ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 56, №1, 2003 Механика

УДК 517. 946: 531.36

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСЛОВИЙ ТЕХНИЧЕСКОЙ УСТОЙЧИВОСТИ НЕЛИНЕЙНЫХ СОСТОЯНИЙ УПРАВЛЯЕМОГО УПРУГОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Матвийчук К.С.

Կ.Ս. Մատվիյչուկ

Ղեկավարվող առաձգական թռչող սարքի ոչ գծային վիճակների տեխնիկական կայունության պայմանների որոշումը

Հոդվածը նվիրված է հրթիռի տիպի երկարացված առաձգական թռչող համակարգերի ոչ գծային վիճակների տրված չափի նկատմամբ տեխնիկական կայունության հետազոտմանը ուղղաձիգ հարթության մեջ նրանց երկայնական շարժման ժամանակ [1-6]. Պրոցեսի առաջարկված ղեկավարման համար ստացված են դինամիկ համակարգի տրված չափի նկատմամբ տեխնիկական կայունության բավարար պայմաններ: Օգտագործվում է համեմատության մեթոդը [5-6] բաշխված պրոցեսների օպտիմիզացիայի հիման վրա [4] Լյապունովի ուղիղ մեթոդի հետ կոմբինացված:

K.S. Matvijchuk

Determination of Technical Stability Conditions of Nonlinear States of Regulated Elastic Aircraft

Статья посвящена исследованию технической устойчивости относительно заданной меры нелинейных динамических состояний удлиненных упругих летательных систем типа ракеты при их продольном движении в вертикальной плоскости [1-6]. Для предложенного управления процессом получены достаточные условия технической устойчивости относительно меры заданной динамической системы. Применяется метод сравнения [5-6] на основе оптимизации распределенных процессов [4] в комбинации с прямым методом Ляпунова.

1. Формулировка управляемой краевой задачи системы. Пусть летательная система представляет собой удлиненное упругое тело, например, тонкое тело вращения, или тело вращения с крыльями и оперением малого удлинения, которое совершает движение в вертикальной плоскости. Скорость полета тела считается постоянной. Колебания оси летательной системы, как балки переменного сечения, под действием сил упругости, веса и аэродинамических сил описываются уравнениями [4]

$$\frac{\partial\varphi_1}{\partial t}=\varphi_2,\quad \frac{\partial\varphi_2}{\partial t}=L(\varphi)+\frac{\alpha}{m}u,\qquad t\in T_1,\qquad x\in D$$

$$L(\varphi)=-\frac{l}{m}\frac{\partial^2}{\partial x^2}\left(EI\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2}\right)-\frac{a_1}{m}\varphi_2-\frac{b_1}{m}\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}-\frac{l}{m}\overline{Q} \tag{1}$$

$$x = \frac{\widetilde{x}}{\ell},\ \varphi_1 = \frac{\widetilde{\varphi}}{\ell},\ \varphi_2 = \frac{1}{\sqrt{g\ell}}\frac{\partial\widetilde{\varphi}}{\partial\tau},\quad t = \sqrt{\frac{g}{\ell}}\tau,\ EI = \frac{\widetilde{EI}}{G\ell^2},\ a_1 = \frac{\widetilde{a}\ell\sqrt{g\ell}}{G}$$

$$b_1 = \widetilde{b}\ell/G,\quad m = \widetilde{m}g\ell/G,\quad 0 < \mu \le \mu_0 < 1,\quad T_1 = [t_0, N\mu^{-1}]$$

$$D \equiv (0,\ 1),\quad t_0 = \text{const} \ge 0,\quad N = \text{const} > 0,\quad T_1 \subset I_1 \equiv [t_0,\ +\infty)$$

$u = u(t,x)$ – управление, $\alpha = \alpha(x)$ – заданная функция, учитывающая место приложения управляющих усилий, например, если управление приложено только в отрезке $[a, 1]$ оси, то полагается: $\alpha(x) \equiv 0$ при $x \in [0, a)$ и $\alpha(x) = 1$ при $x \in [a, 1]$; G–вес, ℓ –длина летательного тела; $\widetilde{x}$ –координата текущего сечения, $\widetilde{\varphi} = \widetilde{\varphi}(\widetilde{x}, \tau)$ - отклонение оси от равновесного состояния, φ_1 –безразмерное отклонение оси, $\widetilde{EI}$ –жесткость при изгибе, $\widetilde{m}$ –погонная масса, $\widetilde{a}, \widetilde{b}$ – коэффициенты аэродинамических сил, g – ускорение силы тяжести, $\overline{Q}$ – приращение поперечной нагрузки за счет искривления продольной оси системы; τ –время, t – безразмерное время. При горизонтальном полете $\overline{Q} \equiv 0$ [4]. Введем граничные условия для функции $\varphi_1 = \varphi_1(x,t)$:

