ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա　　56, №3, 2003　　Механика

УДК 532.1, 624.04

О СЕЙСМИЧЕСКОЙ ЗАЩИТЕ СООРУЖЕНИЙ ПУТЕМ ПРИМЕНЕНИЯ ВНЕШНИХ СИЛ

Мовсисян Л.А., Хачиян Э.Е.

Լ.Ա. Մովսիսյան, Է.Ե. Խաչիյան

Արտաքին ուժերի կիրառմամբ կառուցվածքների սեյսմիկ պաշտպանության մասին

Քննարկվում է երկրաշարժի ժամանակ արտաքին էներգիայի աղբյուրի հաշվին կառուցվածքներում լրացուցիչ ուժերի շնորհիվ նրանցում առաջացած իներցիոն ուժերի ազդեցությունների չեզոքացման կամ նվազեցման հարցերը: Բերվում է խնդրի ընդհանուր լուծումը: Փնտրվող ուժերի մեծությունները արտահայտվում են կառուցվածքների դինամիկ բնութագրերով, զանգվածների և սպասվող երկրաշարժի ժամանակ գետնի արագացումների մեծություններով: Ազատության երկու աստիճանի համակարգերի համար ստացված են բոլոր անհրաժեշտ բանաձևերը տարբեր դրվածքների դեպքում՝ երբ խնդիր է դրված չեզոքացնել կառուցվածքներում առաջացող իներցիոն ուժերը կամ տարածման որևէ ձևը (ռեզոնանսից խուսափելու համար): Ցույց է տրվում, որ կառուցվածքի որևէ կետում սեյսմիկ պաշտպանությունը կարելի է իրականացնելման միայն մեկ արտաքին ուժի կիրառմամբ:

L.A. Movsisyan, E.E. Khachiyan

On the Seismic Protection of Structures by Application of External Forces

Обсуждается возможность уменьшения или нейтрализации влияния сейсмических сил на сооружения. Модель сооружения представляется в виде дискретной системы с произвольным числом степеней свободы, основание которой движется произвольным образом. Внешние силы прилагаются в точках сосредоточенных масс.

1.В работе [1] была сформулирована задача об уменьшении уровня сейсмического воздействия на многоэтажное сооружение путем применения активных внешних сил, прилагаемых в точках сосредоточенных масс (фиг.1). Было показано, что перемещение любой точки $y_k(t)$ $(k=1,2,\ldots,n)$ при одновременном действии землетрясения с акселерограммой грунта y_0'' и внешних сил $F_k(t)$ имеет вид

$$y_k(t)=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{\omega_i}\int_0^t e^{-\frac{\mu\omega_i(t-\tau)}{2}}\left[\eta_{ki}y_0''(\tau)-\eta_{ki}^{*}\sum_{j=1}^{n}C_{ji}F_j(\tau)\right]\sin\omega_i(t-\tau)d\tau \qquad (1.1)$$

Здесь сохранены обозначения [1,2]:

$$\eta_{ki}=\frac{C_{ki}\sum\limits_{j=1}^{n}C_{ji}m_j}{\sum\limits_{j=1}^{n}C_{ji}^2m_j},\quad \eta_{ki}^{*}=\frac{C_{ki}}{\sum\limits_{j=1}^{n}C_{ji}^2m_j} \qquad (1.2)$$

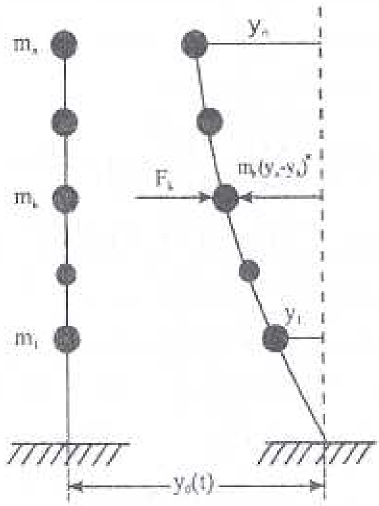
C_{ji} − амплитуды свободных колебаний j-ой массы по i-ой форме, ω_i − круговая частота i-ой формы, μ − коэффициент вязкого сопротивления, m_k − масса k-ой точки.

