ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 56, №4, 2003 Механика

УДК 539.3:537.2

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОУПРУГИЕ ВОЛНЫ ЛЯВА В СИСТЕМЕ С ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОДЛОЖКОЙ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ СЛОЕМ

(Исследование поведения коэффициента электромеханической связи)

Даноян З.Н., Даноян Н.З., Манукян Г.А.

Զ. Ն. Դանոյան, Ն. Զ. Դանոյան, Գ.Ա.Մանուկյան

Լյավի մակերևութային էլեկտրաառաձգական ալիքները դիէլեկտրիկ շերտով և պյեզոէլեկտրիկ հիմքով շերտավոր համակարգում
(Էլեկտրամեխանիկական կապի գործակցի վարքի հետազոտումը)

Աշխատանքում հետազոտվում է Լյավի էլեկտրաառաձգական ալիքների գոյությունը և վարքը 6,4,622,422,6mm,4mm դասի պյեզոէլեկտրիկ հիմքով և կամայական հաստության իզոտրոպ դիէլեկտրիկ շերտով համակարգում՝ կախված շերտավոր համակարգի ֆիզիկա-մեխանիկական բնութագրիչներից և շերտի հարաբերական հաստությունից: Ստացվել է մակերևութային ալիքի բնութագրիչ հավասարումը որոնելի ալիքի տարածման փուլային արագության նկատմամբ՝ կախված վերը բերված պարամետրերից: Մանրամասն պարզաբանված է բնութագրիչ հավասարման մեջ մտնող մակերևութային ալիքի էլեկտրամեխանիկական կապի գործակցի (ԷՄԿԳ) վարքը՝ կախված համակարգի բնութագրիչներից և շերտի հարաբերական հաստությունից: Ըստ ԷՄԿԳ-ի հատկությունների դիտարկվող շերտավոր համակարգերը տրոհվել են մի քանի խմբերի: Հոդվածում ստացված արդյունքները կօգտագործվեն հետագայում մակերևութային ալիքի բնութագրիչ հավասարման, նրա գոյությունը և ձևերի վարքը ուսումնասիրելու համար:

Z.N.Danoyan,.N. Z Danoyan, G.A.Manukyan

The Surface Electroelastic Love's Waves in a Layered System with a Piezoelectric Substructure and Dielectric Layer
(The investigation of the behaviour of the electromechanical connection coefficient)

В работе исследуется существование и поведение электроупругих волн Лява в слоистой системе из пьезоэлектрической подложки классов 6, 4, 6mm, 4mm, 622, 422 и изотропного диэлектрического слоя произвольной толщины в зависимости от физико-механических характеристик слоистой системы и относительной толщины слоя. Получено характеристическое уравнение искомой поверхностной волны относительно фазовой скорости распространения, зависящей от вышеуказанных параметров. Подробно выяснено поведение коэффициента электромеханической связи (КЭМС), входящего в характеристическое уравнение поверхностной волны, в зависимости от характеристик слоистой системы и относительной толщины слоя. По свойствам КЭМС рассматриваемые слоистые системы разделены на определенные группы. Полученные в работе результаты будут использоваться в дальнейшем для исследования характеристического уравнения, существования и поведения мод поверхностной волны.