$$\left(\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2}\right)_{x=0} = \left[\frac{\partial}{\partial x}\left(EI\,\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2}\right)\right]_{x=0} = 0,\ \left(\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2}\right)_{x=1} = 0$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial x}\left(EI\,\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2}\right)\right]_{x=1} = u_s \tag{2}$$

где u_s – управляющая сила в точке $x = 1$. Пусть заданы начальные распределения заданного процесса

$$\varphi_1(x,t)\Big|_{t=t_0} = \omega_0(x),\quad \varphi_2(x,t)\Big|_{t=t_0} = \nu_0(x)$$
$$t_0 \in \mathrm{T}_1,\ x \in \mathrm{D},\quad \varphi_0(x) \equiv (\omega_0(x), \nu_0(x))^* \tag{3}$$

Управляемую краевую задачу (1)-(3) исследуем в предположении, что при заданных функциях $\omega_0(x), \nu_0(x)$, удовлетворяющих необходимым условиям согласования на границе системы, задача (1)-(3) имеет однозначное решение в классе непрерывных по t, x функций, имеющих непрерывные по t, x производные необходимых порядков. В качестве меры $\rho = \rho(\varphi)$, характеризующей отклонение функций $\varphi = (\varphi_1(x,t), \varphi_2(x,t)), \varphi_2(x,t) = \partial\varphi_1(x,t)/\partial t$, от значения $\varphi = 0$ невозмущенного процесса, выберем величину [3] $\rho(\varphi) = \int_0^1 [(\partial^2\varphi_1/\partial x^2)^2 + (\partial\varphi_1/\partial x)^2 + \varphi_1^2 + \varphi_2^2]dx$. Пусть наперед заданы область возможных начальных состояний системы (1)-(3) $\Omega_0 = \{\varphi:\ \rho \le \tilde{a}_1,\ \tilde{a}_1 > 0\}$ и область допустимых текущих состояний системы (1)-(3) $\Omega(t) = \{\varphi:\ \rho \le \eta(t),\quad 0 < \eta(t) \le \tilde{\eta},\quad \tilde{\eta} = \mathrm{const} > 0\}$, где $\tilde{a}_1, \eta(t)$ – заданные число и ограниченная в области $T_1 \subseteq I_1$ функция соответственно, при этом справедливы условия $\tilde{a}_1 \le \eta(t_0)$, $\Omega_0 \subset \Omega(t_0)$. Используем оптимальное управление, полученное в [4]:

$$u = -\frac{\alpha(x)}{2\omega(x)m(x)}\int_0^1 \sum_{i=1}^2 \left[v_{i2}(t,\xi,x) + v_{2i}(t,x,\xi)\right]\varphi_i(\xi,t)d\xi \tag{4}$$

$$u_s = -\frac{1}{2\omega_s m(1)}\int_0^1 \sum_{i=1}^2 \left[v_{i2}(t,\xi,1) + v_{2i}(t,1,\xi)\right]\varphi_i(\xi,t)d\xi \tag{5}$$

Здесь множители при функциях $\varphi_1(\xi,t)$, $\varphi_2(\xi,t)$ являются коэффициентами усиления обратной связи, которые представляют собой функции координат точек продольной оси летательной системы. Смещения разных точек оси системы вносят разный вклад в величину управления в зависимости от того, где расположена эта точка оси [4].

Симметричные функции $v_{ij} = v_{ij}(t,x,\xi)$, входящие в управление (4), (5), должны удовлетворять соответствующей системе нелинейных интегро-дифференциальных уравнений вида (2.25) работы [4]. Однако отыскание точного решения для этой системы уравнений является проблематичным в силу ее нелинейности и переменности коэффициентов. Поэтому при заданных свойствах [4] функций $v_{ij} = v_{ij}(t,x,\xi)$ для решения задачи о технической устойчивости исходного управляемого процесса (1)-(5) применим метод сравнения.

