ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԳԻՏՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ԱԿԱԴԵՄԻԱՅԻ ՏԵՂԵԿԱԳԻՐ
ИЗВЕСТИЯ НАЦИОНАЛЬНОЙ АКАДЕМИИ НАУК АРМЕНИИ

Մեխանիկա 55. №1, 2002 Механика

УДК 539.1

РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИФРАКЦИОННОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОЙ УПРУГОЙ СРЕДЫ

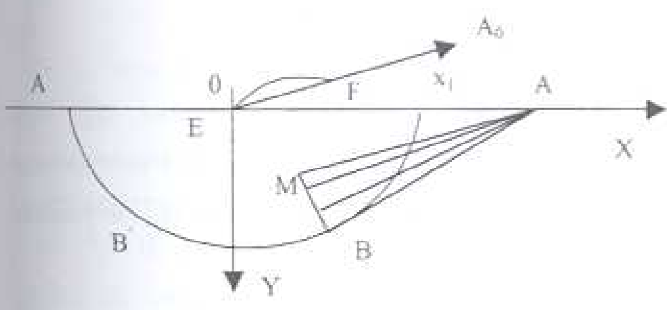
Сафарян Ю. С.

Յու. Ս. Սաֆարյան
Անհամասեռ առաձգական միջավայրի համար ոչ գծային դիֆրակցիոն խնդրի լուծումը

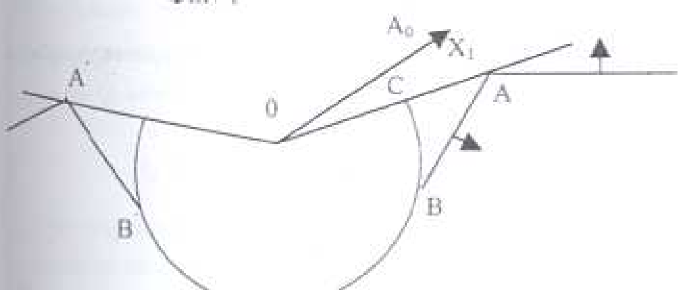
Դիտարկվում է էկրանի վրա կամայական ալիքի դիֆրակցիայի ոչ գծային խնդիրը, կամ անհամասեռ միջավայրում սեպի ծայրից անդրադարձվող առաձգական ալիքի համապատասխան խնդիրը: Ստացվել է հարվածային ալիքների վրա լուծումների գրաֆիկները: Դիտարկվել են սեղմման և լիցքաթափման ալիքները:

Ju. S. Safaryan
Solution of non-linear diffraction problem for inhomogeneous elastic media.

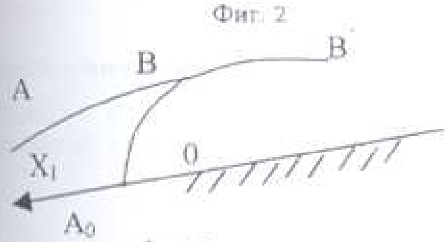
Рассмотрена нелинейная задача дифракции произвольной волны на экране или соответствующая задача отражения упругой волны от вершины клина в неоднородной среде. Получены графики решения на ударных волнах. Рассмотрены волны сжатия и разрежения.



Фиг. 1



Фиг. 2



Фиг. 3

Рассматривается ряд граничных задач нестационарной теории упругости для неоднородной и однородной среды, приводящих к волновой картине фиг. 1, для которых следует определить линейное и нелинейные решения в окрестности точки B касания волны AB с точечной или дифракционной волной BB'. Эти задачи возникают при проникании в глубь полуплоскости $y \geq 0$ фронта давления, заданного на ее поверхности, причем его скорость вдоль оси x превосходит скорость продольных волн[1], в задаче отражения волны от клина, для которой картина волн дается фиг. 2, при прохождении фронта упругой продольной волны около края твердого экрана. Во всех рассмотренных задачах требуется найти линейное и нелинейное решения вблизи В. Эта нелинейная постановка в соответствующей задаче сверхзвукового конического течения около плоского крыла для однородной среды решалась в [2,3], однако полученные там результаты не имели физического смысла, ибо приводили к возрастанию скачком давления на ударной волне АВ при переходе к волне BB_1. Соответствующее нелинейное решение для однородной среды и плоской волны АВ в задаче газовой динамики найдено в [4,5] сращиванием с линейным решением. В [6] сделаны ссылки на [5] и было дано дальнейшее усовершенствование метода с определением постоянной из условия соединения с одномерным нелинейным решением на BB'. В [7,8] дано для произвольной неоднородной среды, описываемой гиперболической системой квазилинейных уравнений, к которой относится и нелинейная неоднородная упругая среда, определение линейного и нелинейного решения в окрестности точки В касания волн. Как показывают исследования граничных задач [1], при определении решения в окрестности точки В можно заменять граничную задачу на задачу о начальных условиях, заданных на начальной волне OA_0 фиг. 1-3, представляющей формальное продолжение волны АВ к моменту $t=0$. При этом, согласно теории Кирхгоффа [8, 9], следует интегрировать в линейном решении по освещенной части начальной волны, т. е. волне OA_0, где $x_1 \geq 0$. Пусть линеаризированная система уравнений среды есть [10]

