ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 55, №2, 2002 Механика

УДК 62.50

СТОХАСТИЧЕСКАЯ ИГРОВАЯ ЗАДАЧА УПРАВЛЕНИЯ СХВАТОМ МАНИПУЛЯТОРА

Матевосян А.Г.

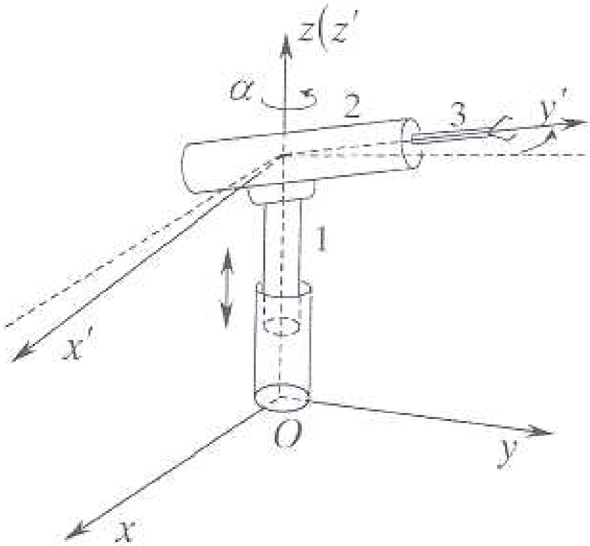
Ա.Գ. Մաթևոսյան
Մանիպուլյատորի բռնիչի շարժման ղեկավարման ստոխաստիկ խաղային խնդիր

Դիտարկված է երկօղակ մանիպուլյատորի ստոխաստիկ շարժման խաղային ղեկավարման խնդիր: Էքստրեմալ նշանառության եղանակով ուսումնասիրված է մանիպուլյատորի բռնիչի նպատակային բազմության հետ մոտեցման խնդիրը: Կառուցված է ստոխաստիկ հիպոթետիկ անհամապատասխանություն և օպտիմալ ստրատեգիաները:

A.G. Matevosyan
Stochastic game problem of control by a movement of the manipulator

Рассматривается игровая задача управления стохастическим движением двухзвенного манипулятора. Методом экстремального прицеливания исследована задача сближения схвата манипулятора с целевым множеством. Построено стохастическое гипотетическое рассогласование и оптимальные стратегии.

1. Расчетная модель схвата и уравнения движения. Рассматривается манипулятор типичной конструкции [1], кинематическая схема которого на фиг. 1. Уравнения движения манипулятора по степеням подвижности z и α при $g=0$ описывается следующими дифференциальными уравнениями [2]:



Фиг. 1

$$
\begin{aligned}
I_1\ddot{\alpha} &= Q_1 \\
I_2\ddot{z} &= Q_2
\end{aligned}
\tag{1.1}
$$

где I_1 – суммарный момент инерции вала (1), направляющей (2) и звена с грузом на схвате (3) относительно оси вращения OZ, $I_2 = m_1 + m_2 + m_3$; m_1 – суммарная масса вала и направляющей, m_2 – масса звена, а m_3 – масса груза на схвате, $Q_i\,(i=1,2)$ – обобщенные управляющие силы и моменты, которые действуют по степеням подвижности α и z, соответственно.

Обобщенные управляющие воздействия $Q_i(i=1,2)$ представим в виде суммы двух слагаемых

$$Q_i = k_i u_i' + n_i v_i' \quad (i=1,2) \tag{1.2}$$

Предполагается, что первые слагаемые являются движущими силами, а вторые удерживающими, обеспечивая тем самым плавное движение схвата. Они могут быть выработаны в системе управления манипулятором с обратной связью с помощью одной или нескольких приводных систем и в сочетании обеспечивают плавное (или мягкое) движение звеньев и схвата манипулятора. Здесь конфликт между движущими и удерживающими силами имеет виртуальный характер. Для определенности предполагаем, что движущие силы по каждой степени подвижности совершают положительную, а удерживающие отрицательную работу. $k_i, n_i(i=1,2)$ – передаточные числа управляющих приводов или коэффициенты усиления.