2. Условия технической устойчивости динамических состояний упругой системы при вертикальном полете. Для исследования свойств технической устойчивости рассматриваемого процесса зададим функционал

$$V[\varphi,t] = \int_0^1 \left[\left(\frac{\partial^2\varphi_1}{\partial x^2}\right)^2 - P\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial t}\right)^2\right]dx \tag{6}$$

$$P = \overline{Q}_1 + a_1^0 + b_1^0,\quad \overline{Q}_1 = \sup_{t,x}(\overline{Q}),\quad a_1^0 = \sup_x(a_1),\quad b_1^0 = \sup_x(b_1) \tag{7}$$

При (7) имеем неравенство $V[\varphi,t] \ge (1-P)\rho(\varphi)/3$. Отсюда находим, что функционал $V[\varphi,t]$ (6) положительно определен при условии $0 < 1-P \le 1$. Исходя из содержания заданного динамического процесса, будем рассматривать случай

$$0 < 1-P < 1 \tag{8}$$

Величина $\mu = 1-P$ имеет смысл малого положительного параметра: $\mu \in (0,1)$. Условие (8) будет справедливым при выполнении неравенства [3]

$$\ell(Q_0 + \tilde{a}\sqrt{g\ell} + \tilde{b}) < G, \qquad \forall x \in D, \ \ \forall t \in T_1 \tag{9}$$

При (7)–(9) с помощью параметра μ определяем конечный промежуток времени T_1, на котором, согласно (1), рассматривается динамическое поведение системы: $T_1 = [t_0, N\mu^{-1}]$, $t_0 \geq 0$, $N = \text{const} > 0$ – величина, характеризующая надежность системы. Рассматриваем систему (1)–(5) в заданной области:

$$\overline{\Omega} = \left\{ t, x, \varphi_i, \frac{\partial \varphi_i}{\partial t}, \frac{\partial^k \varphi_1}{\partial x^k}, \frac{\partial^i \varphi_2}{\partial x^i}, m(x), \overline{Q}(x), P, a_1, b_1, \omega, v_{ij}, EI(x), \frac{\partial (EI)}{\partial x} : \right.$$

$$t \in T_1 \subseteq I_1, x \in D, |\varphi_i| \leq n_i, \left|\frac{\partial \varphi_i}{\partial t}\right| \leq \ell_i, \left|\frac{\partial^k \varphi_1}{\partial x^k}\right| \leq c_k, \left|\frac{\partial^i \varphi_2}{\partial x^i}\right| \leq \gamma_i, m_{\min} \leq m(x) \leq m_{\max}$$

$$0 \leq \overline{Q}(x) \leq \overline{Q}_{\max}, \quad 0 \leq P < 1, \quad a_{1\min} \leq a_1 \leq a_{1\max}$$

$$b_{1\min} \leq b_1 \leq b_{1\max}, \quad 0 < \omega_{\min} \leq \omega \leq \omega_{\max}$$

$$|v_{ij}| \leq \theta_{ij}, \quad 0 < EI \leq K_1 \equiv \max_x (EI), \quad \left|\frac{\partial (EI)}{\partial x}\right| \leq K_2;$$

$$c_k, \gamma_i, m_{\min}, m_{\max}, b_{1\min}, b_{1\max}, \quad \overline{Q}_{\max}, \omega_{\min}, \omega_{\max}, K_1, K_2 = \text{const} > 0 \quad i = 1,2;$$

$\left. j = 1,2; k = 1,\ldots 4 \right\}$. Пусть заданы величины $b = \text{const} > 0$, $y_0 = \text{const} > 0$. При условиях

$$0 < y_0 \leq b \tag{10}$$

определим с помощью V (6), (7) множество

$$\tilde{N}_{y_0} = \{\varphi : V[\varphi, t] \leq y_0, \quad \forall t \in T_1, \quad \forall x \in D\} \tag{11}$$

