ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 55, №2, 2002 Механика

УДК 62.50

ИГРОВОЙ ПОДХОД К МНОГОЦЕЛЕВОМУ УПРАВЛЕНИЮ ДВУХЗВЕННЫМ МАНИПУЛЯТОРОМ

Гукасян А.А., Степанян В.К.

Ա. Ա. Ղուկասյան, Վ.Ք. Ստեփանյան

Երկօղակ մանիպուլյատորի բազմանպատակ ղեկավարման խաղային մոտեցում

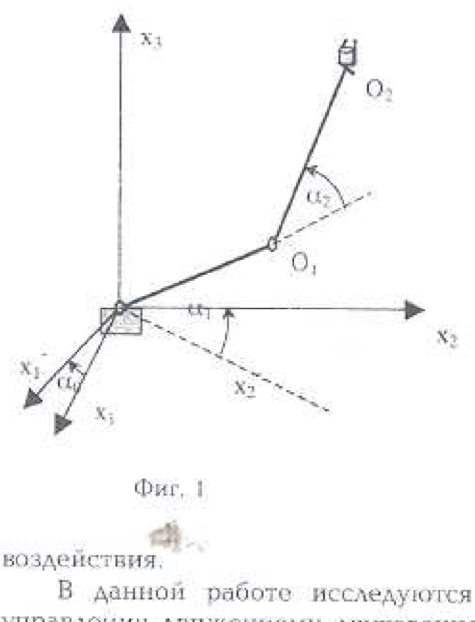
Ուսումնասիրվում է հինգ ազատության աստիճան ունեցող երկօղակ մանիպուլյատորի բազմանպատակ ղեկավարման խաղային խնդիրներ, երբ այն գտնվում է արտաքին ազդեցության տակ, կամ ղեկավարվում է հակամետ ազդեցություններով: Ուսումնասիրված են նշված խնդիրները գծային և ոչ գծային դրվածքներով:

A.A. Ghukasyan, V.K. Stepanyan

The Game Approach to Multi-purpose Control of Double Linked Manipulator

Исследуются задачи многоцелевого управления двухзвенного манипулятора с пятью степенями подвижностей, когда манипулятор находится под воздействием внешней помехи, ограниченной по величине, или управляется двумя противодействующими воздействиями. В обоих случаях решаются игровые задачи для линейной модели манипулятора и полученные оптимальные решения используются для организации управления нелинейной модели с помощью дополнительного регулятора.

Введение. Игровой подход к задачам управления движениями манипулятора был предложен в работах [1,2], где управления по каждой степени подвижности создавались двумя противодействуюшими управляющими воздействиями. При этом предполагалось, что конфликт имеет виртуальный смысл и заключается в том, что один из этих управляющих воздействий (первый игрок) исполняет роль движущей силы, а второй (второй игрок) — удерживающей, обеспечивая тем самым плавное движение составных частей манипулятора. Оптимальные стратегии были получены с помощью метода динамического программирования Беллмана и метода экстремального прицеливания Крассовского при заданном квадратичном функционале и при наличии ограничений на управляющие воздействия.



Фиг. 1

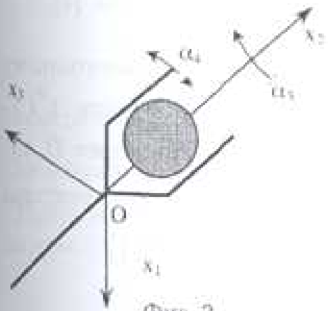
В данной работе исследуются игровые задачи для многоцелевого управления движениями двухзвенного манипулятора, расчетная модель и уравнения движения которого приведены в работах [1-3]. При этом используется метод экстремального прицеливания для многих целевых множеств в [5].