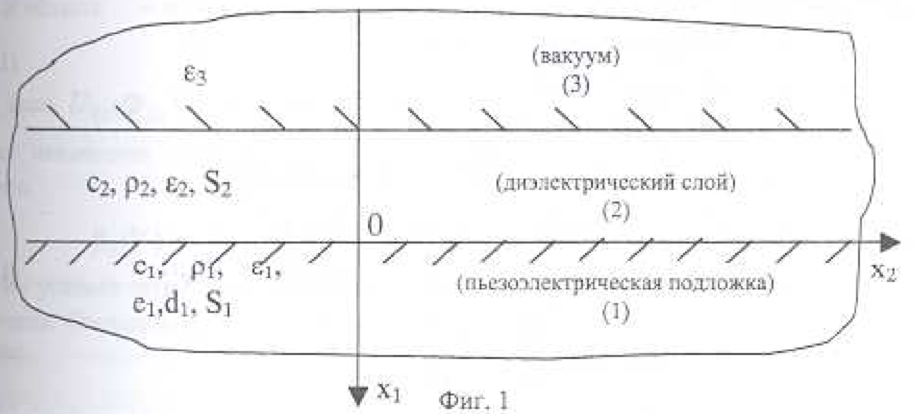
Введение

Известно [1,2,10,12], что в полубесконечной изотропной подложке, на которую нанесен изотропный слой из другого материала, могут распространяться сдвиговые поверхностные упругие волны горизонтальной поляризации, называемые волнами Лява. Волны Лява существуют только в случае мягкого слоя, когда скорость распространения объемной упругой волны в слое S_{02} меньше, чем скорость распространения упругой объемной волны в подложке S_{01}, причем скорость V_{0L} волны Лява удовлетворяет условию $S_{02} < V_{0L} < V_{01}$. Представляет интерес исследование волн Лява в слоистых системах, когда подложка или слой является пьезоэлектриком [3-10]. В [3,4,7,9] исследован вопрос существования волн Лява, когда слой является диэлектриком, а подложка – пьезоэлектриком. В [5-6] рассмотрена электроупругая задача Лява, когда слой является проводником, а подложка – пьезоэлектриком. В [8] рассматривается случай, когда слой является пьезоэлектриком, а подложка – диэлектриком.

В настоящей работе рассматриваются электроупругие волны Лява для пьезоэлектрических подложек классов 6,4,6mm, 4mm, 622, 422 с диэлектрическим слоем, дополняя и уточняя результаты работ [3,4,7]. Подробно исследуется поведение коэффициента электромеханической связи (КЭМС), входящего в характеристическое уравнение поверхностной волны, в зависимости от характеристик слоистой системы и относительной толщины слоя. По свойствам КЭМС рассматриваемые слоистые системы разделены на определенные группы. Полученные в работе результаты будут использоваться в дальнейшем для исследования характеристического уравнения, существования и поведения мод поверхностной волны.

1. Основные соотношения задачи

Пусть слоистая система, состоящая из диэлектрического изотропного слоя толщины h и полубесконечной пьезоэлектрической подложки классов 4, 6, 4mm, 6mm, 422, 622, находящихся в жестком контакте, отнесена к прямоугольной декартовой системе координат $Ox_1x_2x_3$ (фиг.1). Ось Ox_3 совпадает с главной осью симметрии (L_4 или L_6) пьезоэлектрической подложки и лежит в плоскости $x_1 = 0$ границы раздела слоя и подложки, ось Ox_1 направлена в глубь подложки. Вне слоистой системы (в области $x_1 < -h$) предполагается вакуум (или диэлектрическая среда, которая граничит со слоем без акустического контакта). Границы слоя $x_1 = 0$ и $x_1 = -h$ электрически свободны (неметаллизированны), граница $x_1 = -h$ механически свободна.



Фиг. 1

Далее рассматривается антиплоская задача:

$$\begin{cases} u_1 \equiv 0,\ u_2 \equiv 0\ \ u_3 = u(x_1, x_2, t), & -h \le x_1 < +\infty \\ \varphi = \varphi(x_1, x_2, t), & -\infty < x_1 < +\infty, \end{cases} \tag{1.1}$$

где u_k – компоненты упругого смещения, φ – потенциал электрического поля, связанный с вектором напряженности электрического поля $\bar{E}$ соотношением:

$$E_i = -\partial\varphi / \partial x_i \tag{1.2}$$

Учитывая (1.1), из уравнений и соотношений электроупругости пьезоэлектрических сред рассматриваемых классов, получим следующие уравнения и граничные условия [2-4, 6–10]:

1. Уравнения:

1) в области $x_1 > 0$ (в подложке):

$$\Delta u_1 = \frac{1}{S_1^2}\frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2}, \quad \Delta\varphi_1' = 0 \tag{1.3}$$

2) в области $-h < x_1 < 0$ (в слое):

$$\Delta u_2 = \frac{1}{S_2^2}\frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2}, \qquad \Delta\varphi_2 = 0 \tag{1.4}$$

3) в области $x_1 < -h$ (в вакууме):

$$\Delta\varphi_3 = 0 \tag{1.5}$$

2. Граничные условия:

1) на границе $x_1 = 0$:

$$u_1 = u_2, \ \ \bar{e}_1 u_1 + \varphi_1' = \varphi_2, \ -\varepsilon_1\frac{\partial\varphi_1'}{\partial x_1} + d_1\frac{\partial u_1}{\partial x_2} = -\varepsilon_2\frac{\partial\varphi_2}{\partial x_1}$$
$$\bar{c}_1\frac{\partial u_1}{\partial x_1} - e_1\frac{\partial\varphi_1'}{\partial x_1} - d_1\bar{e}_1\frac{\partial u_1}{\partial x_2} - d_1\frac{\partial\varphi_1'}{\partial x_2} = c_2\frac{\partial u_2}{\partial x_1} \tag{1.6}$$

1. на границе $x_1 = -h$

$$\varphi_2 = \varphi_3, \ \ \frac{\partial u_2}{\partial x_1} = 0, \ \ -\varepsilon_2\frac{\partial\varphi_2}{\partial x_1} = -\varepsilon_3\frac{\partial\varphi_3}{\partial x_1} \tag{1.7}$$