которое по предположению удовлетворяет условию

$$\Omega_0 \subset \tilde{N}_{y_0} \quad \text{при} \ \ t = t_0 \tag{12}$$

Вдоль решений краевой задачи (1)–(5) находим

$$\frac{dV[\varphi(x,t),t]}{dt} = \frac{m(1) + EI(1)}{EI(1)m^2(1)} \varphi_2(t,1) \frac{1}{\omega_s} \int_0^1 \sum_{i=1}^{2} [v_{i2}(t,\xi,1) + v_{2i}(t,\xi,1)] \varphi_i(\xi,t) d\xi +$$

$$+ 2\int_0^1 dx \left[\left(\frac{1}{m} \frac{\partial}{\partial x} \left(EI(x) \frac{\partial^2 \varphi_1(x,t)}{\partial x^2} \right) - P \frac{\partial \varphi_1(x,t)}{\partial x} \right) \frac{\partial \varphi_2(x,t)}{\partial x} + \right. \tag{13}$$

$$+ \left(\frac{\partial^4 \varphi_1(x,t)}{\partial x^4} - \frac{a_1(x)}{m(x)} \varphi_2(x,t) - \frac{b_1(x)}{m(x)} \frac{\partial \varphi_1(x,t)}{\partial x} - \frac{1}{m(x)} \overline{Q}(x) \right) \varphi_2(x,t) -$$

$$-\frac{\alpha^2(x)}{2\omega(x)m^2(x)}\varphi_2(x,t)\int_0^1\sum_{i=1}^2[v_{i2}(t,\xi,x)+v_{2i}(t,x,\xi)]\varphi_i(\xi,t)d\xi\Bigg]$$

Выражение справа в (13) обозначим $M(t)$. Пусть $M = \text{const} > 0$ – заданная величина. В частности, пусть:

$$|M(t)| \le M$$

$$M = \frac{m(1)+EI(1)}{EI(1)m^2(1)}n_2\frac{1}{\omega_3}\sum_{i=1}^2[\theta_{i2}+\theta_{2i}]n_i + 2\Bigg[\left(\frac{1}{m_{\min}}K_2c_2+\frac{1}{m_{\min}}K_1c_3+c_1\right)\gamma_1+$$

$$+\left(c_4+\frac{a_{1\max}}{m_{\min}}n_2+\frac{b_{1\max}}{m_{\min}}c_1+\frac{\overline{Q}_{\max}}{m_{\min}}\right)n_2+\frac{1}{2\omega_{\min}m_{\min}^2}c_2\sum_{i=1}^2[\theta_{i2}+\theta_{2i}]n_i\Bigg] \tag{14}$$

Пусть задана функция $\eta(t)$ вида

$$\eta(t)=\frac{\overline{M}}{2}\exp\left[-\frac{1}{\mu+t}\right]\left\{\exp\left[\frac{2}{\mu+t_0}\right]-\exp\left[\frac{2}{\mu+t}\right]\right\}+b\exp\left[-\frac{1}{\mu+t}\right]\exp\left[\frac{1}{\mu+t_0}\right]$$

$$\overline{M} = \text{const} > 0, \quad M \le \overline{M} \tag{15}$$

при условиях (10)-(11). Рассмотрим функцию

$$(\overline{\Phi}(t) = M(t) - \frac{\mu}{3(\mu+t)^2}\rho(\varphi(x,t)) \tag{16}$$

Пусть функция $\overline{\Phi}(t)$ (16) удовлетворяет условию

$$\left|\overline{\Phi}(t)\right| \le \Phi(t) \equiv M\frac{1}{(\mu+t)^2}\exp\left[\frac{1}{\mu+t}\right] \tag{17}$$

где $M = \text{const} > 0$ – заданная величина согласно (14), удовлетворяющая свойству $M \le \overline{M}$.

Полагаем, что при (10) имеют место неравенства

$$\theta^{-1}y_0 \le b, \quad \theta^{-1}M \le \overline{M}, \quad \theta \equiv 3^{-1}(1-P) \tag{18}$$

Вдоль решения исходного процесса (1)-(5) находим неравенство

$$\frac{dV(t)}{dt} \le \frac{1}{(\mu+t)^2}V(t) + \left|M(t) - \frac{\mu}{3(\mu+t)^2}\rho(\varphi(x,t))\right| \tag{19}$$

Из (19) при (17) на решении процесса (1)-(5) имеем $dV(t)/dt \le 1/(\mu+t)^2 V(t) + \Phi(t)$. В области T_1 существует интеграл $\sigma(t) = \int_{t_0}^{t}\Phi(\tau)d\tau$. Рассмотрим функцию $z(t) = V[\varphi(x,t),t] - \sigma(t)$ вдоль решений задачи (1)–(5). Для dV/dt при вышезаданных условиях вдоль решений задачи (1)–(5) имеем $dz(t)/dt \le \left(\mu/(\mu+t)^2\right)[z(t)+\sigma(t)]$. Отсюда следует задача Коши сравнения вида

$$dy/dt = \left(1/(\mu+t)^2\right)[y+\sigma(t)], \quad t\in T_1 \tag{20}$$

$$y(t_0) = y_0 \ge V_0 \equiv V[\varphi_0(x),t_0], \quad t_0\in T_1, \quad \forall x\in D \tag{21}$$