$$a_{ij}^{(k)}\frac{\partial u_j}{\partial x_k}+T_{ij}^{j}u_j=0 \tag{1}$$

где по повторяющимся индексам проводится суммирование, $a_{ij}^{(k)}$ есть функции x_k. Тогда, в окрестности волны можно считать [1] $u_j=s_j u$, где s_j есть собственный вектор матрицы $a_{ij}^{(k)}$, и задавать начальное условие в виде

$$t=0,\ u=a^0(\zeta)_+^{\lambda}(x_1)_+^{\mu}\frac{1}{\Gamma(\lambda+1)} \tag{2}$$

где λ,μ,a^0 – постоянные, x_1 – координаты вдоль OA_0, ζ – время пробега от точки интегрирования до OA_0, $x_+^n=\begin{cases}x^n, & x>0\\ 0, & x<0\end{cases}$

При этом, решение в окрестности В системы (1) будет [1]

$$u=-\frac{1}{2\pi\sqrt{2}}\iint\Phi(\varphi)_+^{-\frac{3}{2}}\frac{a^0(\zeta)_+^{\lambda}(x_1)_+^{\mu}}{\Gamma(\lambda+1)}dx_1 d\zeta \tag{3}$$

c_0 – есть нормальная скорость волны в 0, Φ – лучевое решение, которое находится из закона сохранения энергии волны [1]

$$\Phi=\sqrt{\frac{\rho_0}{\rho c_n\sigma}} \tag{4}$$

σ – площадь волны внутри лучевой трубки, ρ_0 – начальная плотность среды в O. Тогда, (3) дает

$$u = -\frac{1}{2\pi\sqrt{2}} \iint \Phi(t) a^0 (\varphi)_+^{-\frac{3}{2}} (\zeta)_+^{\lambda} (x_1)_+^{\mu} \Gamma^{-1}(\lambda+1) dx_1 d\zeta \qquad (5)$$

Значение лучевого решения можно брать в точке B. Вычисляя интегралы в (5), можно найти линейное решение для произвольной среды [1] в форме двух гипергеометрических функций, дающих решение позади CBB' и впереди нее. В практически важном случае скачкообразной волны AB имеет место $\lambda = 0, \mu = 0$ и (5) дает после вычисления интегралов

$$u = \frac{\Phi(t)a^0}{\pi\sqrt{k_1 - k_2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{2c_0}\sqrt{k_1 - k_2}\sqrt{-\tau}}{\theta - \theta_0}, \quad \tau < 0 \qquad (6)$$

$$u = \frac{\Phi(t)a^0}{\sqrt{k_1 - k_2}}, \quad \tau > 0 \qquad (7)$$

При получении (6), (7) из (5) выбрана формула для эйконала φ, обобщающая результат [11] на двумерную окрестность точки B, причем

$$\varphi = t - t_\Phi - \frac{k_1 - k_2}{2c_0}(x_1 - s)^2 - \zeta \qquad (8)$$

$t = t_\Phi$ есть уравнение волны AB, x_1 – координата точки интегрирования, s есть значение x_1 в рассматриваемой точке, θ, τ есть лучевые координаты, $\tau = \mathrm{const}$ дает фронты точечных волн, $\theta = \mathrm{const}$ – лучи, k_1 есть кривизна обращенной точечной волны EF фиг. 1, k_2 – кривизна OA, $s = (\theta_0 - \theta)/(k_1 - k_2)$ [1, 11].

