

УДК 533.9

ДИФРАКЦИЯ МАГНИТОГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ УДАРНОЙ ВОЛНЫ ОКОЛО ТУПОГО КЛИНА ПРИ НАЧАЛЬНОМ МАГНИТНОМ ПОЛЕ, ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОМ ПЛОСКОСТИ ОСНОВНОГО ДВИЖЕНИЯ

Азатян Л.Д.

Լ.Գ.Ազատյան

Գաղափարագրիմանկական հարվածային ալիքի դիֆրակցիան բոլոր սեպի շրջակայքում, շարժման կարողությամբ ուղղահայաց սկզբնական մագնիսական դաշտի առկայության դեպքում

Ընկալանքում դիտարկվում է բոլոր սեպից անդրադարձած հարվածային ալիքի ետևում էլեկտրադրոլի հերոլի շարժման պարամետրերի որոշման խնդիրը: Խնդիրը լուծվում է ֆրեդրիխսի անհատման եղանակով: Կատարված են բվային հաշվարկներ, որոնք բնորոշում են աղբյուրական դաշտի ազդեցությունը էլեկտրահաղորդիչ հերոլի վրճակի վրա:

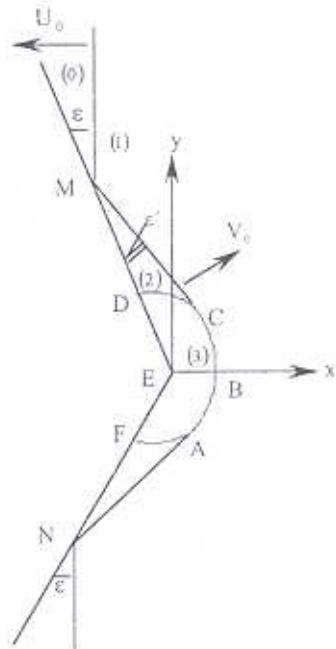
L.D. Azatian

The diffraction of magnetogasdynamic shock wave near the blunt wedge for initial magnetic field perpendicular to plane of main motion

В работе рассматривается задача определения параметров течения электропроводящей жидкости вблизи ударной волны при ее отражении от тупого клина. Задача решается методом разложения переменных. Проведены численные расчеты, определяющие влияние магнитного поля на состояние электропроводящей жидкости.

Рассматривается задача об отражении сильной магнитогазодинамической ударной волны, распространяющейся в идеальном проводящем газе, от тупого клина при начальном магнитном поле \vec{B} , параллельном линии пересечения граней клина, выбираемой в качестве оси Oz . Начало координат помещаем в вершине угла, ось Ox направим по оси клина вправо, а ось Oy - вертикально вверх. Направление движения ударной волны совпадает с отрицательным направлением оси Ox . Падающая ударная волна предположена быстрой, так как при $B_n = 0$ (n - нормаль к падающей волне) медленная ударная волна отсутствует, что следует из уравнения Фредрихса [1]. Задача плоская, поэтому альфвеновская волна также отсутствует.

Пусть фронт плоской ударной волны движется со скоростью U_0 и в момент $t = 0$ сталкивается с углом, стороны которого



Փյգ. 1

образуют тупой угол $(\pi - 2\varepsilon)$. Для некоторого значения $t \neq 0$ картина движения показана на фиг. 1.

Определим течение за падающей ударной волной. Параметры потока за падающим скачком постоянны и определяются из условий динамической совместности [2]

$$\rho_1 = -\frac{\rho_0 U_0}{(q_1 - U_0)}, \quad B_1 = -\frac{B_0 U_0}{(q_1 - U_0)}, \quad P_1 = P_0 + \rho_0 q_1 U_0 + \frac{B_0^2 q_1 (q_1 - 2U_0)}{8\pi (q_1 - U_0)^2} \quad (1.1)$$

Здесь скорость q_1 частиц плазмы за падающим скачком определяется из уравнения

$$q_1^2 + \frac{2\gamma P_0 + \gamma a_0^2 \rho_0 - (\gamma + 3)\rho_0 U_0^2}{(\gamma + 1)\rho_0 U_0} q_1 - \frac{2(\gamma P_0 + a_0^2 \rho_0 - \rho_0 U_0^2)}{(\gamma + 1)\rho_0} = 0 \quad (1.2)$$

$$a_0^2 = \frac{B_0^2}{4\pi \rho_0}$$

Обозначения параметров общепринятые, индекс параметров соответствует индексу зоны.

