

УДК 539.3

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ В ЗОНЕ  
ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ АРАВИЙСКОЙ И ЕВРАЗИАТСКОЙ  
ПЛИТ НА ОСНОВЕ ДАННЫХ GPS

Арутюнян А.Г., Тоноян В.С., Хачикян А.С.

Ա.Հ. Հարուրյան, Վ.Ս. Տոնոյան, Ա.Ս. Խաչիկյան

Դեմքության աշխատավայրի դաշտում Արաբական և Եվրասիական տակերի բախման գոտում  
GPS տվյալների հիման վրա

Առողջությունը է Արաբական և Եվրասիական սալիքում լարտմաների և դեփորմացիաների դաշտուր ծրագիր բախման գոտում հիմնվելով երկակենի բյուրեղային ինքնի շարժման մասին տվյալների վրա՝ չափական GPS համակարգի կողմէից 1988-1997թ. 37 կետերում:

Լարտմաները որոշվում են վերօնակուր տարրերի մերուով, իսկ լարվածային վիճակի գոյության ընդունելության պայմաններով:

Պիտույքով գոտու եզրագծի և տեղական տեղափոխությունների հաշվառությունը ստացված լարտմաների բազային արգանք է եզրակացություն պիտույքով գոտու եզրագծով ազդող տմբերի համեմատորյան տակերի հիմքի վրա ազդող տմբերի զայի ազդեցության վերաբերյալ:

Ա.Ի. Պարտույան, Վ.Տ. Տոնոյան, Ա.Տ. Խաչիկյան  
The Strain Field in the Arabia-Eurasia Plate Collision Zone  
in the Base of GPS Measurements

На основании данных GPS о движении кристаллического фундамента, измеренных в 37 точках в период с 1988г. по 1997г., определяется напряженное состояние Аравийской и Евразиатской плит в зоне их коллизии. Напряжения определяются методом конечных элементов в предположении, что имеет место плоское напряженное состояние. Сравнением напряжений, полученных с учетом контурных или локальных перемещений, делается вывод о значительности влияния сил, действующих на подошву плит по сравнению с силами, действующими на контуре рассматриваемого региона.

## 1. Введение

Изучение кинематики и динамики взаимодействия Аравийской и Евразиатской плит привлекает постоянное внимание исследователей благодаря наличию значительных исторических данных о крупных землетрясениях региона [1-3]. Определенное комплексом полевых геологических данных картина исторических движений региона выявляет северо-северозападное движение Аравийской плиты южнее фронта коллизии со средней скоростью 18-25 мм/год и тенденцию континентального материала двигаться в поперечном относительно оси сжатия направлении севернее фронта коллизии [4]. Севернее фронта коллизии имеется место сжатие в направлении СЮ и растяжение в направлении ВЗ [5]. Качественная картина этого движения согласуется с кинематикой современного движения региона, определенной по сейсмологическим данным и механизмам очагов землетрясений. Количественная оценка распределения деформаций по этим данным естественно носит весьма ориентировочный и осредненный по большому региону и времени характер [6,7].

Появление данных измерений системы GPS (система глобального определения местоположения) [8,9], представляющих собой относительные перемещения в течение ряда лет значительного количества точек

поверхности региона, измеренных с большой точностью (менее мм/год) открыло новые возможности для изучения современной кинематики и динамики этого и других регионов [10-13].

Одним из основных вопросов динамики современных движений литосферных плит является определение соотношения ответственности за эти движения сил, действующих на контурах или на подошву этих плит.

Изучая кинематику в регионе СЗ Греции и Ионических островов на основании данных GPS авторы [14] пришли к выводу, что распределения деформаций, определенные методом коллокации, указывают на значимость контурных усилий, по сравнению с усилиями, действующими на подошву кристаллического фундамента региона. Исследуя напряженно-деформированное состояние Эгейского сектора Среднеземноморского подвижного пояса Шевченко В.И. и др. [12], пришли к выводу об определяющем влиянии процессов, действующих на подошву литосфера, объясняемый авторами движением некоторой глубинной пластины. Исследование кинематики и деформаций центральной Греции привело авторов [15] к заключению, что контурные усилия также играют значительную роль в движении литосферы.