Вопрос поставим следующим образом: с помощью $F_j(t)$ добиться того, чтобы в точках k перемещение (или сейсмическое воздействие) уменьшилось в α_k раза $(0 \le \alpha_k < 1)$. Условие это запишется

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\eta_{ki}^{*}}{\omega_i}\int_0^t e^{-\frac{\mu}{2}\omega_i(t-\tau)}\sum_{j=1}^{n}C_{ji}\left[F_j(\tau)+(\alpha_k-1)m_j y_0''(\tau)\right]\sin\omega_i(t-\tau)d\tau=0 \qquad (1.3)$$

В [1] был рассмотрен частный случай $\alpha_k = \alpha$, тогда система (1.2) будет иметь единственное решение в виде

$$F_k(t) = m_k(1-\alpha)y_0''(t), \qquad k = 1,2,\dots,n \qquad (1.4)$$



Фиг. 1

2. Теперь рассмотрим условие (1.3) в общем виде. Наличие вязкого члена (μ), вносимого при решении поставленной задачи, чисто техническое, к тому же, его наличие благоприятствует поставленной цели, ради краткости этим членом можно пренебречь. Тогда неизвестные $F_j(t)$ должны определить из системы интегральных уравнений

$$\sum_{i=1}^{n}\frac{\eta_{ki}^{*}}{\omega_i}\sum_{j=1}^{n}C_{ji}\int_0^t F_j(\tau)\sin\omega_i(t-\tau)d\tau =$$
$$= \beta_k\sum_{i=1}^{n}\frac{\eta_{ki}}{\omega_i}\int_0^t y_0''(\tau)\sin\omega_i(t-\tau)d\tau, \qquad \beta_k = 1-\alpha_k \qquad (2.1)$$

Если (2.1) подвергнуть преобразованию Лапласа, то для определения F_j в изображениях получим систему

$$\sum_{k=1}^{n} a_{kj}\bar{F}_j = b_k \qquad (2.2)$$

где $$a_{kj} = \sum_{i=1}^{n}\eta_{ki}^{*}C_{ji}\prod_{\substack{m=1\\ m\ne i}}^{n}\left(p^2+\omega_m^2\right), \quad b_k = \beta_k\bar{y}_0''\sum_{i=1}^{n}\eta_{ki}\prod_{\substack{m=1\\ m\ne i}}^{n}\left(p^2+\omega_m^2\right) \qquad (2.3)$$

a_{kj} и b_k относительно p^2- многочлены в степени $(n-1)$. $\overline{F}_j$ определяются формулами Крамера –

$$\overline{F}_j\left(p^2\right)=\frac{\left|b_{kj}\right|}{\left|a_{kj}\right|} \tag{2.4}$$

Определитель $\left|b_{kj}\right|$ получается из $\left|a_{kj}\right|$ заменой j-того столбца столбцом b_k. Каждый из определителей относительно p^2-многочлены порядка $n(n-1)$. Если из числителя и знаменателя вынести коэффициенты при $p^{2n(n-1)}$ и выделить свободное от p^2 член, то в случае простых корней знаменателя p_r^2 (2.4) в оригиналах дает

$$F_j(t)=\frac{\left|b_{kj}^0\right|}{\left|a_{kj}^0\right|}\left[y_0''(t)+\sum_{r=1}^{n(n-1)}\frac{N\left(p_r^2\right)}{p_r M'\left(p_r^2\right)}\int_0^t y_0''(\tau)\sin p_r(t-\tau)d\tau\right] \tag{2.5}$$

$N\left(p^2\right)-$многочлен порядка $n(n-1)-1$; $M\left(p^2\right)-$многочлен знаменателя после внесения общего $\left|a_{kj}^0\right|$, а p_r^2 – его корни.

Проиллюстрируем это для системы с двумя степенями свободы. Тогда

$$\left|a_{kj}\right|=\begin{vmatrix}\eta_{1i}^{*}C_{1i}p^2+\omega_m^2\eta_{1i}^{*}C_{1i} & \eta_{1i}^{*}C_{2i}p^2+\omega_m^2\eta_{1i}^{*}C_{2i}\\ \eta_{2i}^{*}C_{1i}p^2+\omega_m^2\eta_{2i}^{*}C_{1i} & \eta_{2i}^{*}C_{2i}p^2+\omega_m^2\eta_{2i}^{*}C_{2i}\end{vmatrix} \tag{2.6}$$

$$\left[b_k\right]=\begin{bmatrix}\beta_1\left(\eta_{1i}p^2+\omega_m^2\eta_{1i}\right)\\ \beta_2\left(\eta_{2i}p^2+\omega_m^2\eta_{2i}\right)\end{bmatrix}$$