Определим течение за отраженным скачком. Параметры потока в зоне (2) определяются из соотношений для косоугольного скачка уплотнения [2] и с точностью до малых первого порядка относительно ε равны

$$\rho_2 = \frac{(q_1 + V_0)}{V_0} \rho_1, \quad P_2 = P_1 + \rho_1 q_1 (q_1 + V_0) - \frac{B_1^2 q_1 (q_1 + 2V_0)}{8\pi V_0^2}$$

$$B_2 = \frac{(q_1 + V_0)}{V_0} B_1, \quad q_2 \approx q_{2z} = q_1 (\varepsilon + \varepsilon') \quad (1.3)$$

Здесь V_0 — скорость отраженного скачка, определяемая из уравнения

$$V_0^3 - \frac{(\gamma - 3)q_1}{2} V_0^2 - \left[\frac{(\gamma - 1)}{2} q_1^2 + \frac{\gamma P_1}{\rho_1} + a_1^2 \right] V_0 - \frac{(2 - \gamma)a_1^2}{2} q_1 = 0 \quad (1.4)$$

где $a_1^2 = \frac{B_1^2}{4\pi \rho_1}$, ε' — угол отражения ударной волны от клина, который

определяется из условия неотрывности в точке M падающей и отраженной ударных волн $\varepsilon' = \frac{\varepsilon V_0}{U_0}$.

Используя условия динамической совместности для падающей и отраженной ударных волн, можно показать, что векторы магнитного поля \vec{B}_1 и \vec{B}_2 параллельны оси Oz . Так как \vec{B}_2 параллелен оси Oz , то его проекция на нормаль к стенке равна нулю, то есть силовые линии магнитного поля в области постоянного течения за отраженным скачком не проникают в клин.

Областью неравномерного течения в этой задаче является область ABCDEF (фиг. 1), заключенная между стенкой DEF, скачком ABC и дугами DC и FA, представляющими фронт быстрой магнитозвуковой волны, порожденной вершиной угла. DC и FA являются дугами окружности $x^2 + y^2 = c_f^2 t^2$, где c_f — скорость распространения быстрой

магнитозвуковой волны, определяемая формулой

$$c_f = \sqrt{c_2^2 + a^2}, \quad a^2 = \frac{B_2^2}{4\pi\rho_2}$$

Участок границы ABC представляет собой криволинейную часть отраженной ударной волны, которая является результатом дифракции от вершины клина. Задача состоит в определении параметров течения в зоне (1). Ввиду малости параметра ε величины

$$P = P_3 - P_2, \quad \rho = \rho_3 - \rho_2, \quad \vec{q} = \vec{q}_3(u, v), \quad \vec{b} = \vec{B}_3 - \vec{B}_2$$

будут порядка ε , и для нахождения этих малых величин может быть применена теория возмущений.

В области возмущенного течения ABCDEF уравнения магнитной гидродинамики [2] после их линеаризации по ε имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_z}{\partial t} &= -B_2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \\ \frac{\partial u}{\partial t} &= \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{B_2}{4\pi\rho_2} \frac{\partial b_z}{\partial x} \\ \frac{\partial w}{\partial t} &= \frac{1}{\rho_2} \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{B_2}{4\pi\rho_2} \frac{\partial b_z}{\partial y} \\ \frac{\partial P}{\partial t} + c_f^2 \rho_2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

Так как отсутствует характерный размер длины, то задачу можно считать автомодельной. Вводя конические координаты $\xi = \frac{x}{c_f t}$, $\eta = \frac{y}{c_f t}$,

вариацию давления $P^* = \frac{P_3 - P_2}{c_f \rho_2}$ и вариацию магнитного поля