Для получения поверхностных волн решения должны удовлетворять условиям затухания на бесконечности:

$$u_1 \to 0, \ \varphi_1' \to 0 \ \text{ при } x_1 \to +\infty$$
$$\varphi_3 \to 0 \ \text{ при } x_1 \to -\infty \tag{1.8}$$

Выше приняты следующие обозначения:

$$S_1 = \sqrt{\bar{c}_1/\rho_1}, \quad S_2 = \sqrt{c_2/\rho_2}, \quad \bar{c}_1 = c_1(1+\chi_1^2)$$
$$\chi_1^2 = e_1^2/\varepsilon_1 c_1, \quad c_1 = c_{44}^{(1)}, \quad c_2 = c_{44}^{(2)}, \ d_1 = e_{14}^{(1)}$$
$$e_1 = e_{15}^{(1)}, \quad \bar{e}_1 = e_1/\varepsilon_1, \quad \varepsilon_1 = \varepsilon_{11}^{(1)}, \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_{11}^{(2)}, \ \varepsilon_3 = \varepsilon_{11}^{(3)}$$
$$\varphi_1' = \varphi_1 - \bar{e}_1 u_1, \quad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \tag{1.9}$$

Нижние индексы 1-3 относятся к подложке, слою и вакууму соответственно, S_1 и S_2 – скорости сдвиговых объемных волн, χ_1 – коэффициент электромеханической связи для объемной волны, c_1 и c_2 – упругие постоянные, e_1 и d_1 – пьезомодули, ε_1, ε_2, ε_3 – диэлектрические проницаемости, ρ_1 и ρ_2 – массовые плотности, φ_1' – новая неизвестная, выражающаяся через φ_1 и u_1.

2. Решение граничной задачи. Характеристическое уравнение поверхностной волны

Решение граничной задачи (1.3)-(1.8) будем искать в виде плоских гармонических волн, распространяющихся в направлении оси Ox_2, с упругим смещением и электрическим потенциалом:

$$u = U(x_1)\exp i(px_2 - \omega t), \quad -h < x_1 < +\infty$$
$$\varphi = \Phi(x_1)\exp i(px_2 - \omega t), \quad -\infty < x_1 < +\infty \tag{2.1}$$

где ω – частота, p – волновое число, $U(x_1)$ и $\Phi(x_1)$ – амплитуды смещения и потенциала, которые удовлетворяют условию затухания (1.8):

$$U(x_1) \to 0 \quad \text{при } x_1 \to +\infty$$
$$\Phi(x_1) \to 0 \quad \text{при } x_1 \to \pm\infty \tag{2.2}$$

В дальнейшем предполагается, что

$$\omega > 0, \quad p > 0 \tag{2.3}$$

а фазовая скорость волны определяется выражением:

$$V = \omega / p \tag{2.4}$$

Подставляя (2.2) в уравнениях (1.3)-(1.5) и удовлетворяя условиям затухания (2.2), получим решение вида:

В области $x_1 > 0$:

$$u_1 = U_{01}\exp(-p\beta_1(V)x_1 \exp i(px_2 - \omega t)$$
$$\varphi_1 = \left[U_{01}\bar{e}_1\exp(-p\beta_1(V)x_1) + \Phi_{01}\exp(-px_1)\right]\exp i(px_2 - \omega t) \tag{2.5}$$

В области $-h < x_1 < 0$:

$$u_2 = [U_{02}^{+}\exp(ip\beta_2(V) + U_{02}^{-}\exp(-ip\beta_2(V)x_1]\exp i(px_2 - \omega t)$$
$$\varphi_2 = [\Phi_{02}^{+}\exp(px_1) + \Phi_{02}^{-}\exp(-px_1)]\exp i(px_2 - \omega t) \tag{2.6}$$

В области $-\infty < x_1 < -h$:

$$\varphi_3 = \Phi_{03}\exp(px_1)\exp i(px_2 - \omega t). \tag{2.7}$$

Здесь $U_{01}, \Phi_{01} U_{02}^{+}, U_{02}^{-}, \Phi_{02}^{+}, \Phi_{02}^{-}, \Phi_{03}$ – произвольные постоянные (которые также называются амплитудами), $\beta_1(V)$ и $\beta_2(V)$ – коэффициенты затухания, причем

$$\beta_1(V) = \sqrt{1 - (V^2 / S_1^2)}, \quad \beta_2(V) = \sqrt{(V^2 / S_2^2) - 1}$$