Из (8) обозначая $\delta = t - t_\Phi$, $-\tau = t - t_g$ (где $\tau = 0$ дает волну BB'), учитывая, что когда точка (x, y) принадлежит точечной волне $t = t_g$, обращенная точечная волна или квазиокружность EF проходит через точку 0, можно получить, полагая в (8) $\varphi = 0$, $x_1 = 0$, $\zeta = 0$

$$t_g - t_\Phi = \frac{k_1 - k_2}{2c_0} s^2, \qquad -\tau = \delta - \frac{1}{2c_0}\frac{(\theta_0 - \theta)^2}{k_1 - k_2} \qquad (9)$$

Для определения нелинейного решения сначала получим эволюционное уравнение для u в окрестности точки B.
Уравнение волны AB в линейной задаче согласно (9) имеет вид $\delta = 0$,

$$\tau = \frac{(\theta - \theta_0)^2}{2c_0(k_1 - k_2)} \qquad (10)$$

Отсюда видно, что дифференциальные уравнения характеристик линейной задачи вблизи точки B имеют вид

$$\Gamma_1 = \frac{c_0}{2}\frac{d(k_1 - k_2)}{dt}, \qquad \frac{\partial \tau}{\partial t} = -\Gamma_1 \left(\frac{\partial \tau}{\partial \theta}\right)^2 \qquad (11)$$

Но дифференциальное уравнение характеристики имеет вид [1]

$$-\frac{\partial F}{\partial t}=\left(C_n+V_n\right)\left|\mathrm{grad}F\right| \tag{12}$$

где C_n — нормальная скорость нелинейной характеристики относительно частиц среды, $V_n=u$ — нормальная к волне скорость частицы.

Как будет показано ниже, для упругой, впрочем, как и для произвольной среды, в первом порядке относительно возмущений имеет место

$$C_n+u=c_n+\Gamma u \tag{13}$$

где c_n — линейная скорость волны, коэффициент Γ будет определен. Из (12), записанного в лучевых координатах, следует, что уравнение одномерной нелинейной характеристики будет $\frac{\partial\tau}{\partial t}=\Gamma\frac{u}{c_n}$, и после сравнения с (11) можно убедиться, что уравнение двухмерных нелинейных характеристик вблизи B имеет вид

$$\frac{\partial\tau}{\partial t}+\Gamma_1\left(\frac{\partial\tau}{\partial\theta}\right)^2=\frac{\Gamma}{C_n}u \tag{14}$$

при этом дифференциальное уравнение, имеющее (14) своим уравнением характеристик, запишется в виде

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial t\partial\tau}-\Gamma_1\frac{\partial^2\psi}{\partial\theta^2}+\frac{\Gamma}{c_n}u\frac{\partial^2\psi}{\partial\tau^2}-u\frac{d\ln\Phi}{dt}=0 \tag{15}$$

Здесь в силу произвола выбора ψ можно полагать $u=\frac{\partial\psi}{\partial\tau}$ и добавлено слагаемое $-u\frac{d\ln\Phi}{dt}$ [12], не влияющее на уравнение характеристик, дающее одномерное по τ линейное или лучевое решение. Вводя функцию $V_\theta=\frac{\partial\psi}{\partial\theta}$, можно из (15) найти

$$\frac{\partial u}{\partial t}-\Gamma_1\frac{\partial V_\theta}{\partial\theta}+\Gamma c_n^{-1}u\frac{\partial u}{\partial\tau}-u\frac{d\ln\Phi}{dt}=0,\quad \frac{\partial u}{\partial\theta}=\frac{\partial V_\theta}{\partial\tau} \tag{16}$$

V_θ пропорционально касательной к волне [1] скорости частиц среды.