1. Постановка задачи. Рассмотрим двухзвенный антропоморфный манипулятор (фиг.1), состоящий из подвижной платформы и механической руки со схватом (фиг.2), уравнение движения которого имеет вид:

$$A_1\ddot{\alpha} + \varepsilon f(\alpha, \dot{\alpha}, \ddot{\alpha}) = u^{*} - v^{*} \tag{1.1}$$

где

$$A_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & h & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \ddot{\alpha} = \begin{pmatrix} \ddot{\alpha}_0 \\ \ddot{\alpha}_1 \\ \ddot{\alpha}_2 \\ \ddot{\alpha}_3 \\ \ddot{\alpha}_4 \end{pmatrix}, f = \begin{pmatrix} 0 \\ f_1 \\ f_2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, u^{*} = \begin{pmatrix} u_1^{*} \\ u_2^{*} \\ u_3^{*} \\ u_4^{*} \\ u_5^{*} \end{pmatrix}, v^{*} = \begin{pmatrix} v_1^{*} \\ v_2^{*} \\ v_3^{*} \\ v_4^{*} \\ v_5^{*} \end{pmatrix} \tag{1.2}$$



Фиг. 2

$\varepsilon > 0$ — малый параметр, $0 < h < 1$, f_1, f_2 — нелинейные функции. $u^{*} \in P^{*}$ есть управляющее воздействие, а $v^{*} \in Q^{*}$ — помеха, где $P^{*}, Q^{*} \in R^5$ компактно в R^5.

Пусть заданы моменты времени $t_0 = \vartheta_0 < \vartheta_1 < \cdots < \vartheta_m = \theta$, начальное состояние

$$(t_0, \alpha_i^0, \dot{\alpha}_i^0, i = 0,\ldots,4) \tag{1.3}$$

и целевые состояния

$$(\vartheta_j, \alpha_i^{(j)}, \dot{\alpha}_i^{(j)}, i = 0,\ldots,4;\ j = 1,\cdots,m) \tag{1.4}$$

Рассмотрим задачу о приведении манипулятора из заданного начального состояния (1.3) в целевые состояния (1.4), соблюдая при этом заданные ограничения. Помеха $v^{*} \in Q^{*}$ может принимать любые значения, которые гарантируют существование и единственность решения уравнения (1.1).

Учитывая, что ε есть малый параметр, как и в [1-3], перейдем к линейной модели манипулятоа, уравнение движения которой получается из (1.1) при $\varepsilon = 0$. Введем новые переменные

$$\alpha_0 = x_1, \dot{\alpha}_0 = x_2, \ \alpha_1 = x_3, \dot{\alpha}_1 = x_4, \alpha_2 = x_5, \dot{\alpha}_2 = x_6, \ \alpha_3 = x_7, \dot{\alpha}_3 = x_8$$

$$\alpha_4 = x_9, \dot{\alpha}_4 = x_{10}, u_0^{*} = u_1, \frac{1}{1-h}u_1^{*} = u_2, \frac{1}{1-h}u_2^{*} = u_3, u_3^{*} = u_4, u_4^{*} = u_5 \tag{1.5}$$

$$v_0^{*} = v_1, \quad \frac{1}{1-h_2}v_1^{*} = v_2, \ \frac{1}{1-h}v_2^{*} = v_3, \quad v_3^{*} = v_4, \quad v_4^{*} = v_5$$

Тогда уравнение линейной модели приводится к виду

$$\dot{x} = Ax + Bu + Cv, \quad u \in P, v \in Q, \tag{1.6}$$

где матрицы A и $B = -C$ получаются из (1.1) в соответствии с преобразованием (1.5).

Согласно поставленной задаче определим в пространстве $[t_0, T] \times R^{10}$

целевые множества

$$M_j = \left[(t,x): t = \vartheta_j,\, x = x^{(j)}\right], \quad j = 1,\cdots,m \tag{1.7}$$

где $\left(\vartheta_j, x^{(j)}\right)$ — точки, соответствующие состояниям (1.4).

Наша цель состоит в приведении манипулятора с помощью управляющего воздействия $u \in P$ из состояния (1.3) к целевым множествам (1.7) при любой реализации помехи $v \in Q$, где множества P, Q получаются преобразованием (1.5) из P', Q', соответственно. Поставленную задачу можно рассмотреть как дифференциальную игру сближения-уклонения с многими целевыми множествами.

Такую же задачу имеем, когда $v \in Q$ есть активно противодействующая сторона. Только в этом случае необходимо решать задачу уклонения для получения оптимального закона противодействия. Эта игровая задача имеет решение в классе кусочно-позиционных стратегий с "конечной памятью" о складывавшихся ситуациях в отдельные моменты времени и оптимальные стратегии можно построить с помощью вспомогательных программных конструкций методом экстремального прицеливания [4].