Здесь под $\eta_{ki}^{*}C_{ji}$ понимается, что суммирование производится по i, т.е. $\eta_{ki}^{*}C_{ji}=\eta_{ki}^{*}C_{j1}+\eta_{k2}^{*}C_{j2}$, а произведение

$$\omega_m^2\eta_{ki}^{*}C_{ji}=\sum_{\substack{m=1\\ m\neq i}}^{2}\omega_m^2\sum_{i=1}^{n}\eta_{ki}^{*}C_{ji}=\omega_1^2\eta_{k2}^{*}C_{j2}+\omega_2^2\eta_{k1}^{*}C_{j1}$$

$$\left|a_{kj}^0\right|=\begin{vmatrix}\eta_{1j}^{*}C_{1i} & \eta_{1i}^{*}C_{2i}\\ \eta_{2i}^{*}C_{1i} & \eta_{2i}^{*}C_{2i}\end{vmatrix},\qquad \left|b_{k1}^0\right|=\begin{vmatrix}\beta_1\eta_{1i} & \eta_{1i}^{*}C_{2i}\\ \beta_2\eta_{2i} & \eta_{2i}^{*}C_{2i}\end{vmatrix} \tag{2.7}$$

$$\left|b_{k2}^0\right|=\begin{vmatrix}\eta_{1i}^{*}C_{1i} & \beta_1\eta_{1i}\\ \eta_{2i}^{*}C_{1i} & \beta_2\eta_{2i}\end{vmatrix}$$

Необходимые силы соответственно в точках приложения будут

$$F_1(t)=\frac{\left|b_{k1}^0\right|}{\left|a_{kj}^0\right|}\left[y_0''+\sum_{r=1}^{2}\frac{N_1\left(p_r^2\right)}{p_r M'\left(p_r^2\right)}\int_0^t y_0''(\tau)\sin p_r(t-\tau)d\tau\right] \tag{2.8}$$

$$F_2(t)=\frac{\left|b_{k2}^0\right|}{\left|a_{kj}^0\right|}\left[y_0''+\sum_{r=1}^{2}\frac{N_2\left(p_r^2\right)}{p_r M'\left(p_r^2\right)}\int_0^t y_0''(t)\sin p_r(t-\tau)d\tau\right]$$

Здесь

$$N_1 = B_1 p^2 + B_2, \quad N_2 = D_1 p^2 + D_2, \quad M = p^4 + A_1 p^2 + A_2$$

$$B_1 = \frac{1}{\left|b_{k1}^0\right|}\left[\begin{vmatrix} \beta_1\eta_{1i} & \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{2i} \\ \beta_2\eta_{2i} & \omega_m^2\eta_{2i}^* C_{2i}\end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \beta_1\omega_m^2\eta_{1i} & \eta_{1i}^* C_{2i} \\ \beta_2\omega_m^2\eta_{2i} & \eta_{2i}^* C_{2i}\end{vmatrix}\right] - A_1$$

$$B_2 = \frac{1}{\left|b_{k1}^0\right|}\begin{vmatrix} \beta_1\omega_m^2\eta_{1i} & \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{2i} \\ \beta_2\omega_m^2\eta_{2i} & \omega_m^2\eta_{2i}^* C_{2i}\end{vmatrix} - A_2$$

$$D_1 = \frac{1}{\left|b_{k2}^0\right|}\left[\begin{vmatrix} \eta_{1i}^* C_{1i} & \beta_1\omega_m^2\eta_{1i} \\ \eta_{2i}^* C_{1i} & \beta_2\omega_m^2\eta_{2i}\end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{1i} & \beta_1\eta_{1i} \\ \omega_m^2\eta_{2i}^* C_{1i} & \beta_2\eta_{2i}\end{vmatrix}\right] - A_1$$

$$D_2 = \frac{1}{\left|b_{k2}^0\right|}\begin{vmatrix} \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{1i} & \beta_1\omega_m^2\eta_{1i} \\ \omega_m^2\eta_{2i}^* C_{1i} & \beta_2\omega_m^2\eta_{2i}\end{vmatrix} - A_2$$

