ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 57, №1, 2004 Механика

УДК 539.3

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О ФЛАТТЕРЕ ВЯЗКОУПРУГИХ ТРЕХСЛОЙНЫХ ПЛАСТИН

Худаяров Б. А.

Բ. Ա. Խուդայարով
Առաձգամածուցիկ եռաշերտ սալերի ֆլատերի խնդրի թվային լուծումը

Դիտարկված է առաձգամածուցիկ երկար եռաշերտ սալերի ֆլատերի խնդիրը: Ուսումնասիրված է ռեոլոգիական պարամետրերի ազդեցությունը ֆլատերի կրիտիկական արագությունների վրա:

B. A. Khudayarov
Numerical Solution of a Problem about a Flutter of Visco-elastic Sandwich Plates

Рассматриваются задачи о флаттере вязкоупругих трехслойных удлиненных пластин. Изучено влияние реологических параметров на критические скорости флаттера.

В связи с широким применением в технике композиционных материалов наследственная теория вязкоупругости привлекает к себе все больший интерес исследователей. Об этом свидетельствует выход в свет за последние годы значительное число публикаций, посвященных решению задач расчета характеристик вязкоупругих конструкций [1-3].

В настоящей работе исследуется в линейно-вязкоупругой постановке задача об устойчивости удлиненных трехслойных пластинок с жестким, сопротивляющимся поперечному сдвигу заполнителем, обтекаемой с внешней стороны сверхзвуковым потоком.

Ранее в работах [4-6] и других уже рассматривались подобные задачи для упругих как однослойных, так и трехслойных пластин в сверхзвуковом потоке газа.

Рассмотрим вязкоупругую удлиненную трехслойную пластинку, обтекаемую с внешней стороны сверхзвуковым потоком газа с невозмущенной скоростью V, направленной вдоль оси Ox. Аэродинамическое давление учитываем по линейной поршневой теории [7].

Уравнение движения вязкоупругой трехслойной пластины в потоке газа в случае отсутствия сдвигающих усилий примет вид:

$$D(1-R^*)(1-\Theta h^2\beta_3^{-1}\frac{\partial^2}{\partial x^2})\frac{\partial^4\chi}{\partial x^4}-P_x\frac{\partial^2}{\partial x^2}(1-h^2\beta_3^{-1}\frac{\partial^2}{\partial x^2})\frac{\partial^2\chi}{\partial x^2}+$$
$$+\Omega\frac{\partial^2}{\partial t^2}(1-h^2\beta_3^{-1}\frac{\partial^2}{\partial x^2})\chi-q=0 \tag{1}$$

Здесь $\chi(x,t)$ – функция перемещений, связанная с прогибом $W(x,t)$ соотношением [8] :

$$W=(1-h^2\beta_3^{-1}\frac{\partial^2}{\partial x^2})\chi \tag{2}$$

Величины D, Θ, β_3, Ω характеризуют соответственно цилиндрическую жесткость трехслойного пакета, изгибную жесткость несущих слоев, жесткость заполнителя на сдвиг и удельную массу трехслойного пакета; h–толщина пакета; P_x– внешние сжимающие (растягивающие) усилия в продольном направлении; $q(x,t)$–аэродинамическая нагрузка; R^*–интегральный оператор с ядром релаксации $R(t)$: $R^*\varphi(t) = \int_0^t R(t-\tau)\varphi(\tau)d\tau$.

Приближенное решение уравнения (1) будем искать в виде

$$\chi(x,t) = \sum_{n=1}^{N} \chi_n(t)\varphi_n(x) \tag{3}$$

где функции $\varphi_n(x)$ подобраны так, чтобы каждый член суммы (3) удовлетворял граничным условиям на кромках пластинки, а $\chi_n(t)$–некоторые функции, подлежащие определению. Подставляя (3) в уравнение (1) и применяя к этому уравнению метод Бубнова – Галеркина, получим систему интегро-дифференциальных уравнений относительно коэффициентов (3). Введя следующие безразмерные параметры:

$$\frac{x}{a}, \quad \frac{V_\infty}{a}t, \quad \frac{a}{V_\infty}R(t)$$

и сохраняя прежние обозначения, получим

$$A_k \ddot{\chi}_k + B_k \dot{\chi}_k + \left[(1-R^*)C_k + E_k\right]\chi_k + V_*\sum_{n=1}^{N} F_{kn}\chi_n = 0 \tag{4}$$

Здесь A_k, B_k, C_k, E_k, F_{kn}, $V_* = æ\, p_\infty a^3 M^* / D$ –безразмерные параметры.

Интегрирование системы (4) при ядре Колтунова–Ржаницына $\left(R(t) = A\cdot\exp(-\beta t)\cdot t^{\alpha-1},\ 0<\alpha<1\right)$ проводилось численным методом, предложенным в работах [9, 10]. Результаты вычислений представлены в таблице.

В качестве критерия, определяющего критическую скорость $V_{*кр}$, принимаем условие, что при этих скоростях амплитуда колебаний изменяется по гармоническому закону. При $V > V_{*кр}$ происходит колебательное движение с интенсивно нарастающими амплитудами, которое может привести конструкцию к разрушению. В случае $V < V_{*кр}$, амплитуда колебаний затухает [11].

