

УДК 62-501.7

СИНТЕЗ УПРАВЛЕНИЙ С ЖЕЛАЕМОМ СПЕКТРОМ В
 СКАЛЯРНОМ УРАВНЕНИИ n -ОГО ПОРЯДКА

Григорян Ф. П.

Ֆ.Պ. Գրիգորյան

Ծանկալի սպեկտրով կառավարման սինթեզ n -րդ կարգի սկալյար հավասարման մեջ

Դիտարկված է խնդիր ցանկալի սպեկտրով սկալյար կառավարման ընտրության վերաբերյալ n -րդ կարգի ստացիոնար սկալյար հավասարման մեջ, երբ կարգավորիչի մատրիքի բանակը $m > 1$: Ստացվել է բանաձև, որն արտահայտում է կախվածությունը կարգավորիչի ազդանշանի գործակիցների (տեքստում B մատրիքը) և նախապես տրված ցանկալի թվերի միջև: Ստացվել է նաև B մատրիքի համար լավագույն մոտավոր լուծում, որը կանակված է \tilde{B} -ով:

Рассматривается задача о выборе скалярного управления с желаемым спектром в стационарном скалярном уравнении n -ого порядка, когда количество входов регулятора $m > 1$. Получена формула, выражающая зависимость между коэффициентами входного сигнала регулятора (m тексте матрица B) и наперед заданными желаемыми числами. Для матрицы B получено также наиболее приближенное решение, обозначенное через \tilde{B} .

F.P. Grigoryan

Synthesis of Management with Advisable Spector in a Scalar Equation of n -order

В настоящей работе рассматривается задача построения скалярного управления с желаемым спектром в стационарном скалярном уравнении n -ого порядка, когда количество входов регулятора $m > 1$.

Постановка задачи. Пусть задано уравнение

$$z^{(n)} + a_{n-1}z^{(n-1)} + a_{n-2}z^{(n-2)} + \dots + a_1z^1 + a_0 = u \quad (1)$$

где $u = \int_{-\infty}^t G(t-t')v(t')dt'$ – выходной сигнал регулятора,

$$v = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_m \end{pmatrix} = B \begin{pmatrix} z \\ z^1 \\ \dots \\ z^{(n-1)} \end{pmatrix} \text{ – выходной сигнал регулятора,}$$

$G(t-t') = (g_1(t-t'), g_2(t-t'), \dots, g_m(t-t'))$ — строка, импульсная переходная функция

$$B = (B_1, B_2, \dots, B_n) = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} \quad (2)$$

передаточная функция регулятора имеет вид:

$$(W_1(\lambda), W_2(\lambda), \dots, W_m(\lambda)) = \int_0^{\infty} (g_1(t-t'), g_2(t-t'), \dots, g_m(t-t')) e^{-\lambda t'} dt' \quad (3)$$

Требуется построить матрицу управления B так, чтобы решение уравнения (1) имело вид

$$z = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} + \dots + C_n e^{\lambda_n t} \quad (4)$$

где C_i ($i=1, 2, \dots, n$) — произвольные постоянные, λ_i — наперед заданные желаемые числа, удовлетворяющие условиям:

1. $\lambda_i \neq \lambda_j$, $i \neq j$, ($i, j=1, 2, \dots, n$)
2. $(W_1(\lambda_i), W_2(\lambda_i), \dots, W_m(\lambda_i)) \neq (0, 0, \dots, 0)$ ($i=1, 2, \dots, n$)
3. λ_i не равны хотя бы одному из собственных чисел характеристического многочлена для однородного уравнения (1).

Решение задачи. Уравнение (1) при новых неизвестных [1]

$$x_1 = z, \quad x_2 = \dot{z}, \quad \dots, \quad x_n = z^{(n-1)} \quad (5)$$

эквивалентно системе

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \dots \\ \dots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n, \\ \dot{x}_n = -a_0 x_1 - a_1 x_2 - \dots - a_{n-2} x_{n-1} - a_{n-1} x_n + u \end{cases} \quad (6)$$

Систему (6) напомним в векторно-матричной форме

$$\dot{x} = Ax + Hu \quad (7)$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 & -a_1 - a_2 & \dots & \dots & -a_{n-1} \end{pmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ \dots \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ \dots \\ x_{n-1} \\ x_n \end{pmatrix} \quad (3)$$

Легко проверить, что система (7) вполне управляема [3]
 $\text{rang}(H, AH, \dots, A^{n-1}H) = n$.