После перехода к безразмерным переменным

$$u_1' = \frac{u_1 T^2}{I_1};\ v_1' = \frac{v_1 T^2}{I_1};\ z' = \frac{z}{h};\ u_2' = \frac{u_2 T^2}{I_2 h};\ v_2' = \frac{v_2 T^2}{I_2 h} \tag{1.3}$$

уравнения (1.1) с последующим опусканием штрихов относительно переменных $x_i(i=1,2,3,4)$ $(x_1=\alpha,\ x_2=\dot{\alpha},\ x_3=z,\ x_4=\dot{z})$ принимают вид

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv \tag{1.4}$$

где

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ k_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ n_1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & n_2 \end{pmatrix}$$

$$u = (u_1, u_2)^{\mathrm{T}},\ v = (v_1, v_2)^{\mathrm{T}} \tag{1.5}$$

В обозначениях (1.3) T принято за единицу измерения характерного времени процесса движения манипулятора, h – максимальная высота схвата относительно плоскости XOY. Угол поворота α и линейное перемещение z имеют порядок единицы. Тогда для безразмерных переменных и параметров системы (1.4) выполняются следующие соотношения порядков: $x \sim 1,\ u \sim 1,\ v \sim 1$ [2,3,4].

2 Игровая задача управления. Рассмотрим задачу управления движением двухзвенного манипулятора, описываемого уравнениями (1.4). Предположим, что во время управления движением в системе управления или в передаточных системах манипулятора возникают случайные элементы. Движение такого манипулятора можно описать следующей системой стохастических дифференциальных уравнений [5]:

$$dx = Axdt + Bud\xi(t,\omega) + Cvd\xi(t,\omega) \tag{2.1}$$

где $\xi = \xi(t,\omega)$ – случайный процесс, удовлетворяющий условиям теоремы существования и единственности решения стохастического дифференциального уравнения [6].

Рассмотрим игровую задачу сближения с целевым множеством M в момент ϑ, где в качестве управления первого игрока выступают компоненты вектора $U=(u_1,u_2)$, а второго игрока – компоненты вектора $V=(v_1,v_2)$. Конфликт между игроками имеет виртуальный характер.

Задача. Требуется привести схват манипулятора из заданного начального состояния (t_0,x_i^0), $i=1,2,3,4$ в целевое множество M.

$$M=\{x: a_1x_1^2+a_3x_3^2\le d^2\} \tag{2.2}$$

с заданными ограничениями на управляющие воздействия

$$(k_1u_1)^2+(k_2u_2)^2\le\lambda^2;\quad (n_1v_1)^2+(n_2v_2)^2\le\mu^2 \tag{2.3}$$

где $a_i(i=1,3,5),d,\lambda,\mu$ – постоянные величины.

Для исследования поставленной задачи составим стохастическое гипотетическое рассогласование [7,8]:

$$\varepsilon(t,t_0,\vartheta,\omega)=\max_{\|l\|=1}\Big[l'X[\vartheta,t]x(t)+\min_{-P\in M}l'P+\int_t^{\vartheta}\min_{u\in P_1}lX[\vartheta,\tau]B(\tau)u(\tau,\omega)d\xi+$$
$$+\int_t^{\vartheta}\min_{v\in Q_1}lX[\vartheta,\tau]C(\tau)v(\tau,\omega)d\xi\Big] \tag{2.4}$$

где $X[\vartheta,\tau]$ – фундаментальная матрица решений однородной части системы (2.1)

Предположим, что стохастический процесс можно представить в следующем виде [9]:

$$\xi(t,\omega)=\eta(\omega)\gamma(t) \tag{2.5}$$

где $\eta(\omega)$ – случайная величина, а $\gamma(t)$ имеет ограниченную вариацию, то есть

$$d\xi(t,\omega)=d\eta(\omega)\gamma(t)=\eta(\omega)\beta(t)dt \tag{2.6}$$

В регулярном случае стратегия первого игрока, обеспечивающая встречу почти наверно всех траекторий системы (2.1) с множеством M, определяется из условия

$$l'X[\vartheta,t]Bu_0\eta(\omega)\beta(t)=\min_{(k_1u_1)^2+(k_2u_2)^2\le\lambda^2}l'X[\vartheta,t]Bu\eta(\omega)\beta(t) \tag{2.7}$$