$\vec{b}_z = \vec{b} / \rho_2^{1/2}$, имеющие размерность скорости, мы можем уравнения (1.5) записать в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial b_z}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial b_{0z}}{\partial \eta} &= \frac{B_2}{c_f \rho_2^{1/2}} \left(\frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial w}{\partial \eta} \right), \quad \xi \frac{\partial u}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial u}{\partial \eta} = \frac{\partial P^*}{\partial \xi} + \frac{a}{c_f} \frac{\partial b_{0z}}{\partial \xi} \\ \xi \frac{\partial w}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial w}{\partial \eta} &= \frac{\partial P^*}{\partial \eta} + \frac{a}{c_f} \frac{\partial b_{0z}}{\partial \eta}, \quad \xi \frac{\partial P^*}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial P^*}{\partial \eta} = \frac{\partial u}{\partial \xi} + \frac{\partial w}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (1.6)$$

Из (1.5) следует, что возмущения магнитного поля в направлении осей Ox и Oy отсутствуют, то есть вектор возмущенного магнитного поля \vec{b} параллелен оси Oz , следовательно проекция полного магнитного поля $\vec{B}_3 = \vec{B}_2 + \vec{b}$ на нормаль к клину будет равняться нулю, и задачу об определении давления P_3 в области неравномерного течения можно решать независимо от поля внутри клина.

На плоскости (ξ, η) область неравномерного течения заключена между дугами DC и FA единичной окружности и прямолинейными

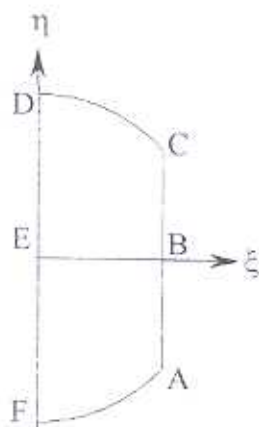
отрезками DEF и ABC, которыми заменяются стенка и искривленная часть ударной волны (фиг.2). При этом, значение ξ на ABC равно

$$\xi = \frac{V_0}{c_f} = k_0 \quad (1.7)$$

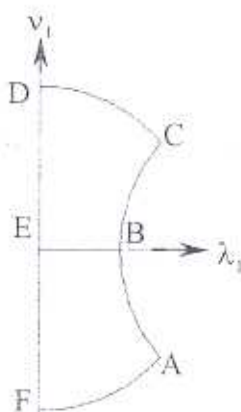
а значение ξ на стенке равно нулю.

Система (1.6) может быть сведена к одному уравнению для возмущенного давления

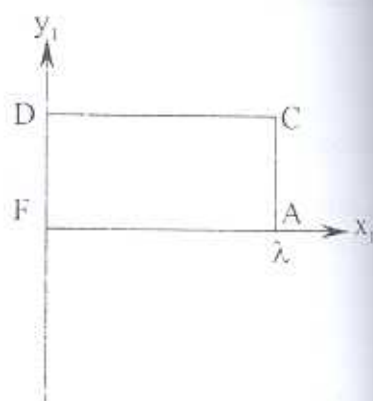
$$(1-\xi^2) \frac{\partial^2 P^*}{\partial \xi^2} - 2\xi\eta \frac{\partial^2 P^*}{\partial \xi \partial \eta} + (1-\eta^2) \frac{\partial^2 P^*}{\partial \eta^2} - 2 \left(\xi \frac{\partial P^*}{\partial \xi} + \eta \frac{\partial P^*}{\partial \eta} \right) = 0 \quad (1.8)$$



Фиг.2



Фиг.3



Фиг.4

Определим граничные условия для P^* . На дугах DC и FA $P^* = 0$. Для того, чтобы получить условие для P^* на стенке, используем систему уравнений (1.5). Из первого и четвертого уравнений (1.5) имеем

$$\frac{\partial b_z}{\partial t} = \frac{B_2}{\rho_2 c_f^2} \frac{\partial P}{\partial t} \quad (1.9)$$

Дифференцируя (1.9) по x , а второе уравнение (1.5) по t , исключая

$\frac{\partial^2 b_z}{\partial t \partial x}$, получим

$$\frac{4\pi\rho_2^2 c_f^2}{4\pi\rho_2 c_f^2 + B_2^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = - \frac{\partial^2 P}{\partial x \partial t} \quad (1.10)$$

Так как в порядке ϵ на стенке $u = 0$, $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$, то, как следует из

(1.10), на стенке можно полагать $\frac{\partial P}{\partial x} = \frac{\partial P}{\partial \xi} = 0$.

Если считать, что невозмущенная часть отраженной ударной волны соответствует прямой $\xi = k_0$, то возмущенную ее часть можно задать уравнением $\xi = k_0 + f(\eta)$.