Из условия затухания (2.2) при $x_1 \to +\infty$ следует, что $\beta_1(V)$ положительная величина. Отсюда получается необходимое условие существования поверхностной волны:

$$0 < V_L < S_1 \tag{2.8}$$

и следует, что парциальная волна в подложке всегда должна быть неоднородной. Величина $\beta_2(V)$ может быть как действительной, так и мнимой. В первом случае она должна быть положительной, что дает условие: $V_L > S_2$. В этом случае в слое распространяются однородные упругие волны, испытывая полное внутреннее отражение от ограничивающих слои поверхностей (как и в случае обычной волны Лява). Во втором случае, когда $\beta_2(V)$ мнимая, имеет место условие $V_L < S_2$. В этом случае в слое будут распространяться неоднородные упругие парциальные волны, рождая волны Лява щелевого типа.

Таким образом, решения (2.5)-(2.7) типа (2.1) уравнений (1.3)-(1.5), удовлетворяющих условию (2.8), состоят из одной неоднородной электроупругой волны в подложке, двух упругих (однородных или неоднородных) волн в слое, четырех неоднородных электростатических волн: одной в вакууме, двух в слое и одной в подложке. Совокупность указанных волн, которые удовлетворяют граничным условиям (1.6)-(1.7), образуют сложную семипарциальную поверхностную волну, которую мы и называем электроупругой волной Лява.

Подставляя решение (2.5)-(2.7) в граничные условия (1.6)–(1.7), получим однородную систему алгебраических уравнений относительно искомых амплитуд:

$$
\begin{gathered}
U_{01} = U_{02}^{+} + U_{02}^{-}, \quad \bar{e}_1 U_{01} + \Phi_{01}' = \Phi_{02}^{+} + \Phi_{02}^{-} \\
(\bar{c}_1\beta_1 + i\bar{e}_1 d_1)U_{01} + (e_1 + id_1)\Phi_{01}' = ic_2\beta_2(U_{02}^{-} - U_{02}^{+}) \\
\varepsilon_1\Phi_{01}' + id_1U_{01} = -\varepsilon_2(\Phi_{02}^{+} - \Phi_{02}^{-}),\ \Phi_{02}^{+}e^{-k} + \Phi_{02}^{-}e^{k} = \Phi_{03}e^{-k} \\
\beta_2(U_{02}^{+}e^{-i\beta_2 k} - U_{02}^{-}e^{i\beta_2 k}) = 0, \quad \varepsilon_2(\Phi_{02}^{+}e^{-k} - \Phi_{02}^{-}e^{k}) = \varepsilon_3\Phi_{03}e^{-k}
\end{gathered}
\tag{2.9}
$$

В (2.9) обозначено:

$$k = ph = 2\pi h/\lambda \tag{2.10}$$

где k – относительная толщина слоя, λ – длина волны, p – волновое число.

Предпоследнее уравнение системы (2.9) равносильно следующей совокупности уравнений:

$$
\left[
\begin{aligned}
&\beta_2(V) = 0, \\
&U_{02}^{+}e^{-i\beta_2 k} - U_{02}^{-}e^{i\beta_2 k} = 0
\end{aligned}
\right.
\tag{2.11}
$$

На основании выражений (2.5)–(2.7) из (2.9) следует, что первое уравнение (2.11) является частным случаем второго. Поэтому в дальнейшем вместо предпоследнего уравнения (2.9) мы будем использовать второе уравнение из (2.11).

Условие существования нетривиального решения системы (2.8) дает характеристическое уравнение поверхностной волны:

$$\beta_1(V) = c\beta_2(V)\mathrm{tg}[k\beta_2(V)] + R(k) \tag{2.12}$$

где приняты следующие обозначения:

$$R(k) = \frac{R_1^2\bar{\varepsilon}_2(\bar{\varepsilon}_2\mathrm{th}k + 1) - K_1^2\bar{\varepsilon}_1(\bar{\varepsilon}_2 + \mathrm{th}k)}{\bar{\varepsilon}_2(\bar{\varepsilon}_2\mathrm{th}k + 1) + \bar{\varepsilon}_1(\bar{\varepsilon}_2 + \mathrm{th}k)} \tag{2.13}$$

$$c = c_2/\bar{c}_1, \quad \bar{\varepsilon}_1 = \varepsilon_1/\varepsilon_3, \quad \bar{\varepsilon}_2 = \varepsilon_2/\varepsilon_3 \tag{2.14}$$

$$R_1^2 = e_1^2/\varepsilon_1\bar{c}_1, \quad K_1^2 = d_1^2/\varepsilon_1\bar{c}_1 \tag{2.15}$$

Здесь R_1^2 и K_1^2 – коэффициенты электромеханической связи объемных волн, $R(k)$ – коэффициент электромеханической связи поверхностной волны.