$$A_1 = \frac{1}{\left|a_{kj}^0\right|}\left[\begin{vmatrix} \eta_{1i}^* C_{1i} & \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{2i} \\ \eta_{2i}^* C_{1i} & \omega_m^2\eta_{2i}^* C_{2i}\end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{1i} & \eta_{1i}^* C_{2i} \\ \omega_m^2\eta_{2i}^* C_{1i} & \eta_{2i}^* C_{2i}\end{vmatrix}\right]$$

$$A_2 = \frac{\Delta}{\left|a_{kj}^0\right|}, \qquad \Delta = \begin{vmatrix} \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{1i} & \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{2i} \\ \omega_m^2\eta_{2i}^* C_{1i} & \omega_m^2\eta_{2i}^* C_{2i}\end{vmatrix}$$

p_r^2 – корни уравнения

$$p^4 + A_1 p^2 + A_2 = 0 \tag{2.9}$$

Кстати, если число действующих сил больше, чем число масс, для которых осуществляется регулирование, то за счет свободы подбора дополнительных сил можно получить простые выражения для действующих сил (в частности, например, чтобы в выражениях $F_k(t)$ (2.8) не было интегральных членов). Покажем это опять на примере системы с двумя степенями свободы: выбрать $F_2(t)$ такой, чтобы $F_1(t)$ имела простой вид: соответствующее уравнение в изображениях будет

$$\left(\eta_{1i}^* C_{1i} p^2 + \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{1i}\right)\overline{F}_1 + \left(\eta_{1i}^* C_{2i} p^2 + \omega_m^2\eta_{1i}^* C_{2i}\right)\overline{F}_2 = \beta_1 \overline{y}_0''\left(\eta_{1i} p^2 + \omega_m^2\eta_{1i}\right) \tag{2.10}$$

Отсюда видно, что если $F_2(t)$ подобрать

$$F_2(t) = \frac{\beta_1\eta_{1i}}{\eta_{1i}^* C_{2i}}\frac{A}{B}\, y_0''(t) \tag{2.11}$$

то для $F_1(t)$ получим

$$F_1(t) = \beta_1 \frac{\eta_{1i}}{\eta_{1i}^* C_{1i}}\left(1 - \frac{A}{B}\right) y_0''(t) \tag{2.12}$$

Здесь

$$A = \frac{\omega_m^2\eta_{1i}}{\eta_{1i}} - p_1^2, \qquad B = \frac{\omega_m^2\eta_{1i}^* C_{2i}}{\eta_{1i}^* C_{2i}} - p_1^2, \qquad p_1^2 = \frac{\omega_m^2\eta_{1i}^* C_{1i}}{\eta_{1i}^* C_{1i}}$$

Представляет также интерес такой случай: одной силой регулировать движение точки, где приложена сила. Для k-той точки из (2.2) имеем только одно уравнение:

$$\bar{F}_k \sum_{i=1}^{n} \eta_{ki}^{*} C_{ki} \prod_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^{n} \left(p^2 + \omega_m^2\right) = \beta_k \bar{y}_0'' \sum_{i=1}^{n} \eta_{ki} \prod_{\substack{m=1 \\ m \neq i}}^{n} \left(p^2 + \omega_m^2\right) \qquad (2.13)$$

Для $F_k(t)$ можно записать формулу, аналогичную (2.5). Здесь только число корней знаменателя относительно p^2 будет $n-1$.

Для системы с двумя степенями свободы при регулировании движения точки 1 силой $F_1(t)$ из (2.10) будет

$$F_1(t) = \beta_1 \frac{\eta_{1i}}{\eta_{1i}^{*} C_{1i}} \left[y_0'' + \frac{A}{p_1} \int_0^t y_0''(\tau) \sin p_1(t-\tau) d\tau \right] \qquad (2.14)$$

3.Безусловно, практический интерес представляет следующая постановка. Так как при сейсмических воздействиях в зависимости от грунтовых условий и спектра частот свободных колебаний сооружения, наиболее опасными формами колебаний последних являются те формы, частоты которых близки или совпадают с преобладающими частотами основания, то во избежание случая возникновения резонансных колебаний, естественно, с помощью приложенных сил ликвидировать (фильтровать) опасную форму. Как видно из (1.3), если внешние силы $F_k(t)$ подобрать таким образом, чтобы в сооружении не возникало колебание по i-той форме (или снизились α_k раз), то они должны удовлетворять уравнению

$$\sum_{j=1}^{n} C_{ji} F_j(t) + (\alpha_k - 1) y_0''(t) \sum_{j=1}^{n} C_{ji} m_j = 0 \qquad (3.1)$$

В этом случае условие (1.4), т.е. уменьшение перемещения k-той массы в α_k раза, автоматически выполняется и для остальных этажей.