Для получения граничного условия для P^* на $\xi = k_0$, записываются

условия динамической совместности для искривленной ударной волны ABC, линеаризация которых относительно постоянного потока за отраженным плоским скачком дает систему уравнений, решение которой имеет вид

$$u = AP^*, \quad \eta \frac{\partial w}{\partial \eta} = E \frac{\partial P^*}{\partial \eta}, \quad b_{0z} = CP^* \quad \text{на } \xi = k_0, \quad (1.11)$$

где

$$\begin{aligned} A &= [4\pi(\gamma-1)q_1\rho_2^2V_0 - (\rho_2 - \rho_1)(4\pi\gamma\rho_2V_0^2 + 4\pi\gamma P_2 + B_2^2)]c_f Q \\ E &= -\rho_2q_1(B_2^2 + 4\pi\gamma P_2 - 4\pi\rho_2V_0^2)Q \\ C &= 4\pi\rho_2^2c_f B_2 [q_1\rho_2(\gamma-1) - (\gamma+1)(\rho_2 - \rho_1)V_0]Q \end{aligned} \quad (1.12)$$

где

$$Q = \frac{1}{(\gamma-1)(4\pi\rho_2V_0^2 - B_2^2)\rho_2q_1 - V_0(\rho_2 - \rho_1)[4\pi(\gamma-1)\rho_2V_0^2 + 8\pi\gamma P_2 - (\gamma-1)B_2^2]}$$

Для $\gamma = 7/5$ и $\bar{B} = 0$ значения A и E даны в [3]. Исключая из уравнений (1.11) u , w , b_{0z} при помощи уравнений (1.6), получим условие на скачке ABC для P^*

$$\frac{\partial P^* / \partial \xi}{\partial P^* / \partial \eta} = \frac{M_1\eta - Ek_0\eta^{-1}}{M_3} \quad (1.13)$$

где $M_1 = A + k_0 + \frac{B_2C}{4\pi\rho_2^{1/2}c_fk_0} - \frac{B_2^2}{4\pi\rho_2c_f^2k_0}$, $M_3 = 1 - k_0^2 + \frac{B_2^2}{4\pi\rho_2c_f^2}$

Наряду с условием (1.13) берется интегральное условие

$$\int_0^{\sqrt{1-k_0^2}} \frac{\partial w}{\partial \eta} d\eta = \int_0^{\sqrt{1-k_0^2}} \frac{E}{\eta} \frac{\partial P^*}{\partial \eta} d\eta = \int_0^{\sqrt{1-k_0^2}} \frac{E}{\eta} dP^* = q_2 \quad (1.14)$$

Лайтхилл [3] предложил следующий способ решения этой задачи. Преобразование Чаплыгина-Буземана [4]

$$\xi = \frac{2\rho}{1+\rho^2} \cos \theta, \quad \eta = \frac{2\rho}{1+\rho^2} \sin \theta, \quad r = \frac{2\rho}{1+\rho^2} = \sqrt{\xi^2 + \eta^2}, \quad \frac{\eta}{\xi} = \operatorname{tg} \theta \quad (1.15)$$

переводит уравнение (1.8) в уравнение Лапласа. В плоскости (ρ, θ) дуги DC и FA переходят в дуги окружности $\rho = 1$, отрезок ABC преобразуется в дугу окружности (фиг.3)

$$2\rho \cos \theta = k_0(1 + \rho^2)$$

При преобразовании (1.15) граничное условие (1.13) преобразуется в условие

$$\frac{\partial P^* / \partial n}{\partial P^* / \partial s} = \frac{(M_1k_0^{1/2} - M_3k_0)k_0 \operatorname{tg} \theta - Ek_0^{1/2} \operatorname{ctg} \theta}{M_3(1 - k_0^2 \sec^2 \theta)^{1/2}} \quad (1.16)$$

На дугах DC и FA $\frac{\partial P^*}{\partial s} = 0$, а на стенке DEF $\frac{\partial P^*}{\partial n} = 0$, что завершает формулировку задачи в плоскости Буземана.