С помощью (2) систему (7) можем написать в виде

$$\frac{dx}{dt} = Ax + H \int_{-\infty}^t G(t-t') Bx(t') dt' \quad (8)$$

Следовательно, поставленная задача приводится к эквивалентной следующей задаче: для управляемой системы (8) построить матрицу $B = (B_1, B_2, \dots, B_n)$ и преобразование

$$x = Ky \quad (9)$$

с невырожденной матрицей K так, чтобы (8) приводилось к виду

$$\frac{dy_i}{dt} = \lambda_i y_i \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (10)$$

Решаем эту задачу. В силу (9) и (10) общее решение системы (8) имеет вид

$$x = \sum_{i=1}^n C_i K_i \exp(\lambda_i t)$$

где K_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — столбцы матрицы $K = (K_1, K_2, \dots, K_n)$,
 C_i ($i = 1, 2, \dots, n$) — произвольные постоянные.

По (9) и (10) из (8) получаем

$$\sum_{i=1}^n K_i \lambda_i y_i = A \sum_{i=1}^n K_i y_i + H \int_{-\infty}^t G(t-t') B \sum_{i=1}^n K_i y_i(t') dt'$$

Выбор K_i и B ограничим требованием выполнения равенств [1]

$$K_i \lambda_i y_i = AK_i \lambda_i + H \int_{-\infty}^t G(t-t') BK_i y_i(t') dt' \quad i = \overline{1, n} \quad (11)$$

Из (10) и (11) следует

$$K_i \lambda_i \exp(\lambda_i t) C_i = H \int_{-\infty}^t G(t-t') BK_i C_i \exp(\lambda_i t') dt' + AK_i \exp(\lambda_i t) C_i$$

или

$$K_i \lambda_i = AK_i + H \int_{-\infty}^t G(t-t') BK_i \exp(\lambda_i t') dt' \exp(-\lambda_i t) \quad (12)$$

Замена переменной $t-t' = s$ приводит уравнение (12) к виду

$$K_i \lambda_i = AK_i + H \int_0^{\infty} G(s) \exp(-\lambda_i s) ds \cdot BK_i \quad (i = 1, 2, \dots, n)$$

Поэтому имеем

$$(A + HW(\lambda_i)B)K_i = \lambda_i K_i \quad (13)$$

или

$$(A + HW(\lambda_i)B - \lambda_i E)K_i = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (14)$$

здесь $W(\lambda_i) = \int_0^{\infty} G(s) \exp(-\lambda_i s) ds$ — значения передаточной функции при $\lambda = \lambda_i$.

Значения характеристического многочлена системы (14) при $\lambda = \lambda_i$ имеют вид [4]

$$\lambda_i^n + \lambda_i^{n-1}(a_{n-1} - W(\lambda_i)B_n) + \lambda_i^{n-2}(a_{n-2} - W(\lambda_i)B_{n-2}) + \dots + \lambda_i(a_1 - W(\lambda_i)B_2) + (a_0 - W(\lambda_i)B_1) = 0 \quad (15)$$

Напишем (15) для каждого $i = \overline{1, n}$, получим систему

$$\begin{cases} \lambda_1^n + \lambda_1^{n-1}(a_{n-1} - W(\lambda_1)B_n) + \lambda_1^{n-2}(a_{n-2} - W(\lambda_1)B_{n-2}) + \dots + (a_0 - W(\lambda_1)B_1) = 0 \\ \lambda_2^n + \lambda_2^{n-1}(a_{n-1} - W(\lambda_2)B_n) + \lambda_2^{n-2}(a_{n-2} - W(\lambda_2)B_{n-2}) + \dots + (a_0 - W(\lambda_2)B_1) = 0 \\ \dots \\ \lambda_n^n + \lambda_n^{n-1}(a_{n-1} - W(\lambda_n)B_n) + \lambda_n^{n-2}(a_{n-2} - W(\lambda_n)B_{n-2}) + \dots + (a_0 - W(\lambda_n)B_1) = 0 \end{cases} \quad (16)$$

Откуда следует

$$W(\lambda_i)B_1 + \lambda_i W(\lambda_i)B_2 + \dots + \lambda_i^{n-2} W(\lambda_i)B_{n-1} + \lambda_i^{n-1} W(\lambda_i)B_n = \Delta(\lambda_i)$$

$$\Delta(\lambda_i) = \lambda_i^n + \lambda_i^{n-1} a_{n-1} + \dots + \lambda_i a_1 + a_0 \quad (i = \overline{1, n})$$

Пусть

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \dots & \gamma_{mn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \dots & \gamma_n \end{pmatrix} \quad (17)$$

где $\gamma_{21}, \gamma_{22}, \dots, \gamma_{mn}$ — произвольные постоянные.