Можно с помощью (6) найти из (16) V_θ в линейной задаче, затем выразить его как функцию от переменных μ,t,θ, где введены обозначения

$$u\sqrt{k_1-k_2}=a^0\Phi\mu\ ,\qquad V_\theta\sqrt{k_1-k_2}=a^0\Phi\nu \tag{17}$$

Тогда получится

$$\nu=\frac{\theta-\theta_0}{\pi(k_1-k_2)c_0}\mathrm{tg}\mu\pi-\frac{\theta-\theta_0}{k_1-k_2}\frac{\mu}{c_0} \tag{18}$$

Далее считается, что (18) имеет место и в нелинейной задаче. Тогда из первого уравнения (16) получится

$$\tau=-\frac{(\theta-\theta_0)^2}{2(k_1-k_2)C_0}\,\mathrm{tg}^2\mu\pi+\int_0^t\frac{\Gamma}{c_n}\frac{a^0\Phi\mu}{\sqrt{k_1-k_2}}\,dt+C_1(C) \qquad (19)$$

$$C=\frac{\sin\mu\pi}{\sqrt{k_1-k_2}}$$

Где C_1 – произвольная функция. Решение (19), (18) есть точное решение уравнений (16), удовлетворяющее условию на ударной волне BB' в точке В (для случая $\Gamma a^0>0$), т.е. на ударной волне сжатия для жидкой среды, где $\Gamma>0$, или ударной волне разрежения в упругой среде, где $\Gamma<0$, что показано далее.

В случае задачи, в которой волна ABB' есть волна сжатия в упругой среде, т. е. $a^0>0$, $\Gamma<0$, имеет место центрированная волна сжатия АВМ фиг. 1 с непрерывным переходом к невозмущенному состоянию впереди ABB' и с условием в точке В

$$\theta=\theta_0,\quad \tau=0,\quad \mu=0,\quad \nu=0 \qquad (20)$$

На нижней характеристике AM имеет место $\mu=1$. Впереди дифрагированной волны BC имеется ударная волна BM (фиг. 1) [1,3]. Позади нее решение можно взять в виде (19), где согласно [6] из сращивания с одномерным решением на волне BB' получится $C_1=0$. Решение впереди BM дается центрированной волной сжатия с центром в A, которое можно искать, решая систему (16), причем можно считать для решения $\mu=\mu_1$, $\nu=\nu_1$ впереди BM

$$\mu_1=B(t)\left\{\tau-\frac{(\theta-\theta_0)^2}{2(k_1-k_2)c_0}\right\} \qquad (21)$$

При этом $\mu_1=\mathrm{const}$ вдоль нелинейных характеристик в волне ABM. Подставляя μ_1 во второее уравнение (16), можно найти

$$\nu_1=-B(t)\frac{\theta-\theta_0}{(k_1-k_2)c_0}\tau+f(\theta,t) \qquad (22)$$

Подставляя (21), (22) в первое уравнение (16), которое можно записать в виде

$$\frac{\partial\mu_1}{\partial t}-\frac{1}{2(k_1-k_2)}\frac{d(k_1-k_2)}{dt}\mu_1-\frac{c_0}{2}\frac{d(k_1-k_2)}{dt}\frac{\partial\nu_1}{\partial\theta}+\frac{\Gamma a^0\Phi}{c_n\sqrt{k_1-k_2}}\mu_1\frac{\partial\mu_1}{\partial t}=0 \qquad (23)$$

и приравняв слагаемые с τ и без него, можно получить

$$B(t)=\frac{1}{I(t)},\quad I=\int_0^t\frac{\Gamma a^0\Phi}{c_1\sqrt{k_1-k_2}}\,dt \qquad (24)$$

$$f(\theta,t)=\frac{(\theta-\theta_0)^3}{2(k_1-k_2)^2c_0^2I}$$

Таким образом, нелинейное решение впереди BM имееет вид:

$$\mu_1 = \frac{1}{I}\left[\tau - \frac{(\theta-\theta_0)^2}{2(k_1-k_2)c_0}\right],\ \nu_1 = \frac{(\theta-\theta_0)\tau}{(k_1-k_2)c_0 I} + \frac{(\theta-\theta_0)^3}{2(k_1-k_2)^2 c_1^2 I} \tag{25}$$

Следует решать уравнение ударной волны BM

$$\frac{\partial\tau}{\partial t} + \frac{c_0}{2}\frac{d(k_1-k_2)}{dt}\left(\frac{\partial\tau}{\partial\theta}\right)^2 = \frac{\Gamma a^0\Phi}{2c_n\sqrt{k_1-k_2}}(\mu+\mu_1) \tag{26}$$

взяв за решения позади нее (19), где $C_1 = 0$, а впереди нее (25) с начальными условиями (20).