Исследуя современные движения Кавказа и смежных территорий, авторы [13] пришли к выводу, что современная геодинамика региона определяется северным дрейфом Аравийской плиты к югу от офиолитовых полос и процессом внутриплитного тектогенеза к северу от них. Ведущий механизм (по мнению авторов) внутриплитного тектогенеза вероятно связан с увеличением объема региона привносом в них материала восходящими потоками глубинных флюидов и движение многих поверхностных реперов независимо от каких-либо движений литосферных плит и микроплит.

Здесь рассматривается распределение деформаций в зоне взаимодействия Аравийской и Евразиатской плит севернее фронта коллизии (Армения, Грузия, Юг Европейской части России, СВ Турция) определяемые согласно данным GPS методом конечных элементов.

## 2. Постановка задачи

Отделим мысленно рассматриваемый регион (границы региона уточняются ниже) и пренебрегая, для простоты, его кривизной, рассмотрим его как плоскую плиту. Толщину плиты также пока не уточняем. Она определяется правомерностью по глубине принимаемых ниже гипотез относительно характера напряженно-деформированного (НДС) состояния рассматриваемого региона. Так как рассматривается только распределение деформаций, связанных с современным наблюдаемым движением поверхности региона, то действие гравитационных сил, атмосферное давление и другие воздействия не учитываем. Вследствие малости наблюдаемых скоростей движений задача статическая.

Таким образом, имеем плоскую плиту, на дневной поверхности которой напряжения отсутствуют и заданы перемещения (скорости перемещений) некоторых точек-реперов GPS. На боковых поверхностях и на подошве плиты действуют неизвестные напряжения.

В таком виде существование однозначного решения задачи не гарантировано из-за неполноты граничных условий даже при предположении о том, что среда сплошная (отсутствие скольжений по некоторым поверхностям разрывов), об известности реологии среды и отсутствии других внутренних процессов (изменение температуры, фазовые переходы).

Однако можно составить интегральные уравнения задачи, например методом ГИУ (граничных интегральных уравнений), и отыскав приближенные решения задачи и сопоставляя результаты решения с полевыми данными, добиться идентификации. Составление этих интегральных уравнений проиллюстрировано ниже.

Другим путем является введение новых гипотез или предположений о НДС коры Земли.

Так, авторы [16], для определения региональных полей напряжений полагают дополнительно известными направления главных напряжений (определенные экспериментально или из других соображений). Другие авторы вводят предположение о двумерности НДС. Наиболее распространено предположение, что перемещения поверхности Земли точно отражают и совпадают с перемещением всей литосферной плиты. Обсуждая этот вопрос относительно вертикальных перемещений, эту гипотезу подтвердили авторы работы [11] для Паннонского бассейна.

При таком предположении относительно горизонтальных перемещений здесь задача рассмотрена методом конечных элементов. Для простоты принимается, что среда упругая, изотропная и однородная.

### 3. Формулировка задачи методом ГИУ

Обозначим дневную поверхность рассматриваемой плиты через  $S_0$ , а всю поверхность плиты — через  $S$ . Рассмотрим плиту как часть бесконечного упругого пространства и приложим мысленно на всю поверхность плиты распределенную нагрузку  $\bar{q}(S)$ . Тогда в любой точке пространства напряжения  $\sigma_{ij}$  и перемещения  $u_i$  могут быть выражены формулами [17]:

$$\begin{aligned} u_i(x) &= \int_s^x \bar{q}(s) K_i(x, s) ds \\ \sigma_{ij}(x) &= \int_s^x \bar{q}(s) K_{ij}(x, s) ds \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь ядра интегралов  $K_i(x, s)$  и  $K_{ij}(x, s)$  легко построить по известным выражениям [18] для перемещений и напряжений в точке от приложенных неизвестных нагрузок  $\bar{q}(S)$ .