Тогда (16) по (2) и (3) принимает следующий вид:

$$\begin{cases} b_{11} + \lambda_1 b_{12} + \dots + \lambda_1^{n-1} b_{1n} = \frac{\Delta(\lambda_1)}{W_1(\lambda_1)} - \frac{(W_2(\lambda_1), \dots, W_m(\lambda_1))}{W_1(\lambda_1)} \cdot \sum_{i=1}^n \gamma_i \lambda_1^{i-1} \\ b_{11} + \lambda_2 b_{12} + \dots + \lambda_2^{n-1} b_{1n} = \frac{\Delta(\lambda_2)}{W_1(\lambda_2)} - \frac{(W_2(\lambda_2), \dots, W_m(\lambda_2))}{W_1(\lambda_2)} \cdot \sum_{i=1}^n \gamma_i \lambda_2^{i-1} \\ \dots \\ b_{11} + \lambda_n b_{12} + \dots + \lambda_n^{n-1} b_{1n} = \frac{\Delta(\lambda_n)}{W_1(\lambda_n)} - \frac{(W_2(\lambda_n), \dots, W_m(\lambda_n))}{W_1(\lambda_n)} \cdot \sum_{i=1}^n \gamma_i \lambda_n^{i-1} \end{cases} \quad (18)$$

Обозначим

$$\Lambda_0 = \begin{pmatrix} 1 & \lambda_1 & \dots & \lambda_1^{n-1} \\ 1 & \lambda_2 & \dots & \lambda_2^{n-1} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & \lambda_n & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{pmatrix} \quad (19)$$

Поэтому систему (18) можно написать в векторно-матричном виде

$$\Lambda_0 \begin{pmatrix} b_{11} \\ b_{12} \\ \dots \\ \dots \\ b_{1n} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{\Delta(\lambda_1)}{W_1(\lambda_1)} - \frac{(W_2(\lambda_1), \dots, W_m(\lambda_1))}{W_1(\lambda_1)} \cdot \sum_{i=1}^n \gamma_i \lambda_1^{i-1} \\ \frac{\Delta(\lambda_2)}{W_1(\lambda_2)} - \frac{(W_2(\lambda_2), \dots, W_m(\lambda_2))}{W_1(\lambda_2)} \cdot \sum_{i=1}^n \gamma_i \lambda_2^{i-1} \\ \dots \\ \dots \\ \frac{\Delta(\lambda_n)}{W_1(\lambda_n)} - \frac{(W_2(\lambda_n), \dots, W_m(\lambda_n))}{W_1(\lambda_n)} \cdot \sum_{i=1}^n \gamma_i \lambda_n^{i-1} \end{pmatrix}$$

Отсюда следует

$$\begin{pmatrix} b_{11}, b_{12}, \dots, b_{1n} \end{pmatrix} = \left(\frac{\Delta(\lambda_1) - (W_2(\lambda_1), \dots, W_m(\lambda_1)) \sum_{i=1}^n \gamma_i \lambda_1^{i-1}}{W_1(\lambda_1)}, \frac{\Delta(\lambda_2) - (W_2(\lambda_2), \dots, W_m(\lambda_2)) \sum_{i=1}^n \gamma_i \lambda_2^{i-1}}{W_1(\lambda_2)}, \dots, \frac{\Delta(\lambda_n) - (W_2(\lambda_n), \dots, W_m(\lambda_n)) \sum_{i=1}^n \gamma_i \lambda_n^{i-1}}{W_1(\lambda_n)} \right) \cdot (\Lambda_0^{-1})' \quad (20)$$

(штрих на матрице обозначает транспонирование).

Из (17) и (20) окончательно находим

$$B = \left(\begin{array}{ccc} \frac{\Delta(\lambda_1) - (W_1(\lambda_1), \dots, W_m(\lambda_1)) \sum_{i=1}^m \gamma_i \lambda_1^{i-1}}{W_1(\lambda_1)} & \dots & \dots & \frac{\Delta(\lambda_n) - (W_1(\lambda_n), \dots, W_m(\lambda_n)) \sum_{i=1}^m \gamma_i \lambda_n^{i-1}}{W_1(\lambda_n)} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \gamma_{m1} & \gamma_{m2} & \dots & \gamma_{mn} \end{array} \right) (\Lambda_0^{-1} Y) \quad (21)$$

Из (21) видно, что матрица B имеет бесчисленное множество значений.