Для упрощения задачи о численных расчетах перейдем в полученных решениях (19) и (25) к случаю однородной среды и плоской волны AB, для которых можно полагать

$$\frac{\Phi}{c_0\sqrt{k_1-k_2}} = \gamma,\ c_n = c_0,\ \Gamma = \text{const},\ \gamma = \frac{a^0}{c_0},\ \tau = \Gamma t\gamma\delta',\ k_1 = \frac{1}{c_0 t}$$

$$k_2 = 0,\ \Phi = \frac{1}{\sqrt{c_0 t}},\ \theta-\theta_0 = \sqrt{\Gamma}\sqrt{\gamma}y,\ u = \gamma\mu c_0,\ \nu = \sqrt{\Gamma\gamma}t\nu' \tag{27}$$

Здесь предположено $\Gamma a^0 > 0$. Тогда, учитывая, что в интегралах (19)

$$C' = \frac{\sin\mu\pi}{\sqrt{k_1-k_2}},\ \mu = \tilde{\mu},\ C = \text{const},\ k_1 - k_2 = \frac{1}{c_0 t}$$

можно получить $t' = \frac{1}{c_0}\frac{C^2}{\sin^2\tilde{\mu}\pi}$

под знаком интеграла по t' и после интегрирования получится

$$\delta' = -\frac{1}{2}\,\mathrm{tg}^2\mu\pi y^2 + \mu + \frac{1}{2\pi}\sin 2\mu\pi + B\sin^2\mu\pi \tag{28}$$

где согласно [6] $B' = 0$

Уравнение (18) запишется в виде

$$\nu' = \frac{y}{\pi}tg\mu\pi - \mu y \tag{29}$$

Подставляем (28) в уравнение ударной волны BB'

$$\frac{d\delta'}{dy} = -\sqrt{2\delta' - \mu} \tag{30}$$

Начальное условие в точке B получается совместным решением уравнения ударной волны AB, $\delta' = y^2/2 + 1/2$ и звуковой волны BC $\delta' = \mu$ в виде

$$y = -1,\ \ \mu = 1 \tag{31}$$

Результаты расчетов дают график $\mu = \mu(y)$ вдоль BB', что приведено на фиг. 4.

Условие на ударной волне равенства касательной к волне скорости частицы $æ = 0$, $æ = \nu' - \mu\sqrt{2\delta' - \mu}$ удовлетворяется в точке B и на всей волне BB', $æ$ [6] не превосходит 6%. Вблизи точки B асимптотика решения (28), (29)

$$\mu - 1 = -(y+1)/2, \quad x = -(y+1)/4$$

Полученное решение верно для волны сжатия ABB' в жидкости, где $\Gamma > 0, a^0 > 0$ и для ударной волны разрежения ABB' в упругой среде, где $\Gamma < 0, a^0 < 0$.

В случае $\Gamma\gamma < 0$ вместо (27) следует взять

$$\theta - \theta_0 = \sqrt{-\Gamma\gamma y},\ u = -\gamma\mu c_0,\ V_\theta = -\gamma_0 \nu,\ \nu = \sqrt{-\Gamma\gamma t}\,\nu',\ \tau = -\Gamma\gamma t\delta' \qquad (32)$$

При этом решение (18), (19) в новых переменных имеет место, а решение (25) примет вид

$$\delta' - y^2/2 = \mu_1, \quad \nu_1' = -y\delta' + y^3/2 \qquad (33)$$

Записав еще уравнение ударной волны ВС

$$\frac{d\delta'}{dy} = \sqrt{2\delta' - \mu - \mu_1} \qquad (34)$$

подставляя сюда (28), (33), можно найти μ вдоль BC, используя условия (20) в точке B.

Поскольку решение (28), (33), (34) имеет особенность в точке $\mu = -1/2$, используем его только для малых μ и y.

Вдоль ударной волны BM при $y \approx 0$

$$\mu = cy^2, \quad 4c = -\sqrt{c + 1/2}, \qquad c \approx -0{,}15 \qquad (35)$$

При этом решение (33), (34) дает $\delta \approx 2cy^2$, $\mu_1 = 2cy^2 - y^2/2$, $\nu \approx 0$, $\nu_1 \approx -2cy^2 + y^2/2$.