Задача (20), (21) имеет в области T_1 непрерывное решение

$$\begin{aligned} y(t) = \frac{M}{2}\exp\left[-\frac{1}{\mu+t}\right]\left\{\exp\left[\frac{2}{\mu+t_0}\right]-\exp\left[\frac{2}{\mu+t}\right]\right\}+ \\ +y_0\exp\left[\frac{1}{\mu+t_0}\right]\exp\left[-\frac{1}{\mu+t}\right]-\sigma(t) \end{aligned} \tag{22}$$

Используя (22), по соответствующей теореме о дифференциальных неравенствах находим [5-7] $z(t) < y(t),\ t\in T_1$. Тогда вдоль решения задачи (1)-(5) при условиях (8), (9) имеем $V(t) \le y(t)+\sigma(t),\ t\in T_1$. Отсюда находим последовательность неравенств

$$V(t) \le \frac{M}{2}\exp\left[-\frac{1}{\mu+t}\right]\left\{\exp\left[\frac{2}{\mu+t_0}\right]-\exp\left[\frac{2}{\mu+t}\right]\right\}+$$

$$+y_0\exp\left[\frac{1}{\mu+t_0}\right]\exp\left[-\frac{1}{\mu+t}\right] \le \eta(t)$$

$$\eta(t) \le \frac{\overline{M}}{2}\exp\left[-\frac{1}{\mu+L\mu^{-1}}\right]\left\{\exp\left[\frac{2}{\mu+t_0}\right]-\exp\left[\frac{2}{\mu+N\mu^{-1}}\right]\right\}+$$

$$+b\exp\left[-\frac{1}{\mu+L\mu^{-1}}\right]\exp\left[\frac{1}{\mu+t_0}\right]$$

$\eta(t_0)\equiv b,\quad \mathrm{V}_0 \le b$, вдоль решения процесса (1)-(5) при (8), (9). Из этих неравенств получаем следующее свойство включения:

$$C_{A(t)} \subset \Omega(t),\ C_{A(t)} = \{\varphi : \mathrm{V}[\varphi,t] \le A(t)\ \ \forall t\in T_1,\ \forall x\in \mathrm{D}\},\ A(t) \equiv y(t)+\sigma(t) \tag{23}$$

Из полученного соотношения (23) и заданного условия (12) при (8) – (10), (21) и условия (18) следует справедливость неравенства $\rho(\varphi(x,t)) \le \eta(t), \forall t\in T_1,\ \ \forall x\in \mathrm{D}$, т.е. исходный процесс (1)-(5) при $\varphi_0\in\Omega_0$, технически устойчив по мере ρ на ограниченном интервале времени T_1. При условии $t \to +\infty$ для (15) справедлива мажорация $\theta^{-1}A(t) \le \eta(t)$. Оценка

$\eta(t) \le \tilde{\eta}$, $\tilde{\eta} \equiv \frac{\overline{M}}{2}\left\{\exp\left[\frac{2}{\mu + t_0}\right] - 1\right\} + b\exp\left[\frac{1}{\mu + t_0}\right]$ справедлива при любых $T_1 \subseteq I_1$. Следовательно, процесс (1)-(5) при $\varphi_0 \in \Omega_0$ технически устойчив на бесконечном интервале времени I_1 по мере ρ.

Рассмотрим функции следующего вида:

$$\Phi_1(t,\varphi(x,t),u_s) = \frac{m(1) + EI(1)}{EI(1)m^2(1)}\varphi_2(1,t)\frac{1}{\omega_s}\int_0^1\sum_{i=1}^2\left[v_{i,2}(t,\xi,1) + v_{2i}(t,l,\xi)\right]\varphi_i(\xi,t)d\xi +$$

$$+ 2\int_0^1 dx\left[\left(\frac{1}{m}\frac{\partial}{\partial x}\left(EI(x)\frac{\partial^2\varphi_1(x,t)}{\partial x^2}\right)\right)\frac{\partial\varphi_2(x,t)}{\partial x} + \frac{\partial^4\varphi_1(x,t)}{\partial x^4}\varphi_2(x,t)\right]$$