2. Применение метода экстремального прицеливания. Согласно этому методу нам предстоит вычислить гипотетическое рассогласование $\varepsilon^0(\cdot)$. Рассмотрим движение системы (1.6), начиная из текущей позиции (t,x), где $t \in [\vartheta_{\alpha-1}, \vartheta_\alpha), (\alpha = 1,\cdots,m)$. Пусть заданы постоянные векторы $b^{(k)} \in R^{10}$; $k = 1,\cdots,\alpha-1$. Функцию $\varepsilon^0(t,x,b^{(1)},\cdots,b^{(\alpha-1)},\{\vartheta_k\})$ можно вычислить следующим образом:

$$\begin{gathered}\varepsilon^0(t,x,b^{(1)},\cdots,b^{(\alpha-1)},\{\vartheta_k\}) = \max_{\|l\|\le 1}\left[\sum_{k=1}^{\alpha-1} l_k' b^{(k)} + \sum_{k=\alpha}^{m} l_k' \overline{X}[\vartheta_k, t] + \right. \\ \left. + \int_t^{\vartheta} \min_{u\in P} \sum_{k=1}^{m} l_k' \overline{\overline{X}}[\vartheta_k,\tau] Bu d\tau + \int_t^{\vartheta} \min_{v\in Q} \sum_{k=1}^{m} l_k' \overline{\overline{X}}[\vartheta_k,\tau] Cv d\tau - \sum_{k=1}^{m} l_k' x^{(k)}\right] + c\end{gathered} \tag{2.1}$$

если правая часть в (2.1) больше или равна c, в противном случае $\varepsilon^0(t,x,b^{(1)},\cdots,b^{(\alpha-1)},\{\vartheta_k\}) = c$. Здесь матрицы $\overline{X}[T,t]$ и $\overline{\overline{X}}[T,t]$ определяются следующим образом [5]:

$$\overline{X}[T,t] = \begin{cases} X[T,t], & t \ge \tau \\ E, & t \le \tau \end{cases}, \quad \overline{\overline{X}}[T,t] = \begin{cases} X[T,t], & t > \tau \\ 0, & t \le \tau \end{cases} \tag{2.2}$$

где $X[T,t]$ есть фундаментальная матрица системы $\dot{x} = Ax$ $(X[t,t] = E,$ E — единичная матрица), l_k — 10-мерный вектор с компонентами $l_k^{(1)},\cdots,l_k^{(10)}$; $\|l\| = \left(\sum_{k=1}^{\alpha}\sum_{j=1}^{10}\left(l_k^{(j)}\right)^2\right)^{1/2}$

Ситуация в данной задаче регулярна, то есть максимум в экстремальной задаче (2.1) достигается единственным набором векторов $\left\{l_k^0, k = 1,\cdots,m\right\}$, если функция

$$\sigma(t,\{\vartheta_k,l_k\}) = -\left[\int_t^{\vartheta}\min_{u\in P}\sum_{k=1}^{m} l_k^T \overline{\overline{X}}[\vartheta_k,\tau]Bud\tau + \int_t^{\vartheta}\min_{v\in Q}\sum_{k=1}^{m} l_k^T \overline{\overline{X}}[\vartheta_k,\tau]Cvd\tau - \sum_{k=1}^{m} l_k^T x^{(k)}\right] \quad (2.3)$$

выпукла по набору $\{l_k, k=1,\cdots,m\}$.

Как доказано в [4], для системы (1.6) условие выпуклости выполняется, если предположить, что множества P и Q подобны, то есть $P=rQ$ $(r>1)$. Тогда для любой текущей позиции (t,x), $t\in[\vartheta_{\alpha-1},\vartheta_\alpha)$ $(\alpha=1,\cdots,m)$ – экстремальная стратегия первого игрока $u_c^0(t,x)$, определяемая при условии $\varepsilon^0(t,x,b^{(1)},\cdots,b^{(\alpha-1)},\{\vartheta_k\})>c$ $\left(b^{(k)}=x[\vartheta_k],k=1,\cdots,\alpha-1\right)$ из задачи на минимум

$$\sum_{k=1}^{m} l_k^{0T}(t,x,b^{(1)},\cdots,b^{(\alpha-1)},\{\vartheta_k\})\overline{\overline{X}}[\vartheta_k,t]Bu_c^0(t,x) = \\ = \min_{u\in P}\sum_{k=1}^{m} l_k^{0T}(t,x,b^{(1)},\cdots,b^{(\alpha-1)},\{\vartheta_k\})\overline{\overline{X}}[\vartheta_k,t]Bu \quad (2.4)$$