На дневной поверхности напряжения отсутствуют

$$\sigma_{ij}(x) = 0 \quad x \in S_0 \quad (2)$$

Полагая изменение перемещений на дневной поверхности линейными (см. ниже формулы (5) и (7)), можно согласно известным перемещениям реперов GPS получить значения перемещений точек всей дневной поверхности в виде непрерывной функции.

$$u_i(x) = U_0(x) \quad x \in S_0 \quad (3)$$

Подставляя (1) в (2) и (3), получим систему уравнений для определения неизвестных усилий  $\bar{q}(S)$ :

$$\int\limits_s \bar{q}(s)K_i(x,s)ds = U_0(x), \quad x \in S_0$$

$$\int\limits_s \bar{q}(s)K_{ij}(x,s)ds = 0, \quad x \in S_0$$
(4)

Решение сингулярных уравнений (4), возможно, не единственное. Повысить эффективность приближенных решений и возможность их идентификации можно при наличии также адекватно точных значений измерений вертикальных составляющих перемещений реперов GPS, точность которых по сравнению с точностью измерений горизонтальных составляющих пока значительно низка.

#### 4. Формулировка задачи методом конечных элементов

Отделим регион, составляемый выбранными точками-реперами GPS (фиг. 1), средние горизонтальные перемещения которых за 1988-1997 гг. относительно принятой неподвижной Евразиатской плиты, взаимствованные нами из работы [9], приведены в табл. 1.

Принимая выбранные точки за узловые точки метода конечных элементов и соединяя отрезками прямых линий все ближайшие точки между собой, не допуская пересечения отрезков, получим систему треугольников (фиг. 2), наложенных на рассматриваемый регион. Построение системы треугольников можно осуществлять разными путями, что не принципиально, но может быть использовано при изучении вопросов о взаимодействии конкретных микроплит на местности. Примем, что полученная область, покрываемая треугольниками, совпадает с рассматриваемой областью. Пронуммеруем все точки и треугольники. Соответствие номеров треугольников и вершин треугольников (реперов системы GPS), приведены в табл. 2.

Следуя методу конечных элементов, примем, что перемещения в пределах каждого треугольника изменяются линейным образом [19]:

$$u_1^k = \alpha_1^k + \alpha_2^k x_1 + \alpha_3^k x_2$$

$$u_2^k = \alpha_4^k + \alpha_5^k x_1 + \alpha_6^k x_2$$
(5)

где  $k$  – номер треугольника,  $u_1^k$ ,  $u_2^k$  – составляющие перемещений в  $k$ -ом треугольнике,  $\alpha_m^k$  ( $m = 1, \dots, 6$ ) – неизвестные заранее постоянные. Это приводит к однородности деформаций в пределах каждого треугольника

$$\epsilon_{ij}^k = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial u_i^k}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j^k}{\partial x_i} \right)$$
(6)

Составляя уравнения (5) для каждой вершины каждого треугольника, получим шесть уравнений для каждого треугольника. Разрешая эти уравнения относительно коэффициентов  $\alpha_i^k$ , получим значения этих коэффициентов в зависимости от известных перемещений и координат вершин соответствующих треугольников. Подставляя определенные таким образом значения  $\alpha_i^k$  в уравнения (5), получим выражения перемещений во всех треугольниках в виде

$$u^k = A^k + B^k x$$
(7)

Обозначая матрицу-столбец перемещений вершин каждого треугольника через  $\{\delta\}$ , матрицу-столбец деформаций в каждом треугольнике через  $\{\varepsilon\}$ , матрицу коэффициентов в (7) через  $\{B\}$ , получим