$$\Phi_2(t,\varphi(x,t),u) = -\left\{2\int_0^1 dx\left[P\frac{\partial\varphi_1(x,t)}{\partial x}\frac{\partial\varphi_2(x,t)}{\partial x} + \frac{a_1(x)}{m(x)}\varphi_2^2(x,t) +\right.\right.$$

$$+\frac{b_1(x)}{m(x)}\frac{\partial\varphi_1(x,t)}{\partial x}\varphi_2(x,t) + \frac{1}{m(x)}\overline{Q}(x)\varphi_2(x,t) +$$

$$\left.\left.+\frac{\alpha^2(x)}{2\omega(x)m^2(x)}\varphi_2(x,t)\int_0^1\sum_{i=1}^2\left[v_{i,2}(t,\xi,x) + v_{2i}(t,x,\xi)\right]\varphi_i(\xi,t)d\xi\right]\right\},$$ предполагая

их существование в области I_1. Если на решении процесса (1)-(5) выполняются условия: а) $\Phi_2(t,\varphi(x,t),u) \le -2tV[\varphi(x,t),t]$, $t \in T_1 \subseteq I_1$; б) $\left|\Phi_1(t,\varphi(x,t),u_s)\right| \le M\overline{\omega}_1(t)$, $t \in T_1 \subseteq I_1$; в) справедливы условия (18), тогда управляемый процесс (1)–(5) асимптотически технически устойчив по мере ρ [1,3,6]. В этом случае имеем

$$\rho[\varphi(x,t)] \le \eta(t), \qquad \forall t \in T_1 \subseteq I_1; \quad \eta(t) = e^{-(t^2 - t_0^2)}\left[b + \overline{M}e^{-t_0^2}\int_{t_0}^t e^{\tau^2}\overline{\omega}_1(\tau)d\tau\right]$$

$M \le \overline{M}$, $\overline{M} = \text{const}$;

Полученные условия технической и асимптотической технической устойчивости процесса (1)–(5) нарушаются, если $P \ge 1$, что равносильно неравенству $\frac{\ell}{G}\left(Q_0 + \tilde{a}\sqrt{g\ell} + \tilde{b}\right) \ge 1$, $\forall x \in D$. Условия технической неустойчивости в T_1 или в I_1 по мере ρ процесса (1)-(5) имеет вид: $A(t) \to +\infty$ при $t \in T_1$, или $t \in I_1$. В последнем случае [3] критическое значение $Q_{0,kr}$ приращения поперечной нагрузки за счет искривления продольной оси системы равна величине $Q_{0,kr} = \frac{G}{\ell} - \tilde{a}\sqrt{g\ell} - \tilde{b}$. Если справедливо условие $\Phi_1(t, \varphi(x,t), u_x) \le -\Phi_2(t, \varphi(x,t), u)$, $\forall t \in I_1$, то управляемый процесс (1)-(5) устойчив по Ляпунову относительно меры ρ. В случае выполнения строгого неравенства исходный процесс будет асимптотчески устойчив по Ляпунову относительно меры ρ [1].

ЛИТЕРАТУРА

1. Абгарян К.А. Устойчивость движения на конечном интервале // Итоги науки и техники. Общая механика. – М.: ВИНИТИ, 1976, т.3, с. 43 – 124.
2. Байрамов Ф.Д. Обеспечение технической устойчивости управляемых систем // Проблемы аналитической механики, устойчивости и управления движением. – Новосибирск: Наука, 1991, с.134 – 139.
3. Матвийчук К.С. Свойства технической устойчивости решений краевой задачи для движущейся в жидкости протяженной стержневой системы. – Прикл.механика, 1996, т.32, № 7, с. 84 – 89.
4. Сиразетдинов Т.К.Оптимизация систем с распределенными параметрами. – М.:Наука, 1977, 480 с.
5. Matviychuk K.S. Technical stability of disconnected control systems with a continual set of initial perturbations // Int. Appl. Mech., 2000, vol. 36, N 11, p. 1142 – 1155.
6. Matviychuk K.S. On technical stability of forced automatic control systems with variable structure// Int. Appl. Mech., 2001, vol. 37, N 3, p. 393 – 406.
7. Szarski J. Differential inequalities. – Warshawa: PWN, 1967, 256 p.

Институт механики им. С.П.Тимошенко
НАН Украины

Поступила в редакцию
10.01.2002