а при условии $\varepsilon^0(t,x,b^{(1)},\cdots,b^{(\alpha-1)},\{\vartheta_k\})=c$ любым вектором $u_c^0(t,x)\in P$ обеспечивает встречу всех движений $x[t,t_0,x_0,u_c^0]$ системы (1.6) со всеми целевыми множествами $M_k, k=\alpha,\cdots,m$, если только $\varepsilon^0(t_0,x_0,\{\vartheta_k\})=c$. Пусть множества P и Q заданы в виде

$$P=\{u:\|u\|=\left(u_1^2+\cdots+u_s^2\right)^{1/2}\le\lambda\} \\ Q=\{v:\|v\|=\left(v_1^2+\cdots+v_s^2\right)^{1/2}\le\mu\},\ \lambda>\mu \quad (2.5)$$

Тогда ситуация будет регулярной и применяя метод неопределенных множителей Лагранжа для функции $\varepsilon^0(t,x,b^{(1)},\cdots,b^{(\alpha-1)},\{\vartheta_k\})$ получим следующее выражение:

$$\varepsilon^0(t,x,b^{(1)},\cdots,b^{(\alpha-1)},\{\vartheta_k\}) = \max_{\|l\|\le1}\left[\sum_{k=1}^{\alpha-1} l_k^T b^{(k)} + \sum_{k=\alpha}^{m} l_k^T \overline{X}[\vartheta_k,t] + \right. \\ \left. +(\mu-\lambda)\int_t^{\vartheta}\sqrt{\left(\sum_{k=1}^{m} l_k^T\overline{\overline{X}}[\vartheta_k,\tau]B\right)\left(\sum_{k=1}^{m} B^T\overline{\overline{X}}^T[\vartheta_k,\tau]l_k\right)}d\tau - \sum_{k=1}^{m} l_k^T x^{(k)}\right] + c \quad (2.6)$$

Для простоты вычислений рассмотрим случай, когда имеются только две цели $\left(\vartheta_1,x^{(1)}\right)$ и $\left(\vartheta_2,x^{(2)}\right)$, хотя метод остается в силе для любого числа целей. В этом случае экстремальная задача (2.6) упрощается и для любой текущей позиции (t,x) при $t_0\le t<\vartheta_1$ приводится к виду

$$\varepsilon^0(t,x,\vartheta_1,\vartheta_2) = \max_{\|l\|\le1}\left[l_1^T X[\vartheta_1,t]x + l_2^T X[\vartheta_2,t]x + \right. \\ +(\mu-\lambda)\int_t^{\vartheta_1}\sqrt{\left(l_1^T\overline{\overline{X}}[\vartheta_1,\tau]B + l_2^T\overline{\overline{X}}[\vartheta_2,\tau]B\right)\left(B^T\overline{\overline{X}}^T[\vartheta_1,\tau]l_1 + B^T\overline{\overline{X}}^T[\vartheta_2,\tau]l_2\right)}d\tau +$$

$$+(\mu-\lambda)\int_{\vartheta_1}^{\vartheta_2}\sqrt{l_2^T\bar{\bar{X}}[\vartheta_2,\tau]BB^T\bar{\bar{X}}^T[\vartheta_2,\tau]l_2}\,d\tau-l_1^Tx^{(1)}-l_2^Tx^{(2)}\Big]+c \qquad (2.7)$$

а при $\vartheta_1 \le t < \vartheta_2$ – к виду

$$\varepsilon^0(t,x,b^{(1)},\vartheta_1,\vartheta_2)=\max_{\|l\|\le 1}\Big[l_1^Tb^{(1)}+l_2^TX[\vartheta_2,t]x+$$

$$+(\mu-\lambda)\int_{t}^{\vartheta_2}\sqrt{l_2^T\bar{\bar{X}}[\vartheta_2,\tau]BB^T\bar{\bar{X}}^T[\vartheta_2,\tau]l_2}\,d\tau-l_1^Tx^{(1)}-l_2^Tx^{(2)}\Big]+c \qquad (2.8)$$

где $b^{(1)}=x[\vartheta_1]$ (считается, что движение $x[t]$ уже прошло через позицию $(\vartheta_1,x[\vartheta_1])$).