Таблица 1

N	Репер GPS	долг.	шир.	Данные GPS		Решение по МКЭ	
				$u_1$ мм/год	$u_2$ мм/год	$u_1$ мм/год	$u_2$ мм/год
1	KAL2	43.34	38.55	-5.3	12	-5.3	12
2	GORI	46.37	39.51	3.3	9.6	3.3	9.6
3	IJEV	45.14	40.91	4	7.4	4	7.4
4	KRES	44.49	42.45	1.3	2.8	1.3	2.8
5	MATS	43.75	42.98	1.5	0.3	1.5	0.3
6	BEUG	42.79	44.01	-0.6	1	-0.6	1
7	ZELB	41.56	43.79	0.5	0.8	0.5	0.8
8	AKTO	39.7	40.97	0.5	1.7	0.5	1.7
9	SINC	37.96	39.45	-18.3	9.9	-18.3	9.9
10	GAZI	37.57	36.9	-8.5	12.3	-8.5	12.3
11	KIZI	40.65	37.25	-6.9	16.1	-6.9	16.1
12	NICH	44.53	41.83	1.1	5.8	2.09	4.22
13	ADYI	38.23	37.75	-7.6	13.4	-10.97	12.26
14	KRCR	39.81	37.85	-7.6	13.9	-9.02	13.66
15	MLTY	38.22	38.46	-12	10.9	-13.71	11.60
16	KMAN	39.16	39.61	-19.6	9.1	-10.95	7.92
17	MERC	40.25	39.73	-2.7	4.9	-6.74	7.13
18	KRKT	41.79	38.75	-5.1	14.4	-5.42	11.58
19	PATN	42.91	39.24	-2.5	8.7	-3.41	10.43
20	ARGI	43.03	39.72	1.2	6.7	-1.98	9.18
21	ERZU	41.3	39.97	-0.9	5	-3.56	7.08
22	ISPI	40.81	40.44	0.2	2.5	-2.21	5.06
23	OLTU	41.99	40.55	2.3	4.3	-1.33	6.16
24	HOPA	41.34	41.37	-0.1	2.6	-0.23	3.79
25	KARS	43.17	40.69	0.7	5.2	-0.03	6.69
26	ARTI	43.95	40.61	2.2	7.2	1.12	7.04
27	MMOR	44.11	40.18	2.5	7	0.67	8.18
28	NSSP	44.5	40.23	3.6	8.1	1.41	8.20
29	GARN	44.74	40.15	2.5	9.1	1.84	8.63
30	JERM	45.66	39.84	4.6	10.1	2.73	9.10
31	NINO	43.89	41.54	0.9	4.2	1.32	4.78
32	VANI	42.47	42.02	1.6	4.1	0.14	3.48
33	SACH	43.4	42.35	2.6	4.8	0.79	2.62
34	INGU	42.06	42.72	0.9	2.7	0.20	2.53
35	BALK	43.35	43.06	-2	-0.4	0.95	1.19
36	ULKA	42.19	43.35	-0.9	-1.2	0.37	1.52
37	SHAT	42.67	43.74	0.3	1.7	-0.09	1.12

$$\{\varepsilon\} = \{B\} \cdot \{\delta\}$$

$$\{\sigma\} = \{D\} \cdot \{\varepsilon\}$$

(8)

где  $\{\sigma\}$  – матрица-столбец напряжений, а  $\{D\}$  – матрица жесткостей. Для плоского напряженного состояния

$$\{D\} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (9)$$

$E$  – модуль упругости,  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Таблица 2

Номер Δ-а	Номер вершин		
	1	2	3
1	10	11	13
2	13	11	14
3	10	13	15
4	10	15	9
5	13	14	15
6	15	16	9
7	15	14	16
8	16	8	9
9	16	17	8
10	14	17	16
11	14	18	17
12	11	18	14
13	11	1	18
14	18	21	17
15	18	19	21
16	1	19	18
17	19	20	21
18	19	1	20
19	1	27	20
20	1	29	27
21	1	30	29
22	1	2	30
23	30	2	3
24	30	3	29
25	29	28	27
26	28	3	26
27	28	26	27
28	27	26	20
29	26	25	20
30	20	25	23

31	20	23	21
32	21	23	22
33	21	22	17
34	22	8	17
35	22	24	8
36	8	24	34
37	8	34	7
38	24	32	34
39	24	22	23
40	23	32	24
41	23	25	32
42	25	31	32
43	25	26	31
44	26	3	12
45	26	12	31
46	12	3	4
47	12	4	33
48	12	32	31
49	12	33	32
50	33	34	32
51	33	4	5
52	33	5	35
53	33	35	34
54	34	35	36
55	34	36	7
56	37	7	36
57	37	6	7
58	37	36	35
59	37	35	6
60	35	5	6
61	28	29	3