Проведено исследование влияния вязкости. Расчеты показали, что учет вязкого сопротивления приводит к снижению критической скорости $V_{*кр}$ флаттера. Полученное критическое значение $V_{*кр}$ для вязкоупругой (A=0,1) пластинки на 60% ниже по сравнению с упругим (A=0) значением $V_{*кр}$.

С увеличением реологического параметра α критическая скорость флаттера возрастает. Рост критической скорости более сильно заметен при значениях α=0,5 в отличие от значения α=0,05. Разница между ними составляет 31,5%. Для критической скорости флаттера влияние реологического параметра β незаметно.

Изучено влияние внешних сжимающих (растягивающих) усилий в продольном направлении. Из таблицы видно, что с ростом сжимающих усилий p_x $(p_x = P_x a^2 / D)$ в направлении скорости потока приводит к снижению критичекой скорости флаттера. Напротив, растягивающие усилия p_x приводят к такому же пропорциональному росту критической скорости флаттера.

Таблица

A	α	β	$-p_x$	k_1	Θ	ε	$V_{*кр}$
0 0,001 0,01 0,1	0,25	0,05	0,75	1	0,05	0,1	15,5 14,6 9,9 6,08
0,01	0,05 0,1 0,5	0,05	0,75	1	0,05	0,1	7,8 9,15 10,26
0,01	0,25	0,01 0,08 0,1	0,75	1	0,05	0,1	9,96 9,95 9,94
0,01	0,25	0,05	1,5 1 0 -0,5 -1	1	0,05	0,1	7,86 8,8 13,34 15,7 18,0
0,01	0,25	0,05	0,75	0,1 0,2 0,5 1,5	0,05	0,1	41,5 27,0 14,9 8,18
0,1	0,25	0,05	0,75	1	0,05	0,1	17,67 23,5 36,82
0,01	0,25	0,05	0,75	1	0 0,03 0,06 0,08	0,1	1,28 6,85 11,45 14,3
0,01	0,25	0,05	0,75	1	0,05	0 0,5 2,5 3,5	9,93 10,2 11,1 11,5

Увеличение параметра k_1 $(k_1 = h^2 \beta_3^{-1} / a^2)$ приводит к существенному изменению $V_{*кр}$. Исследования были проведены при k_1=0,1; 0,2; 0,5 и 1,5. Видно, что с уменьшением жесткости заполнителя на сдвиг (ростом коэффициента k_1) критическая скорость флаттера трехслойной пластинки уменьшается.

Изучено влияние параметра Θ, характеризующее изгибную жесткость несущих слоев. Увеличение параметра Θ приводит к увеличению критической скорости флаттера (см. табл.).

Также изучено влияние параметра ε (аэродинамическое демпфирование). С ростом коэффициента ε наблюдается повышение безразмерной критической скорости флаттера.

ЛИТЕРАТУРА

1. Потапов В.Д. Исследование динамической устойчивости вязкоупругих систем с помощью показателей Ляпунова // Изв. АН. МТТ. 2000. №6. С.82-89.
2. Бондарев Э.А., Будугаева В.А., Гусев Е.Л. Синтез слоистых оболочек из конечного набора вязкоупругих материалов // Изв. АН. МТТ. 1998. №3. С.5-11.
3. Каминский А.А., Подильчук И.Ю. Об одном методе решения граничных задач линейной теории вязкоупругости // Прикладная механика. 1998. Т. 34. №12. С. 77-85.
4. Амбарцумян С.А., Багдасарян Ж.Е. Об устойчивости ортотропных пластинок, обтекаемых сверзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1961. №4. С. 91-96.
5. Амбарцумян С.А., Багдасарян Ж.Е. Об устойчивости нелинейно-упругих трехслойных пластинок, обтекаемых сверзвуковым потоком газа // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностроение. 1961. №5. С. 96-99.
6. Багдасарян Ж.Е. Об устойчивости трехслойной ортотропной пластинки в сверзвуковом потоке газа // Изв. АН Армянской ССР. Сер. физ.-мат. наук. 1961. Т. 14. №5. С. 21-30.
7. Ильюшин А.А. Закон плоских сечений в аэродинамике больших сверхзвуковых скоростей// ПММ. 1956. XX, Вып.6. С.733-755.
8. Смирнов А.И. Динамическая устойчивость и колебания трехслойных панелей в сверхзвуковом потоке газа // ДАН СССР. 1968. Т.180. №5. С.1060-1063.
9. Бадалов Ф. Б. Методы решения интегральных и интегро-дифференциальных уравнений наследственной теории вязкоупругости. Ташкент: Мехнат. 1987. 271 с.
10. Бадалов Ф.Б., Эшматов Х., Юсупов М. О некоторых методах решения систем ИДУ, встречающихся в задачах вязкоупругости // ПММ. 1987. Т.51. № 5. С.867-871.
11. Худаяров Б.А. Алгоритмизация задачи о флаттере вязкоупругих пластинок, обтекаемых сверхзвуковым потоком газа // Вычислительные технологии. СО РАН. Новосибирск. 2003. Т.8. №6. С.100-103.

Ташкентский институт инженеров ирригации и механизации сельского хозяйства

Поступила в редакцию 24.02.2004