Характеристическое уравнение (2.12) неявно определяет зависимость фазовой скорости электроупругой волны Лява от относительной толщины слоя k и физико-механических параметров слоистой системы.

Таким образом, мы приходим к заключению: для того, чтобы выражения (2.5)-(2.7) представляли собой волну Лява, необходимо, чтобы характеристическое уравнение поверхностной волны (2.12) при фиксированном значении параметров задачи имело решение $V = V_L(k)$, которое удовлетворяет условию затухания (2.8).

3. Исследование коэффициента электромеханической связи

Из соотношений (2.12)-(2.15) следует, что при отсутствии пьезоэффекта $e_1 = d_1 = 0$ КЭМС $R(k)$ обращается в нуль, а характеристическое уравнение (2.12) совпадает с характеристическим уравнением обычной волны Лява [1.2]. При $V > S_2$ обе величины $\beta_1(V)$ и $\beta_2(V)$ действительны, а фазовая скорость искомой волны определяется из характеристического уравнения (2.12). Если же $V < S_2$, то $\beta_2(V)$ становится мнимой, волны Лява становятся щелевого типа, а их скорость распространения будет определяться из преобразованного характеристического уравнения:

$$\beta_1(V) = -c\gamma_2(V)\mathrm{th}[k\gamma_2(V)] + R(k) \tag{3.1}$$

где

$$\gamma_2(V) = \sqrt{1-(V^2/S_2^2)} \tag{3.2}$$

Следует подчеркнуть, что вклад пьезоэффекта в характеристических уравнениях (2.12) и (3.1) проявляется двумя факторами: наличием коэффициента $R(k)$ и зависимостью скорости объемной волны $S_1 = (c_1/\rho_1)\sqrt{1+\chi_1^2}$ от пьезоэффекта. Отметим также, что характеристические уравнения (2.12) и (3.1) получены для классов 6 и 4. Для классов 6mm и 4mm следует в этих уравнениях и в других соответствующих выражениях положить $d_1 = 0$, а для классов 622, 422 положить $e_1 = 0$.

Далее примем следующее ограничение:

$$|R(k)| << 1 \tag{3.3}$$

что имеет место для большинства известных пьезоэлектриков [3,10].

Для исследования поведения функции $R(k)$ найдем ее производную:

$$R'(k) = \frac{\bar{\varepsilon}_1\bar{\varepsilon}_2(R_1^2 + K_1^2)(\bar{\varepsilon}_2 - 1)}{\mathrm{ch}^2 k[\bar{\varepsilon}_2(1+\bar{\varepsilon}_2\mathrm{th}k) + \bar{\varepsilon}_1(\bar{\varepsilon}_2 + \mathrm{th}k)]^2} \tag{3.4}$$

Отсюда непосредственно следует знак $R'(k)$ и монотонность коэффициента $R(k)$, а именно:

$$\begin{aligned} &R'(k) > 0 \quad \bar{\varepsilon}_2 > 1 \\ &R'(k) = 0 \quad \bar{\varepsilon}_2 = 1 \\ &R'(k) < 0 \quad \bar{\varepsilon}_2 < 1 \end{aligned} \tag{3.5}$$

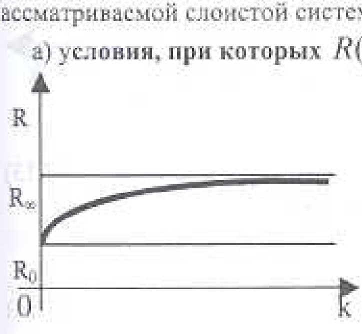
Согласно (3.5) знак функции $R(k)$ определяется знаками ее значений на концах промежутка $0 \le k \le \infty$

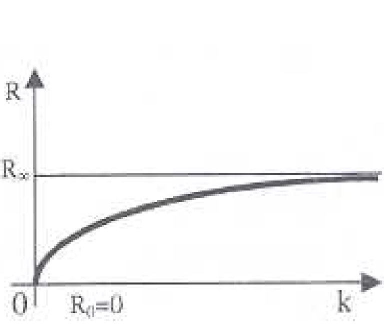
$$R_0 \equiv R(0) = \frac{R_1^2 - K_1^2\bar{\varepsilon}_1}{1+\bar{\varepsilon}_1} = \frac{1}{\varepsilon_1\bar{c}_1}\frac{e_1^2 - d_1^2\bar{\varepsilon}_1}{1+\bar{\varepsilon}_1} \tag{3.6}$$

$$R_\infty \equiv R(\infty) = \frac{R_1^2\bar{\varepsilon}_2 - K_1^2\bar{\varepsilon}_1}{\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_1} = \frac{1}{\varepsilon_1\bar{c}_1}\frac{e_1^2\bar{\varepsilon}_2 - d_1^2\bar{\varepsilon}_1}{\bar{\varepsilon}_2 + \bar{\varepsilon}_1} \tag{3.7}$$