Предположим также, что $\beta(t)$ – линейная функция и имеет следующий вид $\beta(t)=mt+n$. Тогда гипотетическое рассогласование будет:

$$\varepsilon(t_0,\vartheta,\omega)=\max_{\|l\|=1}\Big[l_1x_1^0+l_1(\vartheta-t_0)x_2^0+l_3x_3^0+l_3(\vartheta-t_0)x_4^0+$$
$$+\int_{t_0}^{\vartheta}\min_{(k_1u_1)^2+(k_2u_2)^2\le\lambda^2}(l_1k_1u_1+l_3k_2u_2)(\vartheta-\tau)(m\tau+n)\eta(\omega)d\tau+$$
$$+\int_{t_0}^{\vartheta}\max_{(n_1v_1)^2+(n_2v_2)^2\le\mu^2}(l_1n_1v_1+l_3n_2v_2)(\vartheta-\tau)(m\tau+n)\eta(\omega)d\tau-d\sqrt{\frac{l_1^2}{a_1}+\frac{l_3^2}{a_3}}\Big] \tag{2.8}$$

Для удобства вычисления предположим, что $a_1=a_3=1$ и введем следующие обозначения:

$$u_1^* = k_1 u_1,\ u_2^* = k_2 u_2,\ \mathrm{v}_1^* = n_1 \mathrm{v}_1,\ \mathrm{v}_2^* = n_2 \mathrm{v}_2 \tag{2.9}$$

Условия (2.3) при (2.9) принимают вид

$$\left(u_1^*\right)^2 + \left(u_2^*\right)^2 \le \lambda^2,\ \left(\mathrm{v}_1^*\right)^2 + \left(\mathrm{v}_2^*\right)^2 \le \mu^2 \tag{2.10}$$

После этого гипотетическое рассогласование будет

$$\begin{aligned}\varepsilon(t_0, \vartheta, \omega) = \max_{\|l\|=1}\Big[& l_1 x_1^0 + l_1(\vartheta - t_0)x_2^0 + l_3 x_3^0 + l_3(\vartheta - t_0)x_4^0 + \\ & + \int_{t_0}^{\vartheta} \min_{(u_1^*)^2+(u_2^*)^2\le\lambda^2} (l_1 u_1^* + l_3 u_2^*)(\vartheta - \tau)(m\tau + n)\eta(\omega)d\tau + \\ & + \int_{t_0}^{\vartheta} \max_{(\mathrm{v}_1^*)^2+(\mathrm{v}_2^*)^2\le\mu^2} (l_1 \mathrm{v}_1^* + l_3 \mathrm{v}_2^*)(\vartheta - \tau)(m\tau + n)\eta(\omega)d\tau - d\Big]\end{aligned} \tag{2.11}$$

Обозначая

$$\begin{aligned} F_1 &= (l_1 u_1^* + l_3 u_2^*)(\vartheta - \tau)(m\tau + n)\eta(\omega) + g_1\left(\left(u_1^*\right)^2 + \left(u_2^*\right)^2 - \lambda^2\right) \\ F_2 &= (l_1 \mathrm{v}_1^* + l_3 \mathrm{v}_2^*)(\vartheta - \tau)(m\tau + n)\eta(\omega) + g_2\left(\left(\mathrm{v}_1^*\right)^2 + \left(\mathrm{v}_2^*\right)^2 - \mu^2\right)\end{aligned} \tag{2.12}$$