Задача на максимум (2.8) совпадает с аналогичной задачей для дифференциальной игры с одним целевым множеством [1]. Задача на максимум (2.7) имеет более сложную структуру. В конкретных случаях решения экстремальных задач (2.7), (2.8) можно получить численными методами.

После решения экстремальных задач (2.7), (2.8) и получения векторов прицеливания $l_k^0=l_k^0(t,x,\vartheta_1,\vartheta_2);\ k=1,2$, оптимальную стратегию первого игрока $U_c^0 \div u_c^0(t,x)$ в задаче сближения определяем из условия (2.4), при $m=2$ в тех позициях $(t,x[t,t_0,x_0,U_c])$, где выполняется условие $\varepsilon^0(t,x[t,t_0,x_0,U_c^0],\vartheta_1,\vartheta_2)>c$. В остальных позициях $u_c^0(t,x)$ есть любой вектор $u\in P$. Решая задачу (2.4) методом Лагранжа, получаем, вплоть до момента времени ϑ_1, оптимальную стратегию первого игрока в виде

$$u_{1c}^0(t,x)=-\lambda H_1[l_1^{(1)0}(\vartheta_1-t)+l_1^{(2)0}+l_2^{(1)0}(\vartheta_2-t)+l_2^{(2)0}]$$

$$u_{2c}^0(t,x)=-\lambda H_1[(l_1^{(3)0}-l_1^{(5)0})(\vartheta_1-t)+l_1^{(4)0}-l_1^{(6)0}+(l_2^{(3)0}-l_2^{(5)0})(\vartheta_2-t)+$$
$$+l_2^{(4)0}-l_2^{(6)0}]$$

$$u_{3c}^0(t,x)=-\lambda H_1[(l_1^{(5)0}-hl_1^{(3)0})(\vartheta_1-t)+l_1^{(6)0}-hl_1^{(4)0}+(l_2^{(5)0}-hl_2^{(3)0})(\vartheta_2-t)+$$
$$+l_2^{(6)0}-hl_2^{(4)0}]$$

$$u_{4c}^0(t,x)=-\lambda H_1[l_1^{(7)0}(\vartheta_1-t)+l_1^{(8)0}+l_2^{(7)0}(\vartheta_2-t)+l_2^{(8)0}]$$

$$u_{5c}^0(t,x)=-\lambda H_1[l_1^{(9)0}(\vartheta_1-t)+l_1^{(10)0}+l_2^{(9)0}(\vartheta_2-t)+l_2^{(10)0}] \qquad (2.9)$$

$$H_1=\sqrt{a_1(\vartheta_1-t)^2+2b_1(\vartheta_1-t)+d_1}$$

а после этого момента времени ϑ_1 равенствами

$$u_{1c}^0(t,x) = -\lambda[l_2^{(1)0}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(2)0}](a(\vartheta_2 - t)^2 + 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}}$$

$$u_{2c}^0(t,x) = -\lambda[(l_2^{(3)0}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(5)0})(T - t) + l_2^{(4)0}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(6)0}](a(\vartheta_2 - t)^2 +$$

$$+ 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}}$$

$$u_{3c}^0(t,x) = -\lambda[(l_2^{(3)0}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(5)0})(T - t) + l_2^{(4)0}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(6)0}](a(\vartheta_2 - t)^2 +$$

$$+ 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}} \tag{2.10}$$

$$u_{4c}^0(t,x) = -\lambda[l_2^{(7)0}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(8)0}](a(\vartheta_2 - t)^2 + 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}}$$

$$u_{5c}^0(t,x) = -\lambda[l_2^{(9)0}(\vartheta_2 - t) + l_2^{(10)0}](a(\vartheta_2 - t)^2 + 2b(\vartheta_2 - t) + d)^{-\frac{1}{2}}$$