На основании (3.5)-(3.7) получаем следующие характерные случаи поведения функции $R(k)$ в зависимости от значений параметров $\bar{\varepsilon}_2$, $\bar{\varepsilon}_1, e_1$ и d_1, рассматриваемой слоистой системы:

а) **условия, при которых** $R(k) \ge 0$**:**





Фиг.2

1) $\bar{\varepsilon}_2 > 1, d_1 = 0$ или $\bar{\varepsilon}_2 > 1, \quad \bar{\varepsilon}_1 < \varepsilon_*$. (3.8)

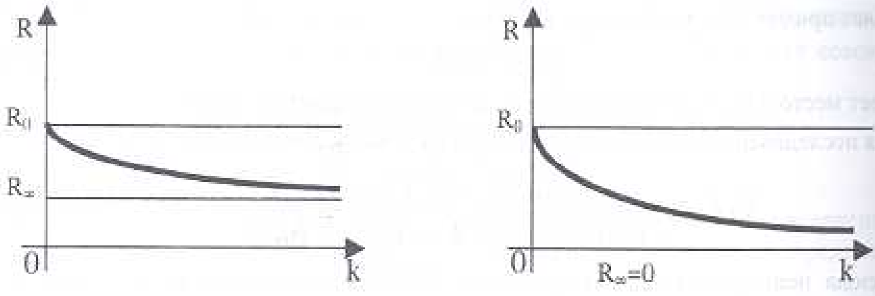
$R(k) > 0, \; k \in [0;\infty]$; $R(k)$ монотонно возрастает от значения $R_0 > 0$ до значения $R_\infty > 0$ (фиг.2,а);

2) $\bar{\varepsilon}_2 > 1, \; \bar{\varepsilon}_1 = \varepsilon_*$: (3.9)

$R(k) > 0, \; k \in [0;\infty]$; $R(k)$ монотонно возрастает от значения $R_0 = 0$ до значения $R_\infty > 0$ (фиг. 2, б);

3) $\bar{\varepsilon}_2 < 1, \; d_1 = 0$ или $\bar{\varepsilon}_2 < 1, \bar{\varepsilon}_1 < \bar{\varepsilon}_2\varepsilon_*$: (3.10)

$R(k) > 0, k \in [0;\infty]$; $R(k)$ монотонно убывает от значения $R_0 > 0$ до значения $R_\infty > 0$ (фиг. 3, а);



а) б)

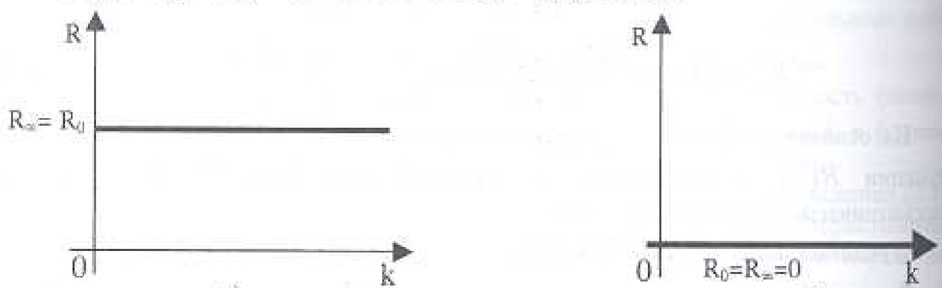
Фиг.3

4) $\bar{\varepsilon}_2 < 1, \; \bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_2\varepsilon_*$: (3.11)

$R(k) > 0, \; k \in [0;\infty]$; $R(k)$ монотонно убывает от значения $R_0 > 0$ до значения $R_\infty = 0$ (фиг. 3, б);

5) $\bar{\varepsilon}_2 = 1, \; d_1 = 0$ или $\bar{\varepsilon}_2 = 1, \; \bar{\varepsilon}_1 < \varepsilon_*$: (3.12)

$R(k) \equiv R_0 = R_\infty = \text{const} > 0, \; k \in [0;\infty]$; (фиг. 4, а);



а) б)

Фиг.4

6) $\bar{\varepsilon}_2 = 1, \quad \bar{\varepsilon}_1 = \varepsilon_*$: (3.13)

$R(k) \equiv R_0 = R_\infty = 0 = \text{const}, \quad k \in [0;+\infty]$, (фиг.4.б)