Далее применяется дополнительное конформное отображение

$$z_1 = \ln \left(\frac{1+z}{1-z} \right) + \frac{1}{2} \pi i, \text{ где } z = \lambda_1 + i\nu_1 = \rho e^{i\theta}, \quad z_1 = x_1 + iy_1 \quad (1.17)$$

Функция (1.17) переводит область дифракции ABCDEF в прямоугольник (фиг.4)

$$0 < x_1 < \lambda, \quad 0 < y_1 < \pi, \quad (1.18)$$

где $\lambda = \frac{1}{2} \ln \frac{1+k_0}{1-k_0}$

Условие (1.16) в плоскости (x_1, y_1) имеет вид

$$-\frac{\partial P^*}{\partial x_1} \sin y_1 \cos y_1 = \frac{\partial P^*}{\partial y_1} \left[\left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \cos^2 y_1 - \frac{E k_0}{M_3} \right] \quad (1.19)$$

а на DC, FA и DEF имеем

$$\frac{\partial P^*}{\partial x_1} = 0 \quad (1.20)$$

Далее Лайтхилл образует функцию $\omega(z_1) = \partial P^* / \partial x_1 - i \partial P^* / \partial y_1$ и находит ее подбором [3].

§2. Решение граничной задачи методом разделения переменных

Полагая $P^* = X(x_1)Y(y_1)$ и подставляя в уравнение Лапласа $\Delta P^* = 0$ получим

$$X''Y + Y''X = 0$$

$$X = C_1 e^{\lambda x_1} + C_2 e^{-\lambda x_1}, \quad Y = C_3 \sin \lambda y_1 + C_4 \cos \lambda y_1$$

Удовлетворяя условиям (1.20), получим

$$P^* = \sum_{k=1}^{\infty} C_k \operatorname{ch} k x_1 \sin k y_1 \quad (2.1)$$

Условие (1.19), с учетом (2.1), можно записать в виде

$$\sum_{k=1}^{\infty} k C_k \left\{ \operatorname{sh} k \lambda \sin k y_1 \sin 2 y_1 + \operatorname{ch} k \lambda \cos k y_1 \left[\left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \cos^2 y_1 - \frac{2 E k_0}{M_3} \right] \right\} = 0 \quad (2.2)$$

Умножая (2.2) на $\cos l y_1$ ($l = 0, 1, 2, \dots$) и интегрируя от $-\pi$ до π , получим следующую систему уравнений для определения C_k

$$l = 0 \quad C_2 = 0$$

$$\begin{aligned}
l=1 \quad & C_1 \left\{ \operatorname{sh} \lambda + \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \operatorname{ch} \lambda + \frac{\pi}{2} \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 - \frac{2Ek_0}{k_0'^2} \right) \operatorname{ch} \lambda \right\} + \\
& + 3C_3 \left\{ \operatorname{sh} 3\lambda + \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \operatorname{ch} 3\lambda \right\} = 0 \\
l=2 \quad & 2C_2 \left\{ 2\operatorname{ch} 2\lambda \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 - \frac{2Ek_0}{k_0'^2} \right) \right\} + \\
& + 4C_4 \left\{ \operatorname{sh} 4\lambda + \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \operatorname{ch} 4\lambda \right\} = 0
\end{aligned} \tag{2.3}$$

 $l = n$

$$\begin{aligned}
& (n-2)C_{n-1} \left\{ -\operatorname{sh}(n-2)\lambda + \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \operatorname{ch}(n-2)\lambda \right\} + \\
& + nC_n \left\{ 2\operatorname{ch} n\lambda \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 - \frac{2Ek_0}{M_3} \right) \right\} + \\
& + (n+2)C_{n+2} \left\{ \operatorname{sh}(n+2)\lambda + \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \operatorname{ch}(n+2)\lambda \right\} = 0
\end{aligned}$$

Из формулы (2.3) следует, что коэффициенты C_k при четном k равны нулю, а при нечетном k будут определяться из

$$\begin{aligned}
C_{n+2} = & \frac{-2nC_n \operatorname{ch} n\lambda \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 - \frac{2Ek_0}{M_3} \right)}{(n+2) \left\{ \operatorname{sh}(n+2)\lambda + \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \operatorname{ch}(n+2)\lambda \right\}} \\
& \frac{(n-2)C_{n-1} \left\{ -\operatorname{sh}(n-2)\lambda + \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \operatorname{ch}(n-2)\lambda \right\}}{(n+2) \left\{ \operatorname{sh}(n+2)\lambda + \left(\frac{M_1 k_0'^2}{M_3} - k_0 \right) \operatorname{ch}(n+2)\lambda \right\}}
\end{aligned} \tag{2.4}$$

Из (2.4) следует, что все коэффициенты C_k определяются через C_1 . Для нахождения C_1 используется условие (1.14)

§3. Определение параметров течения в области дифракции

Запишем выражение для возмущенного давления (2.1) в переменных ξ, η .