где введены обозначения

$$a = l_2^{(1)2} + (l_2^{(3)} - l_2^{(5)})^2 + (l_2^{(5)} - hl_2^{(3)})^2 + l_2^{(7)2} + l_2^{(9)2}$$

$$b = l_2^{(1)}l_2^{(2)} + (l_2^{(3)} - l_2^{(5)})(l_2^{(4)} - l_2^{(6)}) + (l_2^{(5)} - hl_2^{(3)})(l_2^{(6)} - hl_2^{(4)})) + l_2^{(7)}l_2^{(8)} + l_2^{(9)}l_2^{(10)}$$

$$d = l_2^{(2)2} + (l_2^{(4)} - l_2^{(6)})^2 + (l_2^{(6)} - hl_2^{(4)})^2 + l_2^{(8)2} + l_2^{(10)2}$$

$$a_1 = (l_1^{(1)} + l_2^{(1)})^2 + (l_1^{(3)} - l_1^{(5)} + l_2^{(3)} - l_2^{(5)})^2 + (l_1^{(5)} - hl_1^{(3)} + l_2^{(5)} - hl_2^{(5)})^2 +$$

$$+ (l_1^{(7)} + l_2^{(7)})^2 + (l_1^{(9)} + l_2^{(9)})^2$$

$$b_1 = (l_1^{(1)} + l_2^{(1)})(l_2^{(1)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_1^{(2)} + l_2^{(2)}) + (l_1^{(3)} - l_1^{(5)} + l_2^{(3)} - l_2^{(5)})((l_2^{(3)} - l_2^{(5)})\times$$

$$\times(\vartheta_2 - \vartheta_1) + (l_1^{(4)} - l_1^{(6)} + l_2^{(4)} - l_2^{(6)})) + (l_1^{(5)} - hl_1^{(3)} + l_2^{(5)} - hl_2^{(3)})((l_2^{(5)} - hl_2^{(3)})\times$$

$$\times(\vartheta_2 - \vartheta_1) + (l_1^{(6)} - hl_1^{(4)} + l_2^{(6)} - hl_2^{(4)})) + (l_1^{(7)} + l_2^{(7)})(l_2^{(7)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) +$$

$$+ l_1^{(8)} + l_2^{(8)}) + (l_1^{(9)} + l_2^{(9)})(l_2^{(9)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_1^{(10)} + l_2^{(10)})$$

$$d_1 = (l_2^{(1)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_1^{(2)} + l_2^{(2)})^2 + ((l_2^{(3)} - l_2^{(5)})(\vartheta_2 - \vartheta_1) + (l_1^{(4)} - l_1^{(6)} + l_2^{(4)} - l_2^{(6)}))^2 +$$

$$+ ((l_2^{(5)} - hl_2^{(3)})(\vartheta_2 - \vartheta_1) + (l_1^{(6)} - hl_1^{(4)} + l_2^{(6)} - hl_2^{(4)}))^2 +$$

$$+ (l_2^{(7)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_1^{(8)} + l_2^{(8)})^2 + (l_2^{(9)}(\vartheta_2 - \vartheta_1) + l_1^{(10)} + l_2^{(10)})^2$$

Управление (2.9),(2.10) гарантирует сближение ко всем целям (1.7). Построим теперь стратегию $V_e \div v_e(t,x)$ второго игрока, обеспечивающую уклонение позиции $(t, x[t, t_0, x_0, V_e])$ от множеств M_1 и M_2 до моментов $\overline{\vartheta}_1 - \delta$ и $\overline{\vartheta}_2 - \delta$ ($\delta > 0$ — малое число) в случае, когда $v \in Q$ есть активно действующая сторона. С помощью метода обобщенного экстремального прицеливания [4], составим сначала функции

$$\varepsilon_1^0(t,x,\overline{\vartheta}_1) = \max_{\|l\|\le 1}\Big[l^T X[\overline{\vartheta}_1, t]x + \int_t^{\overline{\vartheta}_1} \min_{u\in P} l^T X[\overline{\vartheta}_1, \tau]Bu\,d\tau +$$

$$+ \int_t^{\overline{\vartheta}_1} \max_{v\in Q} l^T X[\overline{\vartheta}_1, \tau]Cv\,d\tau - l^T x^{(1)}\Big] \tag{2.11}$$

$$\varepsilon_2^0(t,x,\overline{\vartheta}_2)=\max_{\|l\|\le 1}\Big[l^T X\big[\overline{\vartheta}_2,t\big]x+\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_2}\min_{u\in P} l^T X\big[\overline{\vartheta}_2,\tau\big]Bud\tau+$$

$$+\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_2}\max_{v\in Q} l^T X\big[\overline{\vartheta}_2,\tau\big]Cvd\tau-l^T x^{(2)}\Big]$$

