

УДК 539.3

ОЦЕНКА УСТАЛОСТНОЙ ДОЛГОВЕЧНОСТИ ВАЛО-ШПОНОЧНЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Գասպարյան Ս.Ա., Շեկյան Լ.Ա.

Ս.Հ. Գասպարյան, Լ.Ա. Շեկյան

Երիրավոր միացություններ լիսեռների հոգնածային երկարակեցություն գնահատումը

Մտադրվում է երիրավոր միացություններ լիսեռների լարումների կուտակման գոտում դրանց բաշխման նկարագրման վերլուծական մեթոդ լարումների հարաբերական գրադիենտը որոշելու համար: Բերվում է հոգնածային բաշխման նմանության վիճակագրական տեսության կիրառման նոր մոտեցում՝ մտադրվում հարակցային վիճակագրական նմանակի հաշվառմամբ, զործող մեքենաների հոգնածային երկարակեցությունը գնահատելու համար:

S.H. Gasparyan, L.A. Shekyan

Evaluation of keyed joint shafts' fatigue life

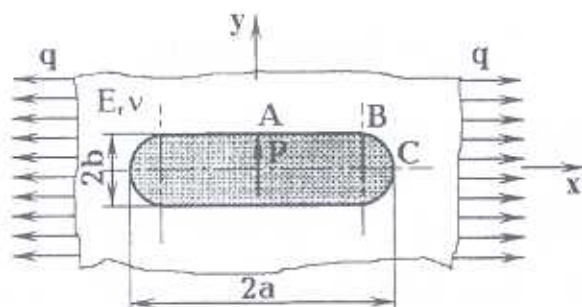
Предложен аналитический метод описания распределения напряжений в зоне их концентрации вало-шпоночных соединений для оценки относительного градиента напряжений. Приведен новый подход приложения теории статистического подобия усталостного разрушения с учетом предложенной композиционной статистической модели для оценки усталостной долговечности натуральных деталей машин.

Применение возможностей вероятностных методов оценки надежности и долговечности машин и их деталей осуществлялись в ряде работ [1, 2 и др.] на основе концепции "наиболее слабого звена", среди которых привлекает внимание статистическая теория подобия усталостного разрушения [3], послужившая основой создания системы справочной информации определения расчетных характеристик сопротивления усталости деталей машин. Статистическая теория подобия, построенная на постулате вероятности появления усталостной трещины в зоне концентрации, характеризует влияние конструктивных параметров образцов и натуральных деталей различных размеров и очертаний, единым критерием. Для оценки усталостной прочности шпоночных соединений методом статистической теории подобия необходимо располагать значением критерия подобия – следовательно, соответствующим распределением напряжений в зоне концентрации напряжений. С этой целью представляется необходимым проведение теоретического исследования напряженного состояния шпоночной канавки для уточнения распределения напряжений вдоль периметра концентратора с учетом влияния соотношения вращающего и изгибающего моментов и изменения длины канавки для установления ее оптимального значения. Помимо этого, построение критерия подобия для предсказания усталостной прочности натуральных валов шпоночных соединений возможно реализовать с учетом влияния вышеупомянутых параметров.

Рассматривается шпоночная канавка с концевым участком полукругового очертания, как часто применяемая из-за фиксированного положе-

ния шпонки в продольном направлении. Концентрацию напряжений такой канавки можно представить как совместное действие двух концентраторов напряжений — полукруга и галтели (на дне канавки). Ввиду того, что при проектировании валов разных диаметров используется определенное стандартное соотношение радиуса скругления галтели к диаметру вала, можно предположить, что влияние этого фактора не отразится на общем характере распределения напряжений соединения. Помимо этого, проблема концентрации напряжений галтелей в разной постановке вопроса решена теоретически и экспериментально, и общее взаимовлияние совместного действия двух концентраторов напряжений возможно определить путем соответствующего суммирования имеющегося и полученного решений.

Изложенное выше позволяет моделировать шпоночное соединение в виде упругой пластины, ослабленной эллиптическим отверстием и подвергнутой равномерному растяжению интенсивностью q вдоль большой оси эллипса — имитирующему действие изгибающего момента, и одностороннему давлению на боковую поверхность отверстия силой P посредством вставленной в отверстие жесткой шпонки, передающей нагрузку — вращающий момент в поперечном направлении (фиг. 1).