и определяя экстремальные значения функции F_1, F_2 методом неопределенных множителей Лагранжа (g_1, g_2), получим

$$u_1 = -\frac{\lambda l_1}{k_1\sqrt{l_1^2 + l_3^2}},\quad u_2 = -\frac{\lambda l_3}{k_2\sqrt{l_1^2 + l_3^2}} \tag{2.13}$$

$$\mathrm{v}_1 = \frac{\mu l_1}{n_1\sqrt{l_1^2 + l_3^2}},\quad \mathrm{v}_2 = -\frac{\mu l_3}{n_2\sqrt{l_1^2 + l_3^2}} \tag{2.14}$$

Подставляя (2.13) и (2.14) в (2.11), получим

$$\begin{aligned}\varepsilon(t_0, \vartheta, \omega) = \max_{\|l\|=1}\Big[& l_1 x_1^0 + l_1(\vartheta - t_0)x_2^0 + l_3 x_3^0 + l_3(\vartheta - t_0)x_4^0 + \\ & + (\mu - \lambda)\eta(\omega)\left(\frac{(\vartheta m - n)}{2}(\vartheta^2 - t_0^2) - m\frac{\vartheta^3 - t_0^3}{3} + \vartheta n(\vartheta - t_0)\right) - d\Big]\end{aligned} \tag{2.15}$$

Аналогично вычислим максимум по $\bar{l}$ в (2.16):

$$\begin{aligned} l_1^0 &= \frac{\left(x_1^0 + (\vartheta - t_0)x_2^0\right)}{\sqrt{\left(x_1^0 + (\vartheta - t_0)x_2^0\right)^2 + \left(x_3^0 + (\vartheta - t_0)x_4^0\right)^2}} \\ l_3^0 &= \frac{\left(x_3^0 + (\vartheta - t_0)x_4^0\right)}{\sqrt{\left(x_1^0 + (\vartheta - t_0)x_2^0\right)^2 + \left(x_3^0 + (\vartheta - t_0)x_4^0\right)^2}}\end{aligned} \quad 2.16)$$

Подставляя (2.16) в (2.13) и (2.14), получим экстремальные стратегии.

Компоненты вектора прицеливания $\bar{l}_0$ при выборе стохастического процесса в виде (2.5) в общем случае будут зависеть от ω неявным образом. Отсюда и из вида гипотетического рассогласования (2.8) заключаем, что при разных значениях $\omega \in \Omega$ области достижимости будут подобными. После чего подставляя $u_1^0(t, l_0)$ $u_2^0(t, l_0)$, $\mathrm{v}_1^0(t, l_0)$, $\mathrm{v}_2^0(t, l_0)$ в (2.1) и интегрируя, получим соответствующие фазовые траектории, обеспечивающие их встречу с множествами M почти наверно.

При заданной функции распределения для стохастического процесса $\xi(t,\omega)$ можно вычислить также математическое ожидание и дисперсию гипотетического рассогласования (2.15).

ЛИТЕРАТУРА

1. Козырев Ю. Г. Промышленные роботы. Справочник. М: Машиностроение, 1983.
2. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.: Наука, 1989.
3. Акуленко Л.Д., Болотник Н.Н. Синтез оптимального управления транспортными движениями промышленных роботов. //Изв. АН СССР. МТТ. 1986. №4.
4. Аветисян В.В., Акуленко Л.Д., Болотник Н.Н. Оптимальное управление электроприводами промышленных роботов. //Препринт ИПМ АН СССР №286-М., 1986.
5. Справочник по теории автоматического управления. Под редакцией А.А. Красовского М.: Наука, 1987.
6. Гихман И.И., Скороход А.В. Стохастические дифференциальные уравнения. Киев: Наукова думка. 1968.
7. Матевосян А.Г. Дифференциальная игра сближения с m целевыми множествами для стохастических линейных систем. //Ученые записки ЕГУ. 2001. №3. С. 31-34.
8. Габриелян М.С, Матевосян А.Г. Минимаксное прицеливание в собственно-линейной стохастической системе при m целевых множествах. //Ученые записки ЕГУ. 2002. №2.
9. Острем К. Введение в стохастическую теорию управления. М.: Мир, 1973.

Ереванский
госуниверситет

Поступила в редакцию
15.07.2002