Применяя метод возможных перемещений по известной процедуре [19] для каждого треугольника, получим

$$\{F\} = [k] \cdot \{\delta\} \quad (10)$$

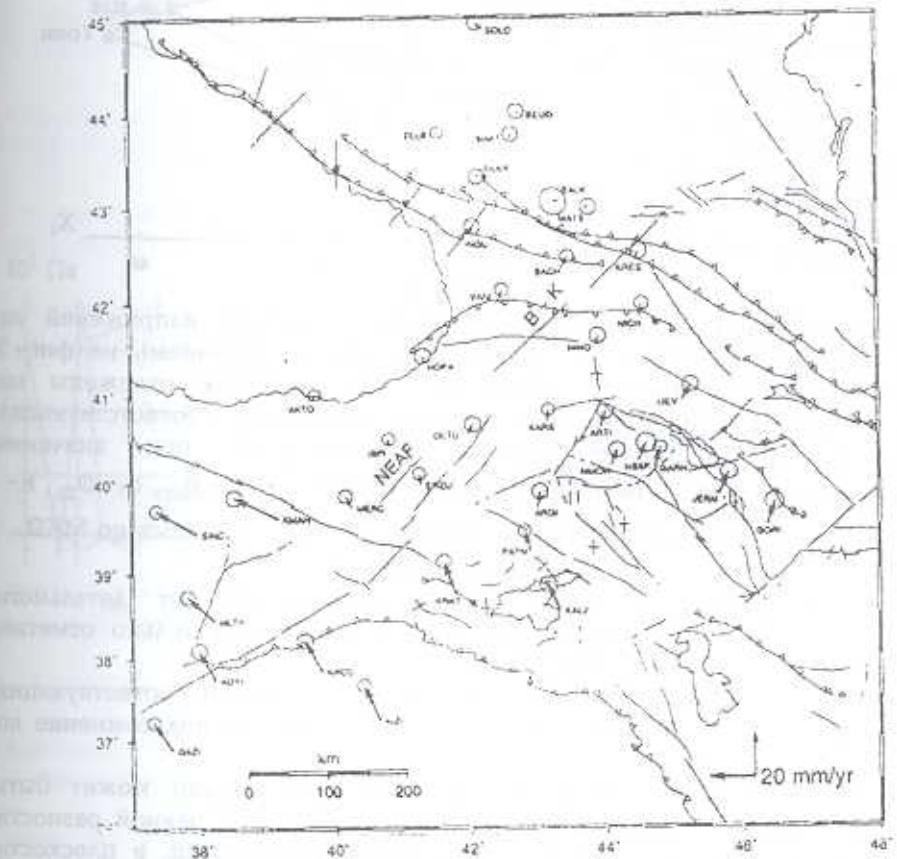
$$[k] = [B]^T [D][B] \cdot h \Delta_i$$

Здесь  $T$  означает транспонирование матрицы,  $h$  — толщина изучаемой плиты,  $\Delta_k$  — площадь  $k$ -го треугольника,  $[k]$  — матрица жесткости треугольника,  $\{F\}$  — матрица действующих узловых сил.

Задача в данной постановке оказывается в определенном смысле переопределенной: для определения НДС плиты достаточно считать известными, например, перемещения только ее контурных точек. Поступая таким образом, мы определяем перемещения всех внутренних узловых точек рассматриваемой плиты, которые естественно не совпадают с перемещениями этих же точек согласно измерениям системы GPS (табл. 1). Разность этих двух систем перемещений и является следствием и мерой влияния внешних сил, приложенных к основанию плиты.

Составлена программа образования и решения ансамбля уравнений относительно перемещений внутренних узловых точек от совокупности соотношений (10), написанных для всех треугольников. При этом существенно используется табл. 2, приводящая в соответствие номера треугольников и вершин треугольников.