Из формулы (1.15) и (1.17) имеем

$$x_1 = \frac{1}{2} \ln \frac{1+\xi}{1-\xi}, \quad y_1 = \operatorname{arctg} \frac{\eta}{\sqrt{1-\xi^2-\eta^2}} + \frac{\pi}{2} \quad (3.1)$$

С использованием (3.1) выражение (2.1) запишется в виде

$$P^* = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} C_{2n+1} \left[\left(\frac{1+\xi}{1-\xi} \right)^{\frac{2n+1}{2}} + \left(\frac{1-\xi}{1+\xi} \right)^{\frac{2n+1}{2}} \right] \times \\ \times \sin \left[(2n+1) \frac{\pi}{2} + (2n+1) \operatorname{arctg} \frac{\eta}{\sqrt{1-\xi^2-\eta^2}} \right] \quad (3.2)$$

Остальные параметры в области дифракции могут быть определены из уравнений (1.6).

Для определения компоненты T_{xx} Максвелловского тензора напряжений в плазме необходимо найти компоненту b_z индуцированного в плазме в направлении оси Oz магнитного поля $T_{xx} = -\frac{B_z}{4\pi} b_z$.

Из уравнения (1.9) $b_z = \frac{B_z}{\rho_2 c_f^2} P$, или, используя вариации давления

P^* и магнитного поля b_{0z} , получим

$$b_{0z} = \frac{B_z}{\rho_2^{1/2} c_f} P^* \quad (3.3)$$

Вводя $T_{xx}^* = \frac{T_{xx}}{\rho_2 c_f}$ и, используя (3.3), получим

$$T_{xx}^* = -\frac{B_z^2}{4\pi \rho_2 c_f^2} P^* = -\frac{a^2}{c_f^2} P^* \quad (3.4)$$

С использованием (3.2), окончательно получим

$$T_{xx}^* = -\frac{a^2}{c_f^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{2} C_{2n+1} \left[\left(\frac{1+\xi}{1-\xi} \right)^{\frac{2n+1}{2}} + \left(\frac{1-\xi}{1+\xi} \right)^{\frac{2n+1}{2}} \right] \times \\ \times \sin \left[(2n+1) \frac{\pi}{2} + (2n+1) \operatorname{arctg} \frac{\eta}{\sqrt{1-\xi^2-\eta^2}} \right] \quad (3.5)$$

Окончательно для нормальной составляющей поверхностной нагрузки будем иметь

$$Z = P_2 + \rho_2 c_f (P^* - T_{xx}^*) \quad (3.6)$$

Перейдем к определению коэффициента C_1 . Для этого найдем компоненту w скорости q_3 вдоль $\theta = \frac{\pi}{2}$ ($\xi = 0$). Используя (3.3), из третьего уравнения (1.6) найдем w на $\xi = 0$.

$$w = \left(1 + \frac{a^2}{c_f^2}\right) \int \frac{1}{\eta} \frac{\partial P^*}{\partial \eta} \partial \eta$$

$$w = \left(1 + \frac{a^2}{c_f^2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} (2n+1) C_{2n+1} \left[\arcsin \eta + \sum_{k=1}^n \frac{1}{k} \sin(2k \arcsin \eta) \right]$$

Величина w при $\xi = 0$, $\eta = 1$ равна значению q_2 . Следовательно,

$$C_1 \left(1 + \frac{a^2}{c_f^2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} (2n+1) C_{2n+1} \cdot \frac{\pi}{2} = q_2, \text{ где}$$

q_2 определяется по формуле (1.3), $\bar{C}_k = C_k / C_1$.

$$C_1 = \frac{2q_2}{\pi \left(1 + \frac{a^2}{c_f^2}\right) \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} (2n+1) \bar{C}_{2n+1}} \quad (3.7)$$

§4. Результаты численных расчетов

Для выяснения качественной картины рассматриваемого явления проведены численные расчеты для значений числа Маха $M = 1,5$; 3 и $\tilde{a} = 0$; 0,1; 0,3; 0,5, где $\tilde{a} = B_0^2 / 4\pi\rho_0 U_0^2$. Результаты расчетов приведены в таблице.

