1256	1.1283	1.0946	0.1305
	0.75	0	1.1167	1.3716	1.4030	1.4053	1.4013	1.2615	0.1448
	1	0	1.1308	1.4400	1.4937	1.4983	1.4908	1.3154	0.1846

Из табл. 2; 3 следует, что распределение нормального напряжения $\sigma_{\xi}(\xi_0, \eta)$ по толщине составной полосы сильно отличается от линейного

закона. При наклонной анизотропии ($\varphi \neq 0, \pi/2$) напряжения σ_{ξ} и $\tau_{\xi\eta}$ имеют конечные разрывы в точках линии контакта двух различных материалов. Для значений угла $\varphi = 0$ и $\varphi = \pi/2$ (не наклонная анизотропия) разрыв напряжения $\sigma_{\xi}(\xi_0, \eta)$ исчезает.

В табл. 6 приведены значения относительных прогибов $V(\xi, \eta) - V(6, 0.5)$ точек линий нижнего материала ($\eta = 0; 0.5; 1; 0 \leq \xi \leq 5$) при различных ориентациях главных направлений анизотропии.

 $\tau_{\xi\eta}(\xi, \eta)$

Таблица 5

φ	$\xi \setminus \eta$	0	0.2	0.4	0.5	0.6	0.8	1
0	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0.5413	0.9614	1.1256	1.2600	1.4383	1.4975
$\pi/8$	0	0	0.0719	0.1348	0.1151	0.0634	-0.1122	-0.3610
	3	0	0.4313	0.8330	1.0241	1.2094	1.5649	1.9033
$\pi/4$	0	0	0.0849	0.1020	0.0842	0.0452	-0.0998	-0.3312
	3	0	0.4028	0.8029	1.0020	1.2006	1.5968	1.9925
$3\pi/8$	0	0	0.1295	0.1372	0.1221	0.0855	-0.1129	-0.6665
	3	0	0.4005	0.8005	1.0001	1.1996	1.5990	2.0017
$\pi/2$	0	0	0	0	0	0	0	0
	3	0	0.5419	0.9610	1.1256	1.2600	1.4388	1.4983

 $10^5 [V(6, 0.5) - V(\xi, \eta)]$

Таблица 6

φ	$\eta \setminus \xi$	0	0.5	1	2	3	4	5
0	0	13.069	12.834	12.284	10.658	8.4175	5.7447	2.8057
	0.5	13.216	13.000	12.458	10.794	8.514	5.8007	2.8365
	1	13.255	13048	12.514	10.838	8.5460	5.8197	2.8504
$\pi/8$	0	15.627	14.781	13.362	10.410	7.4400	4.7062	2.3046
	0.5	13.286	12.124	10.746	7.9224	5.2746	2.9699	1.1065
	1	10.919	9.7525	8.4368	5.8579	3.6022	1.7681	0.4129
$\pi/4$	0	13.933	12.588	10.668	7.5623	4.8979	2.7083	0.9281
	0.5	11.616	10.183	8.6814	5.9509	3.6638	1.8607	0.4945
	1	9.4984	8.2793	7.0071	4.6442	2.7396	1.3196	0.4047
$3\pi/8$	0	14.107	12081	9.6999	6.4264	3.8562	1.8767	0.2999
	0.5	12.367	10.431	8.5687	5.5893	3.2519	1.4960	0.2011
	1	10.812	9.1226	7.5387	4.8395	2.7232	1.1955	0.2381

Известно [1,5], что под действием только нормальных сил точки перпендикуляров анизотропной полосы отклоняются от своих первоначальных положений. Для определения угла наклона первоначальных перпендикуляров вычислены относительные горизонтальные смещения $[U(0, \eta) - U(0, 1)]$ точек линии ($\xi = 0, 0 \leq \eta \leq 2$). Результаты вычислений приведены в табл. 7.

Полученные здесь результаты могут быть полезными при расчете деталей машин и строительных конструкций, а также при определении параметров будущего землетрясения методами современных сверхточных геодезических измерений [4].

$\eta \setminus \varphi$	0	$\pi/8$	$\pi/4$	$3\pi/8$	$\pi/2$
0	0	-13.943	-6.3639	-2.6546	0
0.2	0	-11.210	-5.0620	-2.1264	0
0.4	0	-8.4007	-3.7514	-1.6058	0
0.6	0	-5.5938	-2.4634	-1.0850	0
0.8	0	-2.7946	-1.2126	-0.5555	0
1	0	0	0	0	0
1.2	0	2.7946	1.2126	0.5555	0
1.4	0	5.5938	2.4634	1.0850	0
1.6	0	8.4001	3.7514	1.6058	0
1.8	0	11.210	5.0620	2.1264	0
2	0	13.943	6.3639	2.6546	0

ЛИТЕРАТУРА

1. Бегларян А.Г., Баблоян А.А. Изгиб анизотропной полосы. // Изв. НАН РА. Механика. 2003. Т. 56. №4. С.29-38.
2. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. Электромагнитоупругость пьезокерамических и электропроводных тел. М.: Наука. 1988. 472с.
3. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Механика связанных полей в элементах конструкций. Т.5. Электроупругость. Киев: Наукова Думка. 1989. 230с.
4. Бегларян А.Г. Разработка и совершенствование методов и приборов для автоматизации геодезических деформационных измерений инженерных сооружений и разломов земной коры. / Дисс. на соиск. уч. ст. докт. тех. наук. Ереван. 1997. 104с.
5. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропных тел. М.: Наука, 1977. 415С.
6. Баблоян А.А., Мелкумян С.А. Смешанная задача электроупругости для пьезокерамического клина с электродами. // Докл. НАН Арм. 1999. Т.99. №1. С.45-51
7. Амбарцумян С.А. Теория анизотропных пластин. М.: Наука. 1957. 360с.
8. Амбарцумян С.А., Гнуни В.Ц. О вынужденных колебаниях и динамической устойчивости трехслойных ортотропных пластинок. // Изв. АН СССР. Мех. и машиностр. 1961. №3
9. Агаловян Л.А. Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек. М.: Наука. 1997. 415с.
10. Белубекян Э.В., Гнуни В.Ц. Оптимальные задачи колебаний анизотропных слоистых цилиндрических оболочек. // Механика полимеров. 1976. №5. с.871-874
11. Саркисян В.С. Некоторые задачи математической теории упругости анизотропного тела. Ереван, Из-во ЕГУ. 1976. 534с.
12. Агаловян М.Л. Краевые задачи на собственные значения для анизотропных тонкостенных тел. / Дисс. на соиск. уч. ст. канд. ф.-м. наук. Ереван. 1998. 109с.

Ереванский госуниверситет
архитектуры и строительства

Поступила в редакцию
18.11.2003