Уравнение (3.1) – это одно уравнение с n неизвестными силами $F_j(t)$. Его, в частности, можно решить, принимая

$$F_1 = F_2 = \ldots = F_n = 0 \qquad F_k(t) \neq 0 \qquad (3.2)$$

Это значит, что фильтрация от сейсмического воздействия только i-той формы колебания можно осуществить и одной внешней силой F_k, приложенной на уровне k-того этажа. Тогда, из (3.1) получим

$$F_k(t) = \frac{(1-\alpha) \sum_{j=1}^{n} C_{ji} m_j}{C_{ki}} y_0''(t) \qquad (3.3)$$

В частности, если поставить задачу нейтрализации воздействия землетрясения по первой форме колебаний одной внешней силой, приложенной к последнему этажу (покрытию здания), то эта сила должна быть равной

$$F_n^{1}(t) = \frac{(1-\alpha) y_0'' \sum_{j=1}^{n} C_{j1} m_j}{C_{n1}} \qquad (3.4)$$

Для трех-, пяти- и десятиэтажных зданий с равными поэтажными жесткостями и массами значения $F_n^{\mathrm{I}}(t)$ соответственно будут (значения амплитуд C_{ji} взяты из [3]):

$$F_3^{\mathrm{I}}(t) = 2{,}245(1-\alpha)y_0''(t)m \text{ — для трехэтажного здания}$$

$$F_5^{\mathrm{I}}(t) = 3{,}521(1-\alpha)y_0''(t)m \text{ — для пятиэтажного здания}$$

$$F_{10}^{\mathrm{I}}(t) = 6{,}693(1-\alpha)y_0''(t)m \text{ — для десятиэтажного здания}$$

Аналогичным образом, если от сейсмического воздействия нейтрализовать влияние только второй формы колебания при помощи одной активной силы, расположенной на покрытии тех же зданий, для $F_n^{\mathrm{II}}(t)$ будем иметь

$$F_3^{\mathrm{II}}(t) = -0{,}814(1-\alpha)y_0''(t)m \qquad \text{для } n=3$$

$$F_5^{\mathrm{II}}(t) = -1{,}192(1-\alpha)y_0''(t)m \qquad \text{для } n=5$$

$$F_{10}^{\mathrm{II}}(t) = -2{,}245(1-\alpha)y_0''(t)m \qquad \text{для } n=10$$

Как видно из приведенных результатов, для нейтрализации (фильтрации) влияния только второй формы колебания, как и следовало ожидать, потребуется значительно меньше внешней энергии, чем для фильтрации влияния только первой формы колебания. Числовой анализ формулы (3.3) показывает, что наименьшее значение внешней силы при фильтрации сейсмического воздействия только по первой форме оказывается в случае, когда внешняя сила расположена на самом последнем этаже. В случае же фильтрации из сейсмического воздействия только второй формы—при расположении внешней силы на уровне того этажа, амплитуда которого при свободных колебаниях по второй форме колебания имеет наибольшее значение. Для рассмотренных трех-, пяти- и десятиэтажных зданий—это соответственно вторые, вторые и четвертые этажи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Хачиян Э.Е., Мовсисян Л.А. К постановке задачи о сейсмической защите сооружения путем применения активных внешних сил //Докл. НАН Армении. 2003. Т.103. №3. С.221-227.
2. Хачиян Э.Е. Сейсмические воздействия на высотные здания и сооружения. Ереван: "Айастан", 1973. 328 с.
3. Хачиян Э.Е. Некоторые прикладные задачи теории сейсмостойкости сооружений. Ереван: АИСМ. 1963. 127 с.

Институт механики НАН РА
Институт геологических наук НАН РА

Поступила в редакцию
06.06.2003