После определения перемещений деформации и напряжения определяются формулами (8)

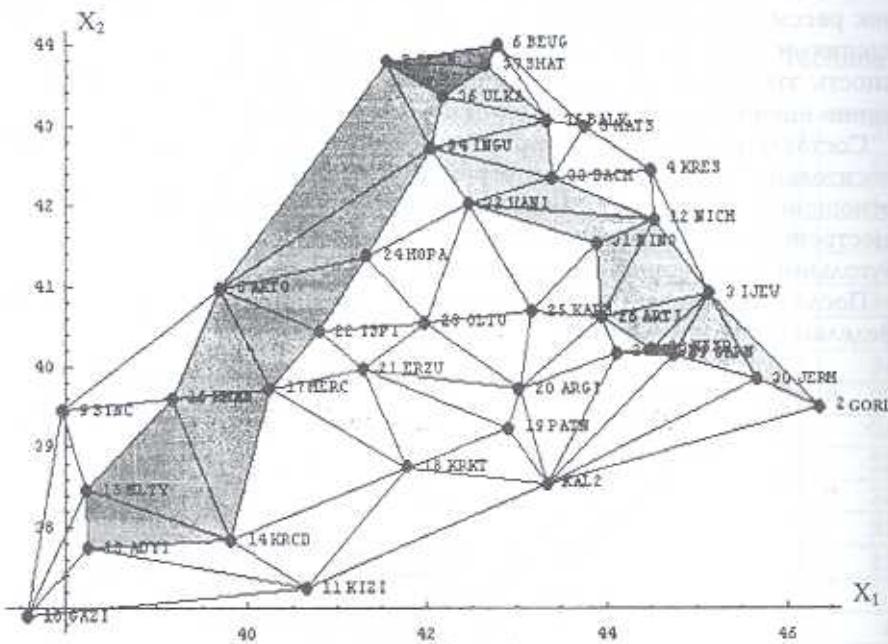


Фиг. 1

### 5. Численный расчет напряжений

Была составлена программа и определены перемещения внутренних узловых точек (№ 12-37, фиг. 2) на основании заданных перемещений

контурных точек (№ 1-11, фиг. 2), которые приведены в последних двух столбцах табл. 1. Были определены также составляющие напряжений во всех треугольниках при тех же условиях. По формулам (8) и табл.1 вычислены также локальные напряжения в каждом треугольнике определяемые только GPS перемещениями его вершин при  $\gamma = 0,2$ ,  $E = 6 \cdot 10^{10}$  Па.



Фиг. 2

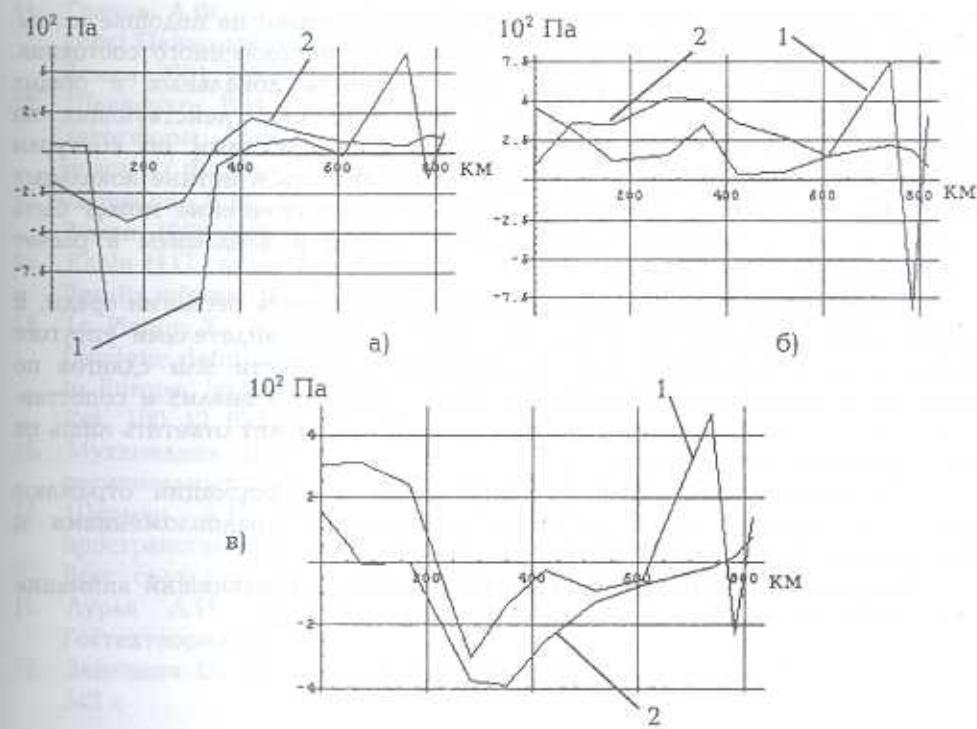
Для иллюстрации приведены графики изменений напряжений по двум трассам (на фиг. 2 эти трассы показаны затемнением), на фиг. 3 трасса СВ и на фиг. 4 трасса СЗ. На графиках отложены по горизонтальной оси расстояния между центрами соответствующих треугольников в километрах, по вертикальной оси значения относительных наращений напряжений в  $10^{-2}$  Па/год, а —  $\sigma_{11}$ , б —  $\sigma_{22}$ , в —  $\tau_{12}$ , 1 — локальные напряжения, 2 — напряжения рассчитанных по МКЭ.