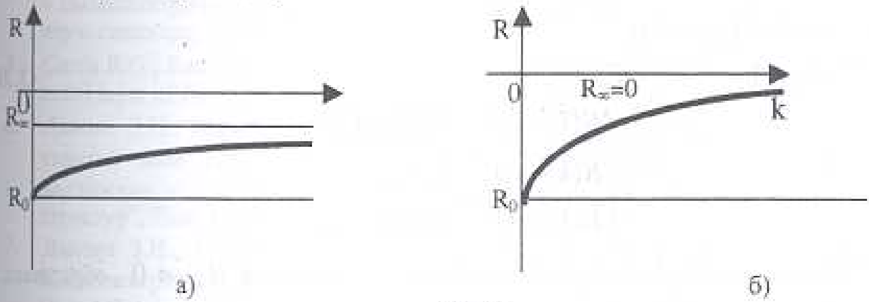
б) **условия, при которых** $R(k) \le 0$:

$\bar{\varepsilon}_2 > 1, \bar{\varepsilon}_1 = 0$ или $\bar{\varepsilon}_2 > 1, \quad \bar{\varepsilon}_1 = \bar{\varepsilon}_2\varepsilon_*$. (3.14)

$R(k)<0$, $k\in[0;\infty]$; $R(k)$ монотонно возрастает от значения $R_0<0$ до значения $R_\infty<0$ $R_\infty<0$ (фиг. 5,а);

2) $\bar{\varepsilon}_2>1$, $\bar{\varepsilon}_1=\bar{\varepsilon}_2\varepsilon_*$: (3.15)

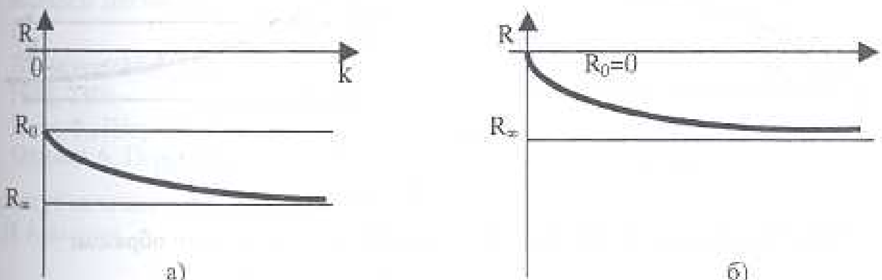
$R(k)<0$, $k\in[0;\infty]$; $R(k)$ монотонно возрастает от значения $R_0<0$ до значения $R_\infty=0$ (фиг. 5,б);



Фиг.5

3) $\bar{\varepsilon}_2<1$, $e_1=0$ или $\bar{\varepsilon}_2<1$, $\bar{\varepsilon}_1>\varepsilon_*$: (3.16)

$R(k)<0$, $k\in[0;\infty]$; $R(k)$ монотонно убывает от значения $R_0<0$ до значения $R_\infty<0$ (фиг.6, а);



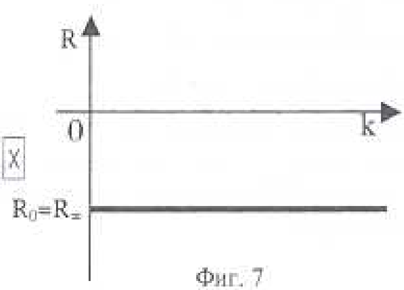
Фиг. 6

4) $\bar{\varepsilon}_2<1$, $\bar{\varepsilon}_1=\varepsilon_*$: (3.17)

$R(k)<0$, $k\in[0;\infty]$; $R(k)$ монотонно убывает от значения $R_0=0$ до значения $R_\infty<0$ (фиг. 6, б);

5) $\bar{\varepsilon}_2=1$, $e_1=0$ или $\bar{\varepsilon}_2=1$, $\bar{\varepsilon}_1>\varepsilon_*$: (3.18)

$R(k)\equiv R_0=R_\infty=\text{const}<0$ (фиг.7.);



Фиг. 7

в) условия, при которых $R(k)$ знакопеременная:

1) $\bar{\varepsilon}_2 > 1, \quad \varepsilon_* < \bar{\varepsilon}_1 < \bar{\varepsilon}_2\varepsilon_*$: (3.19)

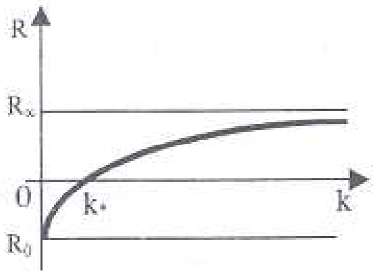
$$R(k) < 0 \quad k \in [0; k_*)$$
$$R(k) = 0 \quad k = k_*$$
$$R(k) > 0 \quad k \in [k_*; \infty]$$