Фиг. 1. Схема нагружения шпоночного соединения

Решение данной плоской задачи теории упругости, построенное методом комплексных потенциалов [4,5], представлено следующими выражениями напряжений:

$$\sigma_x = 2 \operatorname{Re} \phi - \operatorname{Re} F, \quad \sigma_y = 2 \operatorname{Re} \phi - \operatorname{Re} F, \quad \tau_{xy} = \operatorname{Im} F \quad (1)$$

$$\sigma_z = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + \dots + 6 \cdot (\tau_{xy}^2 + \dots)} \quad (2)$$

где $x + iy = R(\xi + m/\xi)$

$$\phi(\xi) = \frac{\phi'}{\omega'} = -\frac{Pi}{\pi(\chi+1)} \cdot \frac{\xi}{\xi^2 - m} + \frac{q}{4\chi} \cdot \frac{\chi\xi^2 - m + 2}{\xi^2 - m} \quad (3)$$

$$F = \frac{\xi \left(\xi^4 + m\xi^2 \right)}{\xi^2 (\xi^2 - m)} \phi_1 + \frac{\psi_1 \xi^2}{R(\xi^2 - m)} \quad (4)$$

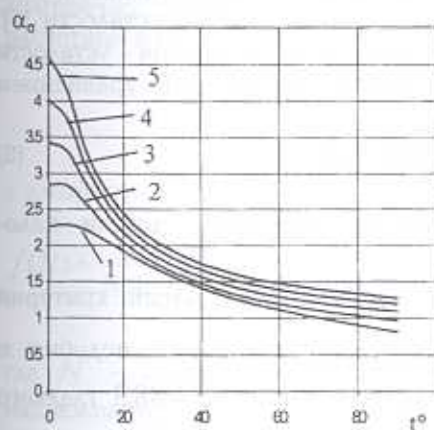
$$\phi_1 = \phi'_1(\xi) = \frac{Pi}{\pi(\chi+1)R} \frac{\xi^2 + m}{\xi^2 - m} + \frac{q}{2\chi} \frac{(m - \chi m - 2)\xi}{\xi^2 - m} \quad (5)$$

$$\psi_1 = -\frac{\chi P i}{\pi(\chi+1)} \cdot \frac{1}{\xi} - \frac{2 P i}{\pi(\chi+1)} \cdot \frac{(1+m^2)\xi}{(\xi^2-m)^2} - \frac{q \cdot R}{4} \left[2 + \frac{\chi}{\xi^2} - \frac{(1+m^2) \cdot (\xi^2+m)}{(\xi^2-m)^2} \cdot \xi \right] - \frac{q R (m-2)}{4 \chi} \cdot \frac{m \xi^4 + (m^2+3) \cdot \xi^2 - m}{(\xi^2-m)^2 \cdot \xi^2} \quad (6)$$

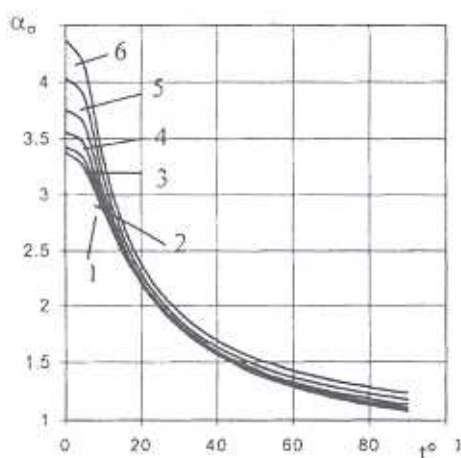
$$m = \frac{a-b}{a+b}, \quad R = \frac{a+b}{2}, \quad \chi = 3-4\nu \quad (7)$$

a, b — длины большой и малой полуосей эллипса, ν — коэффициент Пуассона.