Найдем решение \tilde{B} , представленное посредством псевдообратной матрицы [2].

Вернемся к системе (16), преобразуем ее следующим образом:

$$\begin{pmatrix} W(\lambda_1) & \lambda_1 W(\lambda_1) & \dots & \lambda_1^{n-1} W(\lambda_1) \\ W(\lambda_2) & \lambda_2 W(\lambda_2) & \dots & \lambda_2^{n-1} W(\lambda_2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ W(\lambda_n) & \lambda_n W(\lambda_n) & \dots & \lambda_n^{n-1} W(\lambda_n) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \Delta(\lambda_1) \\ \Delta(\lambda_2) \\ \dots \\ \Delta(\lambda_n) \end{pmatrix} \quad (22)$$

Обозначим

$$\Lambda = \begin{pmatrix} 1 & \lambda_1 & \lambda_1^2 & \dots & \lambda_1^{n-1} & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & \lambda_2 & \lambda_2^2 & \dots & \lambda_2^{n-1} & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 1 & \lambda_n & \lambda_n^2 & \dots & \lambda_n^{n-1} \end{pmatrix}_n$$

$$B^- = \begin{pmatrix} B_1 \\ B_2 \\ \dots \\ B_n \end{pmatrix}_{m \times n}, \quad \Delta = \begin{pmatrix} \Delta(\lambda_1) \\ \Delta(\lambda_2) \\ \dots \\ \Delta(\lambda_n) \end{pmatrix}_{n \times 1}, \quad W = \begin{pmatrix} \text{diag}(W(\lambda_1), W(\lambda_1), \dots, W(\lambda_1)) \\ \text{diag}(W(\lambda_2), W(\lambda_2), \dots, W(\lambda_2)) \\ \dots \\ \text{diag}(W(\lambda_n), W(\lambda_n), \dots, W(\lambda_n)) \end{pmatrix}_{n \times n} \quad (23)$$

Очевидно, что $\text{rang } \Lambda = n$, $\text{rang } W = mn$.

Тогда система (22) принимает следующий вид:

$$\Lambda \begin{matrix} W \\ B^- \end{matrix} = \Delta \quad (24)$$

Из (24) найдем [2]

$$B^- = W^* \Lambda^* \Delta \quad (25)$$

где $\Lambda^* = \Lambda^* \begin{pmatrix} \Lambda & \Lambda^* \\ \Lambda & \Lambda^* \end{pmatrix}^{-1}$, Λ^* — сопряженная Λ матрица, Λ^* — псевдообратная Λ матрица, $W^+ = (W^* W)^{-1} W^*$, W^* — сопряженная W матрица, W^+ — псевдообратная W матрица.

Выполнив соответствующие преобразования, окончательно получим:

$$\tilde{B} = \left(\sum_{k=1}^n W^*(\lambda_k) W(\lambda_k) \right)^{-1} \cdot \left(\frac{W^*(\lambda_1) \Delta(\lambda_1)}{\sum_{k=1}^n |\lambda_1|^{2(k-1)}}, \frac{W^*(\lambda_2) \Delta(\lambda_2)}{\sum_{k=1}^n |\lambda_2|^{2(k-1)}}, \dots, \frac{W^*(\lambda_n) \Delta(\lambda_n)}{\sum_{k=1}^n |\lambda_n|^{2(k-1)}} \right) \cdot \Lambda_0 \quad (26)$$

Пример. Рассмотрим задачу управления при сближении космических аппаратов [5]. Пусть управляемый космический аппарат приближается при перехвате к цели на заданное расстояние. Для этого целесообразно поместить начало относительной системы координат $Oxyz$ в центре масс космического аппарата — цели.

Для простоты рассмотрим подсистему

$$\begin{cases} dx_1 / dt = x_2 \\ dx_2 / dt = -\omega^2 x_1 + \alpha U \end{cases} \quad (27)$$

которая характеризует отклонение космического аппарата от плоскости цели.