Таблица

| | $M = 1,5$ | | | | $M = 3$ | | | |
|------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|-----------------|-------------------|-------------------|-------------------|
| | $\tilde{a} = 0$ | $\tilde{a} = 0,1$ | $\tilde{a} = 0,3$ | $\tilde{a} = 0,5$ | $\tilde{a} = 0$ | $\tilde{a} = 0,1$ | $\tilde{a} = 0,3$ | $\tilde{a} = 0,5$ |
| $\tilde{P}(0)$ | 0,417 | 0,408 | 0,336 | 0,218 | 0,428 | 0,450 | 0,313 | 0,322 |
| $\tilde{P}(0,2)$ | 0,403 | 0,393 | 0,320 | 0,206 | 0,392 | 0,415 | 0,266 | 0,280 |
| $\tilde{P}(0,4)$ | 0,362 | 0,353 | 0,285 | 0,183 | 0,309 | 0,349 | 0,220 | 0,246 |
| $\tilde{P}(0,6)$ | 0,302 | 0,296 | 0,243 | 0,158 | 0,246 | 0,286 | 0,193 | 0,214 |
| $\tilde{P}(0,8)$ | 0,223 | 0,220 | 0,189 | 0,129 | 0,215 | 0,231 | 0,173 | 0,183 |
| $\tilde{P}(1)$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $P_3(0)$ | 1,606 | 1,520 | 1,053 | 0,622 | 3,763 | 3,084 | 1,206 | 0,400 |
| $P_3(0,2)$ | 1,611 | 1,524 | 1,056 | 0,624 | 3,791 | 3,110 | 1,230 | 0,406 |
| $P_3(0,4)$ | 1,621 | 1,535 | 1,064 | 0,628 | 3,856 | 3,159 | 1,253 | 0,420 |
| $P_3(0,6)$ | 1,638 | 1,551 | 1,074 | 0,632 | 3,907 | 3,206 | 1,267 | 0,430 |
| $P_3(0,8)$ | 1,660 | 1,571 | 1,086 | 0,637 | 3,931 | 3,247 | 1,278 | 0,440 |
| $P_3(1)$ | 1,722 | 1,631 | 1,129 | 0,658 | 4,101 | 3,420 | 1,367 | 0,499 |

Расчеты для распределения безразмерного давления $\tilde{P} = -(P^* - T_{xx}^*) / \varepsilon U_0$ на стенке показывают, что качественно сохраняется

картина, имеющая место в газовой динамике [3], и, кроме того, имеет место уменьшение давления \tilde{P} при увеличении параметра a . По формуле

$$P_3 = P_2 + \varepsilon \rho_2 c_f (P^* - T_{st}^*)$$

рассчитано также для $\varepsilon = 0,1$ распределение полного давления P_3 на стенке, причем с увеличением \tilde{a} давление P_3 уменьшается. Из таблицы также видно, что \tilde{P} и P_3 на стенке увеличиваются с ростом числа Маха при фиксированном значении параметра \tilde{a} . Эффект уменьшения давления P_3 на стенке по сравнению с его газодинамическим значением может быть использован для ослабления воздействия ударной волны на объекты, находящиеся в электропроводящей жидкости (например, в сильно ионизованной морской воде).

Автор выражает благодарность член-корр. НАН РА А.Г. Багдоеву за ценные советы, а также благодарит ассистента факультета Прикладной математики ЕрГУ С.А. Саакяна за численные расчеты.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баум Ф.А., Каплан С.А., Станюкович К.П. Введение в космическую газодинамику. М.: Физматгиз, 1968. 424с.
2. Калихман Л.Е. Элементы магнитной газодинамики. М.: Атомиздат, 1964. 423с.
3. Lighthill M.J. Proc. Roy. Soc. London, A200, 554-566, 1950. 584с.
4. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т.2. М.: Физматгиз. 1963. 621с.

Институт механики
НАН Армении

Поступила в редакцию
11.06.2002