Получены численные значения приведенных зависимостей коэффициентов концентрации напряжений α_0 на наиболее нагруженной части отверстия — квадранта конечного участка BC на стороне приложения P , $x = (a-b) + b \cos t$, $y = b \sin t$ ($0 \leq t \leq 90^\circ$) и примыкающего прямолинейного участка AB , $y = b$, ($0 \leq x \leq (a-b)$) при $\nu = 0.3$ и варьировании относительных значений $P/qR = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ и $a/b = 1, 2, 3, 4, 5$ для оценки влияния этих параметров на характер распределения напряжений. На фиг. 2 приведены семейства кривых α_0 при варьировании этих параметров (номера кривых соответствуют данной последовательности приведенных параметров). Характер распределения кривых (фиг. 2а) вдоль рассматриваемого периметра идентичен. Влияние отношения a/b (снизу вверх) значительно только в области высоких значений концентрации напряжений.



а)



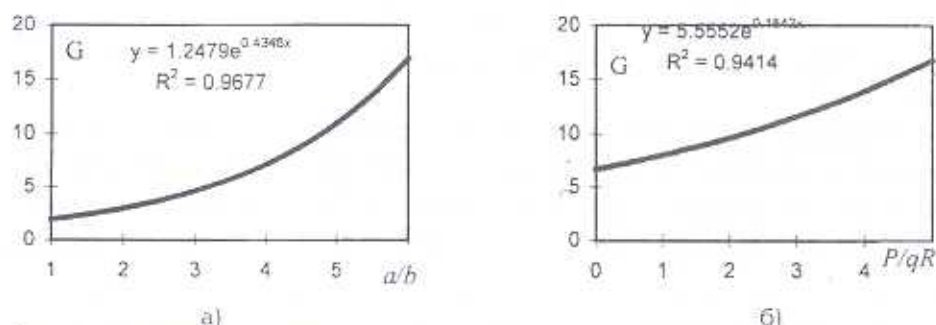
б)

Фиг. 2. Семейства кривых распределения коэффициентов концентрации напряжений при изменении: а) a/b , б) P/qR

Таким же образом на фиг. 2б сгруппированы кривые распределения при варьировании значения поперечной силы P . Изменение величины P/qR не отражается на характере распределения напряжений и несущественно влияет на его величину во всем интервале концентрации напряжений — полукругового и прямолинейного участков. Изменение

P/qR влияет только в области высоких значений концентраций.

Численные значения критерия подобия с учетом влияния этих параметров рассчитаны на основе $G = \frac{d\sigma_{\Sigma}}{dx} \Big|_{\substack{x=a-b \\ y=b}}$, $\bar{G} = \frac{G}{\sigma_{\max}}$, где G – градиент напряжений.



Фиг. 3 Зависимость градиента напряжений от изменения значений параметров: а) a/b ; б) P/qR

На фиг. 3 представлены кривые влияния параметров a/b и P/qR на величину градиента напряжений, аппроксимированные указанными на графиках уравнениями.

Таким образом, на основе вышеизложенного возможно расчетное определение эффективных коэффициентов концентрации напряжений натуральных деталей типа шпоночного соединения методом статистической теории подобия, установленным стандартом сопротивления усталости [6]. Средние значения и коэффициенты вариации пределов усталости натуральных вало-шпоночных соединений можно определить уравнением подобия, представленным в форме

$$\lg(\xi - 1) = -v_{\sigma} \lg \Theta + u_p S \quad (8)$$

где $\xi = \frac{\sigma_{-1d} \alpha_n}{0.5 \bar{\sigma}_{-1}}$, σ_{-1d} – предел усталости натуральной детали – вало-шпоночного соединения, $\Theta = (L/\bar{G}) / (L/\bar{G}_0)$ – относительный критерий подобия усталостного разрушения; мм², $\bar{G}, \bar{\sigma}_{-1}$ – критерий подобия и медианное значение предела выносливости $L/\bar{G}_0 = \bar{n} d_0^2 / 2 = 88,3$ гладкого лабораторного образца ($d_0 = 7,5$ мм), соответственно, $L = \pi d / 2$ – периметр рабочего сечения на месте концентрации напряжений (концевой участок шпоночной канавки), $v_{\sigma} = 0.2 - 0.0001 \sigma_B$ – коэффициент чувствительности металла к концентрации напряжений и масштабному фактору, u_p – квантиль нормального распределения, соответствующий вероятности распределения, $P, \%$, $S = \frac{0.62}{(1/v_{\sigma}) + 0.36}$ – среднее квадратическое отклонение случайной величины.