и вплоть до момента $\overline{\vartheta}_1-\delta$ стратегию второго игрока определим из условия

$$\left\{\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_1-\delta}[\varepsilon_1^0(t,x,\tau)]^{-2}l_1^{0T}X\big[\tau,t\big]d\tau+\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_2-\delta}[\varepsilon_2^0(t,x,\tau)]^{-2}l_2^{0T}X\big[\tau,t\big]d\tau\right\}Cv_e(t,x)=$$
$$=\max_{v\in Q}\left\{\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_1-\delta}[\varepsilon_1^0(t,x,\tau)]^{-2}l_1^{0T}X\big[\tau,t\big]d\tau+\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_2-\delta}[\varepsilon_2^0(t,x,\tau)]^{-2}l_2^{0T}X\big[\tau,t\big]d\tau\right\}Cv \quad (2.12)$$

в тех позициях, где $\min\limits_{\tau\in[t_0,\overline{\vartheta}_1]}\varepsilon_1^0(t,x,\tau)>0$, $\min\limits_{\tau\in[t_0,\overline{\vartheta}_2]}\varepsilon_2^0(t,x,\tau)>0$, а после этого момента – из

$$\left\{\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_2-\delta}[\varepsilon_2^0(t,x,\tau)]^{-2}l_2^{0T}X\big[\tau,t\big]d\tau\right\}Cv_e(t,x)=\max_{v\in Q}\left\{\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_2-\delta}[\varepsilon_2^0(t,x,\tau)]^{-2}l_2^{0T}X\big[\tau,t\big]d\tau\right\}Cv \quad (2.13)$$

в тех позициях, где $\min\limits_{\tau\in[t_0,\overline{\vartheta}_2]}\varepsilon_2^0(t,x,\tau)>0$. В остальных позициях стратегия $v_e(t,x)$ есть любой вектор из множества Q. Стратегия $V_e\div v_e(t,x)$ обеспечивает уклонение от множеств M_k на промежутках $[t_0,\vartheta_k]$ $(k=1,2)$, если только $\min\limits_{\tau\in[t_0,\vartheta_k]}\varepsilon_k^0(t_0,x_0,\tau)>0$ [5].

Введем обозначения

$$s_1(t,x,\overline{\vartheta}_1)=\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_1-\delta}[\varepsilon_1^0(t,x,\tau)]^{-2}l_1^{0T}X\big[\tau,t\big]d\tau+\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_2-\delta}[\varepsilon_2^0(t,x,\tau)]^{-2}l_2^{0T}X\big[\tau,t\big]d\tau$$
$$s_2(t,x,\overline{\vartheta}_2)=\int\limits_t^{\overline{\vartheta}_2-\delta}[\varepsilon_2^0(t,x,\tau)]^{-2}l_2^{0T}X\big[\tau,t\big]d\tau \quad (2.14)$$

Тогда, применяя метод Лагранжа, из задач (2.12) и (2.13) получим

$$v_{1e}^{(k)}(t,x)=\mu s_k^{(2)}(t,x,\vartheta_k)H_k^{-1}(t,x,\vartheta_k)$$
$$v_{2e}^{(k)}(t,x)=\mu(s_k^{(4)}(t,x,\vartheta_k)-s_k^{(6)}(t,x,\vartheta_k))H_k^{-1}(t,x,\vartheta_k)$$
$$v_{3e}^{(k)}(t,x)=\mu(s_k^{(6)}(t,x,\vartheta_k)-hs_k^{(4)}(t,x,\vartheta_k))H_k^{-1}(t,x,\vartheta_k) \quad (2.15)$$
$$v_{4e}^{(k)}(t,x)=\mu s_k^{(8)}(t,x,\vartheta_k)H_k^{-1}(t,x,\vartheta_k)$$
$$v_{5e}^{(k)}(t,x)=\mu s_k^{(10)}(t,x,\vartheta_k)H_k^{-1}(t,x,\vartheta_k)$$

где через $H_k(t,x,T)$ обозначена величина

$$H_k(t,x,T) = \Big(s_k^{(2)2}(t,x,T) + (s_k^{(4)}(t,x,T) - s_k^{(6)}(t,x,T))^2 +$$
$$+ (s_k^{(6)}(t,x,T) - hs_k^{(4)}(t,x,T))^2 + s_k^{(8)2}(t,x,T) + s_k^{(10)2}(t,x,T)\Big)^{1/2} \tag{2.16}$$

при этом на промежутке $[t_0, \vartheta_k]$ $(k = 1,2)$ второй игрок выбирает стратегию $v_\varepsilon^{(k)}(t,x)$.