Условие непрерывности касательной составляющей скорости частиц на BM $\text{æ}' = 0$, где $\text{æ}' = v - v_1 + (\mu - \mu_1)\sqrt{2\delta - \mu - \mu_1}$.

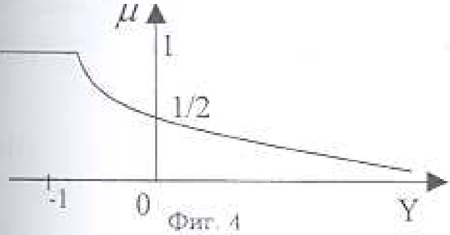
Вычисление дает $\text{æ}' \approx -1{,}2y^3$, т. е. $\text{æ}'$ достаточно мала. Вдали от точки B имеет место на ударной волне BC одномерное решение [4]

$$\delta = 1 + 2\mu - \pi^2 y^2 (1+\mu)^2/2, \quad -y >> 1,\ 2\delta - \mu + 1 = 0$$

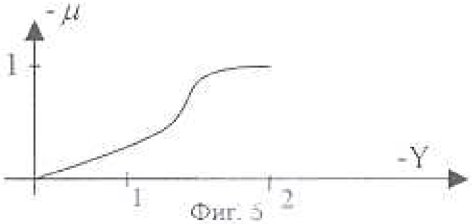
Отсюда получится на BC вдали от B

$$\mu = -1 + \frac{3}{\pi^2 y^2} \qquad (36)$$

Имея асимтотики (35), (36), можно начертить кривую $\mu = \mu(y)$ на ударной волне BC фиг. 5.



Фиг. 4



Фиг. 5

Найдем теперь коэффициент Γ для упругой среды. Нелинейный тензор упругих напряжений найдется по [1]

$$\sigma_{ik} = \mu\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right) + \left(K - \frac{2\mu}{3}\right)\frac{\partial u_l}{\partial x_l} + \left(\mu + \frac{A}{4}\right)\left(\frac{\partial u_l}{\partial x_i}\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_l}\frac{\partial u_i}{\partial x_l} + \frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u}{\partial x_l}\right) +$$

$$+ \frac{K - 2\mu + B/3}{2}\left\{\left(\frac{\partial u_l}{\partial x_l}\right)^2 \delta_{ik} + 2\frac{\partial u_i}{\partial x_k}\frac{\partial u_l}{\partial x_l}\right\} + \frac{A}{4}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\frac{\partial u_l}{\partial x_i} +$$

$$+ \frac{B}{2}\left(\frac{\partial u_l}{\partial x_m}\frac{\partial u_m}{\partial x_l}\delta_{ik} + 2\frac{\partial u_k}{\partial x_i}\frac{\partial u_l}{\partial x_l}\right) + C\left(\frac{\partial u_l}{\partial x_l}\right)^2 \delta_{ik} \tag{37}$$

где $\delta_{ik} = 1$, $i = k$, $\delta_{ik} = 0$, $i \neq k$ по повторяющимся индексам проводится суммирование; $K = \lambda + 2\mu/3$; λ, μ — линейные упругие модули; A, B, C — нелинейные упругие модули.

Уравнения движения имеют вид

$$\rho\frac{\partial V_i}{\partial t} = (\lambda + 2\mu)\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_l \partial x_i} + \mu\Delta u_i + F_i, \quad V_i = \frac{\partial u_i}{\partial t} \tag{38}$$

где согласно (37) $F_i = \dfrac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k}$

$$F_i = \left(\mu + \frac{A}{4}\right)\left(\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_k^2}\frac{\partial u_l}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2}\frac{\partial u_l}{\partial x_l} + 2\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_l \partial x_k}\frac{\partial u_l}{\partial x_k}\right) +$$

$$+ \left(K + \frac{\mu}{3} + \frac{1}{4}A + B\right)\left(\frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_k}\frac{\partial u_l}{\partial x_k} + \frac{\partial^2 u_k}{\partial x_l \partial x_k}\frac{\partial u_i}{\partial x_l}\right) + \left(K - \frac{2}{3}\mu + B\right)\frac{\partial^2 u_i}{\partial x_k^2}\frac{\partial u_l}{\partial x_l} +$$

$$+ \left(\frac{A}{4} + B\right)\left(\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_l \partial x_k}\frac{\partial u_l}{\partial x_i} + \frac{\partial^2 u_l}{\partial x_i \partial x_k}\frac{\partial u_k}{\partial x_l}\right) + (B + 2C)\frac{\partial^2 u_k}{\partial x_i \partial x_k}\frac{\partial u_l}{\partial x_l} \tag{39}$$