## 6. Заключение

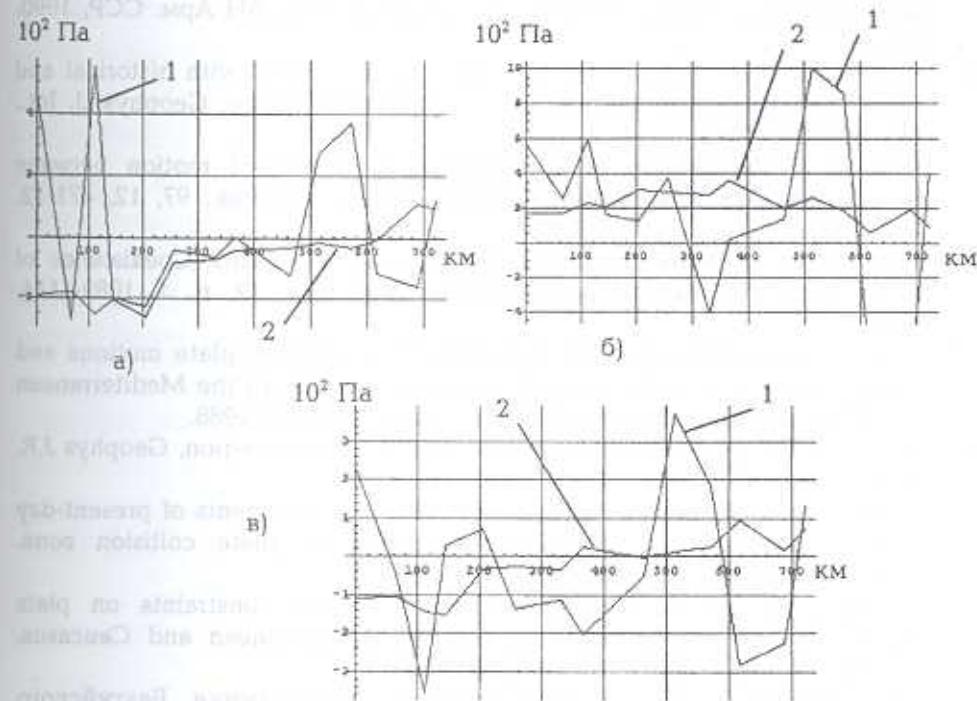
В рамках данной статьи мы воздерживаемся от детального обсуждения полученного распределения напряжений и только отметим некоторые общие соображения.

Близость к истине полученных полей напряжений и соответствующих им распределений деформаций может быть поставлена под сомнение по нескольким основаниям.

Переопределенност в двумерной постановке задачи может быть снята приложением внешней распределенной нагрузки, равной разности общих (рассчитанных по МКЭ) и локальных напряжений, в плоскости симметрии рассматриваемой плиты. Однако в действительности такая



Фиг. 3



Фиг. 4

нагрузка приложена, и может быть приложена, только на подошве плиты, что нарушает условия существования плоского напряженного состояния. Во всяком случае такая значительная разность локальных и общих напряжений указывает на большое значение сил, действующих на подошву плиты по сравнению с силами, действующими по контурам плиты, что перекликается с выводами [13]. Близость к истине локальных напряжений, кажется, более обоснованной и их уточнение может быть связано с существенной трехмерностью задачи и введением в расчет вертикальных перемещений.