Обозначим

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad H = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\omega^2 & 0 \end{pmatrix}, \quad B = (B_1, B_2) = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix} \quad (28)$$

Система (27) принимает вид

$$\dot{x} = Ax + HU \quad (29)$$

Требуется определить матрицу $B = (B_1, B_2)$ и преобразование

$$x = Ky, \quad x = (K_1, K_2) \cdot \begin{pmatrix} y_1 \\ y_2 \end{pmatrix} = K_1 y_1 + K_2 y_2 \quad (30)$$

так, чтобы

$$\frac{dy_i}{dt} = \lambda_i y_i, \quad (i=1, 2), \quad y_1 = C_1 e^{\lambda_1 t}, \quad y_2 = C_2 e^{\lambda_2 t} \quad (31)$$

$$\text{Пусть } G(t-t') = (g_1(t-t'), g_2(t-t')), \quad W(\lambda) = (W_1(\lambda), W_2(\lambda)) \quad (32)$$

Предположим

$$W_1(\lambda) = \frac{1}{\lambda - 1}, \quad W_2(\lambda) = \frac{1}{\lambda}, \quad \lambda_1 = -1, \quad \lambda_2 = -2 \quad (33)$$

По формуле (21) имеем

$$B = \begin{pmatrix} \frac{\Delta(\lambda_1) - W_2(\lambda_1)(\gamma_1 + \gamma_2\lambda_1)}{W_1(\lambda_1)} & \frac{\Delta(\lambda_2) - W_2(\lambda_2)(\gamma_1 + \gamma_2\lambda_2)}{W_1(\lambda_2)} \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{pmatrix} (\Lambda_0^{-1})' \quad (34)$$

Характеристический многочлен матрицы A имеет вид

$$\Delta(\lambda) = \lambda^2 + \omega^2$$

Значит

$$\Delta(\lambda_1) = \lambda_1^2 + \omega^2, \quad \Delta(\lambda_2) = \lambda_2^2 + \omega^2 \quad (35)$$

По (19) найдем

$$\Lambda_0 = \begin{pmatrix} 1 & \lambda_1 \\ 1 & \lambda_2 \end{pmatrix}, \quad |\Lambda_0| = \lambda_2 - \lambda_1 \neq 0 \quad (36)$$

$$\Lambda_0^{-1} = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \begin{pmatrix} \lambda_2 & -\lambda_1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\Lambda_0^{-1})' = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1} \begin{pmatrix} \lambda_2 & -1 \\ -\lambda_1 & 1 \end{pmatrix}$$

По (32)–(36) находим

$$B = \begin{pmatrix} -8 + 2.5\gamma_1 - \gamma_2 + \omega^2 & -8 + 0.5\gamma_1 + \gamma_2 - \omega^2 \\ 2\gamma_1 + \gamma_2 & -\gamma_1 + \gamma_2 \end{pmatrix} \quad (37)$$

Согласно (13) имеем

$$(A + HW(\lambda_i)B)K_i = \lambda_i K_i, \quad (i = 1, 2), \quad K = (K_1, K_2) = \begin{pmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{pmatrix} \quad (38)$$

По (33), (34), (37) и (38) получаем

$$K = \begin{pmatrix} \delta_1 & \delta_2 \\ -\delta_1 & -2\delta_2 \end{pmatrix} \quad (39)$$

где δ_1, δ_2 — произвольные постоянные.

По (39) выражение (31)

$$x = C_1 \cdot \begin{pmatrix} K_{11} \\ K_{21} \end{pmatrix} e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot \begin{pmatrix} K_{12} \\ K_{22} \end{pmatrix} e^{\lambda_2 t}$$

приводится к виду

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = C_1 \cdot \begin{pmatrix} \delta_1 \\ -\delta_1 \end{pmatrix} e^{\lambda_1 t} + C_2 \cdot \begin{pmatrix} \delta_2 \\ -2\delta_2 \end{pmatrix} e^{\lambda_2 t}$$

или по (33) получим

$$x_1 = C_1 \delta_1 e^{-t} + C_2 \delta_2 e^{-2t}$$

$$x_2 = C_1 \delta_1 e^{-t} - 2C_2 \delta_2 e^{-2t}$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Абгарян К. А. Матричные и асимптотические методы в теории линейных систем. М.: Наука, 1973. 432с.
2. Гантмахер Ф. П. Теория матриц. М.: Наука, 1967. 576с.
3. Зубов В. И. Лекции по теории управления. М.: Наука, 1967. 596с.
4. Чернятин В. А. О построении устойчивых линейных систем регулирования // Изв. АН СССР, Автоматика и телемеханика, 1967. № 1. С. 5-12.
5. Пономарев В. М. Теория управления движением космических аппаратов. М.: Наука, 1965. 465с.

Государственный Инженерный
Университет Армении

Поступила в редакцию
23.01.2001