монотонно возрастает от значения $R_0 < 0$ до значения, $R_\infty > 0$, обращаясь в нуль в точке k_* ($R(k)$ фиг.8 а);

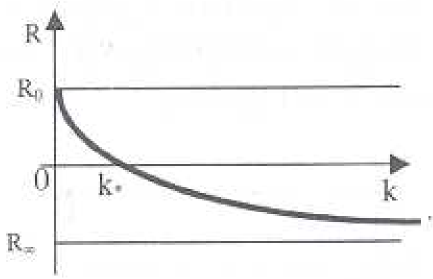
2) $\bar{\varepsilon}_2 < 1, \quad \bar{\varepsilon}_2\varepsilon_* < \bar{\varepsilon}_1 < \varepsilon_*$: (3.20)

$$\begin{cases} R(k) > 0 & k \in [0; k_*) \\ R(k) = 0 & k = k_* \\ R(k) < 0 & k \in (k_*; \infty] \end{cases}$$

$R(k)$ монотонно убывает от значения $R_0 < 0$ до значения $R_\infty < 0$, обращаясь в нуль в точке k_* (фиг.8 б);



а)



б)

Фиг. 8

Критические величины ε_* и k_* определяются следующим образом:

$$\varepsilon_* = (e_1/d_1)^2, \quad \mathrm{th}k_* = \frac{(d_1^2\bar{\varepsilon}_1 - e_1^2)\bar{\varepsilon}_2}{\bar{\varepsilon}_2^2 e_1^2 - \bar{\varepsilon}_1 d_1^2} \qquad (3.21)$$

Из вышеизложенного следует, что в зависимости от значений параметров $\bar{\varepsilon}_1, \bar{\varepsilon}_2, e_1, d_1$, характеризующих слоистую систему, КЭМС $R(k)$ для поверхностных электроупругих волн Лява может иметь поведения, определяемые условиями (3.8)-(3.22), причем:

$R(k) > 0$ для подложек классов 6mm, 4mm, 6,4;

$R(k) \geq 0$ для подложек классов 6,4;

$R(k) < 0$ для подложек классов 622,422,6,4;

$R(k) \leq 0$ для подложек классов 6,4;

$R(k)$ знакопеременная для подложек классов 6,4.

Полученные результаты необходимы для исследования существования и поведения характеристического уравнения и мод поверхностной волны, что будет сделано в следующей статье авторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Love A.E.H. Some problems of Geodinamics.– Cambrige University Press, London, 1911, 180p.
2. Дьелесан Э., Руайе Д. Упругие волны в твердых телах. М.: Наука, 1982. 424с.
3. Кессених Г.Г., Любимов В.Н., Шувалов Л.А. О поверхностных волнах Лява в пьезоэлектриках.// Кристаллография. 1982. Т.27. №3. С.437-443
4. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н., Манукян Г.А. Поведение мод сдвиговых волн Лява в пьезоэлектрических подложках с диэлектрическим слоем.–Материалы Всесоюз. науч. семинара, Ереван, 1991. С.49-54
5. Curtis R.G., Redwood M. Transvers surface wave on a piezoelectric material carring a metal layer of finite thickness. // J. Appl. Phys., 1973, vol.44, №5, p.2002-2007
6. Даноян З.Н., Манукян Г.А. Поведение мод сдвиговых поверхностных электро-упругих волн Лява в гексагональных и тетрогональных пьезоэлектрических подложках с проводящим слоем. Тезисы докладов "Механика неоднородных структур", Львов, 1991. С. 101.
7. Даноян З.Н., Манукян Г.А. О поверхностных электроупругих волнах Лява в пьезоэлектрических подложках с металлизированным диэлектрическим слоем. // Изв. АН Арм. ССР, Механика. 1995. Т. 48. №3. С.43-52.
8. Кессених Г.Г., Любимов В.Н., Филиппов В.В. Поперечные поверхностные акустические волны для изотропной подложки с пьезоэлектрическим слоем. // Акуст. журнал. 1985. Т.31. вып.4. С.492-495
9. Аветисян А.С. Поверхностные сдвиговые волны в пьезоэлектрическом полупространстве с диэлектрическим слоем.–III Всесоюзн. симпоз. « Теоретические вопросы магнитоупругости » (тезисы докладов), Ереван - Цахкадзор, 1984, с. 7-10.
10. Балакирев М.К., Гилинский И.А. Волны в пьезоэлектриках.– Новосибирск: Наука, 1982, 240с.
11. Иона Ф., Ширане Д. Сегнетоэлектрические кристаллы.–М.:Мир,1965
12. Олинер А. Поверхностные акустические волны.–М.:Наука,1981, 281 с.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
24.10.2003