Другим важным фактором является неизвестность реологии среды. В какой мере являются наблюдаемые перемещения свидетелями упругого накопления деформаций, или выражением ползучести или сдвигов по отдельным поверхностям разрывов? Более детальный анализ и сопоставление результатов расчетов с полевыми данными может ответить лишь на некоторые из этих вопросов.

Полученные распределения напряжений и деформаций отражают реальную картину лишь с этими известными предположениями и ограничениями.

Авторы благодарны проф. Баласаняну С.Ю., направивший внимание авторов на эту задачу.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Карапетян Н.К. Механизм возникновения землетрясений Армянского нагорья (сейсмические условия). Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1986. 228с.
2. Карапетян Н.К. Сейсмогеодинамика и механизм возникновения землетрясений Армянского нагорья. Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1990. 264 с.
3. Ambraseys N.N. and Jackson J.A. Faulting associated with historical and recent earthquakes in the eastern Mediterranean region. *Geophys. J. Int.*, 133, 390-406, 1998.
4. Jackson J. Partitioning of strike-slip and convergent motion between Eurasia and Arabia in eastern Turkey. *Geophys. J. Res.*, 97, 12, 471-12, 479, 1992.
5. Rebai S., et al. Active tectonics in the Lesser Caucasus: Coexistence of compressive and extensional structures. *Tectonics*, 12, n. 5, 1089-1114, 1993.
6. Jackson J. and Mckenzie D. The relationship between plate motions and seismic tremors, and the rates of active deformation in the Mediterranean and Middle East. *Geophys. J.R. Astron. Soc.*, 93, 45-73, 1988.
7. Mckenzie D.P. Active tectonics of the Mediterranean region. *Geophys. J.R. Astron. Soc.*, 30, 109-185, 1972.
8. Reiliger R., et al. Global Positioning System measurements of present-day crustal movements in the Arabia-Africa-Eurasia plate collision zone. *Geophys. J. Res.*, 102, 9083-9999, 1997.
9. McClusky S., et al. Global Positioning System constraints on plate kinematics and dynamics in the eastern Mediterranean and Caucasus. *Geophys. J. Res.*, 105, №. B3, 5695-5719, 2000.
10. Прилепин М.Т., и др., GPS изучение геодинамики Балтийского щита. // Физика Земли, 2002, №9. С. 49-58.

11. Грачев А.Ф., и др. Современные вертикальные движения земной коры Паннонского бассейна и проблема их интерпретации. // Физика Земли. 2001. №12. С. 21-29.
12. Шевченко В.И., и др. Напряженно-деформированное состояние литосферы Эгейского сектора среднеземноморского подвижного пояса. // Физика Земли. 2001. №12. С. 52-63.
13. Шевченко В.И. и др. Современная геодинамика Кавказа. // Физика Земли. 1999. №9. С. 3-18.
14. Kahle H.G., et al. The strain field in NW Greece and the Ionian islands: Results inferred from GPS measurements. Tectonophysics, 249, 41-52, 1995.
15. Le Pichon X., N. Chamot-Rooke, S. Lallemand, R. Noomen, and G. Veis, Geodetic determination of the kinematics of central Greece with respect to Europe: Implications for eastern Mediterranean tectonics. J. Geophys Res., 100, 12, 675-12, 690, 1995.
16. Мухамедиев Ш.А., Галыбин А.Н. Прямой подход к определению региональных полей напряжений. Физика Земли, 8, 2001. стр. 23-41.
17. Шерман Д.И. Метод интегральных уравнений в плоских и пространственных задачах статической теории упругости. / Тр. III Всес. съезда по теор. и прикл. мех., М. 1962. С. 405-467.
18. Лурье А.И. Пространственные задачи теории упругости. М.: Гостехиздат, 1995. 492 с.
19. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 1975. 542 с.

Институт Механики  
НАН Армении

Поступила в редакцию  
6.06.2003