Для получения формулы для нормальной скорости C_n нелинейной волны следует записать для (38), (39) условия совместности на характеристике и полагать

$$\frac{\partial}{\partial t} = -c_n\delta, \quad \frac{\partial}{\partial x_k} n_k\delta$$

где n_k — единичный вектор нормали к волне, $\delta = \partial/\partial f$ есть производная по нормали к волне. Рассматривается плоская задача. Выберем ось x по нормали , y по касательной волне. Тогда уравнения (38), (39) дадут

$$-\left(C_n^2 - a^2\right)\delta u_x = \frac{c_n}{\rho_0}F_x, \quad -\left(C_n^2 - b^2\right)\delta uy = \frac{c_n}{\rho_0}F_y \tag{40}$$

$$F_x = \frac{2}{c_n^2}\rho_0 A_1 u_x \delta, \; F_y = 0, \quad A_1 = \frac{1}{\rho_0}\left(2\mu + A + 3B + \frac{3}{2}K + C\right) \tag{41}$$

Здесь c_n — скорость линейной волны, причем (41) дает для продольной упругой волны $c_n = a$. Из первого уравнения (38) для нелинейной волны в первом порядке

$$C_n = a + \Gamma V_x \ , \ \Gamma = -\frac{A_1}{a^2} \tag{42}$$

Таким образом, найден нелинейный коэффициент Γ для упругой среды. Для жидкой следы [1] следует, что $A_1 < 0$, $\Gamma > 0$, а для типичной геометрически, как и физически нелинейной упругой среды по (41)– $A_1 > 0$, $\Gamma < 0$.

Автор благодарит член-корр. НАН Армении А.Г. Багдоева за ценные советы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Багдоев А. Г. Распространение волн в сплошных средах. Ереван: Изд. АН Арм. ССР, 1981. 307 с.
2. M. Jean Legras Ecoulement conique au voisinage d'un point de jonction C. R. Acad. Sci. Paris. V. 234 (1952), p.181-185.
3. Булах Б. М. Нелинейные конические течения газа. М.: Наука,1970.
4. Багдоев А. Г., Гургенян А. А. Приближенное решение ряда нелинейных задач определения ударных волн в сжимаемой жидкости.// Изв. АН Арм ССР. Механика. 1968. Т. 21. №1. С. 39-56.
5. Багдоев А. Г. Некоторые нелинейные задачи движения сжимаемой жидкости. Ереван: Изд. АН Арм ССР, 1967. 263с.
6. Zahalak G. J. and M. K. Myers. Conical flow near singular rays. Journal of Fluid Mechanics, 1974, V. 63. №3. p. 537-56.
7. Багдоев А. Г. Даноян З. Н. Исследования движения среды в окрестности точки касания ударных волн в линейной и нелинейной постановке.//Ж. вычис. матем. и матем. физики. 1972. Т. 12. №6. С.512-529.
8. Багдоев А. Г. Решение линейной и нелинейной задач в окрестности точек касания фронтов волн. // Изв. НАН Армении. Механика. 1999. Т.52. №3. с.45-54
9. Виноградова М. Б., Руденко О. В., Сухоруков А. М. Теория волн. М.: Наука, 1979. 383с.
10. Багдоев А. Г. Саакян С. Г. Определение нелинейного решения в дифракционной волновой области для неоднородной упругой среды. Информационные технологии и управление, Ереван. 1999. №4. С.29-35
11. Бабич В. М. Распространение линейных волн и каустики. //Уч. записки ЛГУ. 1958. №32. С.228-260.
12. Минасян М. М. О распространении слабых возмущений в магнитной газодинамике. // Докл. АН Арм ССР, 1972. 55. 123. С.273-280.

Горисский филиал Армянского государственного инженерного университета (АГИУ)

Поступила в редакцию 19.10.2001