Для определения параметров кривой усталости при расчете на ограниченную выносливость, при отсутствии данных принимают в среднем $N_G = 2 \cdot 10^6$ и $m = c/K$, где $c = 5 + \sigma_B / 80$ (σ_B в МПа), $K = \frac{\bar{\sigma}_{-1}}{\sigma_{-1d}}$, с учетом того, что величина m с ростом коэффициента снижения предела выносливости K уменьшается.

Результаты усталостных испытаний выражаются числами циклов при заданном уровне напряжений, являющимися случайной величиной. На практике часто требуется определение долговечности или оценка надежности деталей машин при заданной нагрузке. Статистическая теория подобия усталостного разрушения, построенная на постулате вероятности появления усталостной трещины при условии непревышения первого главного напряжения в зоне концентрации заданного максимального значения напряжений, т.е. в качестве случайной величины принята квазистатическая прочность, выраженная в напряжениях. Применение теории подобия ограничено рассмотрением длительного предела выносливости на базе числа циклов, соответствующего точке перелома кривой усталости. Числа циклов N и пределы выносливости, как сопряженные совокупности множеств случайных величин, описываемые определенной функциональной зависимостью (кривой Велера), эквивалентны — характеризуются одной вероятностью.

Поэтому, выбрав в качестве функции преобразования вероятностей закон распределения случайной величины — числа циклов, полученный композицией функций распределения усталостной долговечности — логнормального и Вейбулла-Гнеденко, отражающих правдоподобные физико-статистические модели разрушения, предлагается оценить долговечность натурной детали при заданных вероятности и уровне расчетной нагрузки законом распределения вида

$$P(N) = 1 - \exp \left\{ -n \left[\left(\frac{\ln N - \ln N_0}{\ln N_u - \ln N_0} \right)^{\beta} - 1 \right] \right\} \quad (9)$$

с плотностью

$$f(N) = \frac{n\beta}{N(\ln N_u - \ln N_0)} \left(\frac{\ln N - \ln N_0}{\ln N_u - \ln N_0} \right)^{\beta-1} \cdot \exp \left\{ -n \left[\left(\frac{\ln N - \ln N_0}{\ln N_u - \ln N_0} \right)^{\beta} - 1 \right] \right\} \quad (10)$$

где N — общее число циклов до разрушения при заданном уровне напряжений, N_0 , N_u — минимальное и характеристическое числа циклов — параметры позиции функции распределения наименьших значений, оцениваемые соответствующими зависимостями или использованием логарифмической экстремальной вероятностной бумаги [7]. Предварительные расчеты по опробации теории при сравнении с результатами ранее проведенных экспериментов [8] обнадеживают ее применение.

Таким образом, определение вероятностных значений долговечности натуральных валов реализуется с использованием полученного критерия подобия для шпоночных соединений и закона распределения экстремальных значений чисел циклов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В.В. Статистические методы в строительной механике. М.: Госстройиздат, 1965. 279 с.
2. Вейбулл В. Усталостные испытания и анализ результатов. М.: Машиностроение, 1964. 275 с.
3. Когаев В.П. Расчеты на прочность при напряжениях, переменных во времени. М.: Машиностроение, 1977. 232 с.
4. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. М.: Наука, 1966. 707 с.
5. Мхитарян С.М., Шемян Л.А. О вдавлении вязкоупругого тела в тонкую полосу, лежащую на деформируемом основании. // Изв. АН АрмССР. Механика. 1980. Т.33. №5. С. 3-16.
6. ГОСТ 25. 504-82, Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости. / Госкомитет СССР по стандартам. М.: Изд-во стандартов. 1962. 81 с.
7. Gumbel E.G. Statistics of extremes, Columbia University Press, New York, 1962. 450 p.
8. Гаспарян С.А., Стакян М.Г. О выносливости стали при совместном циклическом изгибе и статическом кручении. // Изв. АН Арм. ССР. Сер. техн. н. 1969, Т. XXII. №5. С. 24-29.

Государственный инженерный
университет Армении

Поступила в редакцию
9.07.2002