Таким образом, игровая задача для линейной модели манипулятора приводит к определению векторов прицеливания $l_1^0(t,x,\vartheta_1,\vartheta_2)$, $l_2^0(t,x,\vartheta_1,\vartheta_2)$ и функции $\varepsilon^0(t,x,\vartheta_1,\vartheta_2)$ из экстремальных задач (2.7) и (2.8). Для определения управлений для квазилинейной модели манипулятора заметим, что нелинейные члены $\varepsilon f_i(\alpha,\dot\alpha,\ddot\alpha)$ в системе (1.1) имеют порядок ε, где ε — малая величина, а сами функции $f_i(\alpha,\dot\alpha,\ddot\alpha)$ — порядок единицы. Нетрудно показать, что подстановка оптимальных стратегий $u^0(t,x)$ и $v^0(t,x)$ в нелинейную систему (1.1) приводит к решению $x^*(t)$, которая отличается от решения линейной системы $x^0(t)$ величиной порядка ε. Это значит, что систему управления квазилинейной модели можно снабдить дополнительным регулятором, который будет вырабатывать дополнительные управляющие воздействия $u_\varepsilon(t,x)$, компенсирующие разность $x^*(t) - x^0(t)$. Тогда квазилинейная система (1.1) будет обладать тем решением $x^0(t)$, которое оптимально для линейной системы (1.6). Таким образом, выбирая стратегии игроков в виде $u^*(t,x) = u^0(t,x) + u_\varepsilon(t,x)$ и $v^*(t,x) = v^0(t,x)$, для квазилинейной модели получим то же самое движение $x^0(t)$, что и для линейной модели.

Фиг. 3

Здесь $u_\varepsilon(t,x) = \varepsilon f(x^0, \dot x^0)$, где $f(x^0, \dot x^0)$ вычисляется при оптимальном для линейной модели режиме. Для данной модели манипулятора с разделением движений его составных частей (основания, звеньев, схвата) дополнительный регулятор конструируется только для управления движением звеньев (фиг.3). При решении игровых задач для нелинейной модели (1.1) ограничения (2.5) изменяются следующим образом:

$$\left\| u^{*}(t) \right\| = \left\| u^{0}(t) + u_{\varepsilon}(t) \right\| \leq \left\| u^{0}(t) \right\| + \left\| u_{\varepsilon}(t) \right\| \leq \lambda + \varepsilon \left\| f\left(x^{0}, \dot{x}^{0}\right) \right\|$$

Следовательно, если первоначальные ограничения на управляющие воздействия заданы для квазилинейной модели манипулятора (1.1), то при решении линейных игровых задач следует область управляющих воздействий сузить на величину εf_0, где $\left\| f(x, \dot{x}) \right\| \leq f_0$.

Таким образом, вышеизложенный подход позволяет существенно облегчить процедуру решения игровых задач для квазилинейной модели манипулятора, проигрывая при этом в использовании возможностей игроков. Этот проигрыш имеет порядок ε.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гукасян А.А., Степанян В.К. Игровые задачи для схвата манипилятора // Изв.НАН Армении. Механика. 2000. Т. 53, №.4. С. 63-72.
2. Гукасян А.А., Симонян Т. А. Об игровом подходе управления движением двухзвенного манипулятора. // Уч. записки ЕГУ. 2001. №3. С. 50-56.
3. Черноусько Ф.Л., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г. Манипуляционные роботы. М.: Наука,1989.
4. КрасовскийН.Н.,Субботин А.И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974.
5. Габриелян М.С. Програмные конструкции для игровых задач при m целевых множества//Изв. АН Арм ССР. Механика. 1985. Т.38. №3. С.55 – 66.

Ереванский
Госуниверситет

Поступила в редакцию
19.04.2002