

УДК 539.3

**ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОУПРУГИЕ ВОЛНЫ ЛЯВА ДЛЯ ДВУХ СЛОЕВ НА ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПОДЛОЖКЕ**

Даноян З. Н., Даноян Н.З., Манукян Г.А.

Զ.Ն. Դանոյան, Ն.Զ. Դանոյան, Գ.Ա.Մանուկյան  
 Պիեզոէլեկտրիկ հիմքով և երկու շերտով համակարգում մակերևայրային  
 էլեկտրաուռուգական Լյավի ալիքների գոյությունը

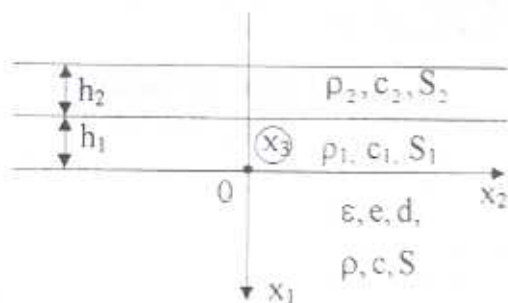
Դիտարկված է սուիքի մակերևայրային Լյավի ալիքների գոյության խնդիրը պիեզոէլեկտրիկ մետաղացված հիմքով և երկու շերտով համակարգում: Ստացված է ալիքի տարածման դիսպերսիոն հավասարումը:

Z.N. Danoyan, N.Z. Danoyan, G.A. Manukyan  
 Surface Electroelastic Love's waves for two Layers on a Piezoelectric Substrate

Рассматривается задача о существовании сдвиговых поверхностных электроупругих волн Лява в пьезоэлектрической металлизированной подложке, на которую нанесены два слоя из различных изотропных материалов произвольной толщины. Аналогичная задача для непьезоэлектрической изотропной подложки рассмотрена в [1,2].

Наличие второго слоя позволит значительно расширить круг материалов, которые могут быть использованы для реализации волн Лява. В работе [3] рассмотрена задача существования волн Лява при наличии многослойной системы.

Получено дисперсионное уравнение поверхностной волны:



Ֆիգ. 1

Пусть слои закреплены друг с другом и с упругим полупространством. В прямоугольной декартовой системе координат  $Ox_1x_2x_3$  плоскость  $Ox_2x_3$  совпадает с плоскостью раздела первого слоя и полупространства. Ось  $Ox_1$  направлена по нормали в глубь полупространства (фиг.1). Предполагается, что материал подложки принадлежит классам 6,4, 6mm, 4mm, 622,422, а ось симметрии 4 или 6 параллельна оси  $Ox_3$ .

Пусть в рассматриваемой системе вдоль оси  $Ox_2$  распространяется сдвиговая электроупругая поверхностная гармоническая волна с вектором упругого перемещения  $\vec{u} = (0; 0; u(x_1) \exp i(px_2 - \omega t))$ , электрическим потенциалом

$\varphi = \Phi(x_1) \exp i(px_2 - \omega t)$ , с амплитудами  $u$ ,  $\Phi$ , зависящими от глубинной координаты  $x_1$  и удовлетворяющим условиям затухания

$$u \rightarrow 0, \varphi \rightarrow 0 \quad x_1 \rightarrow +\infty \quad (1)$$

В дальнейшем, величины, относящиеся к слоям, будем отмечать индексами 1-2, а к подложке – без индекса.

После некоторых преобразований получаем следующие соотношения задачи:

1. Уравнения:

в области  $x_1 > 0$ :

$$\Delta u = \frac{1}{S^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}, \quad \Delta \varphi' = 0 \quad (2)$$

в области  $-h_1 < x_1 < 0$ :

$$\Delta u_1 = \frac{1}{S_1^2} \frac{\partial^2 u_1}{\partial t^2} \quad (3)$$

в области  $-(h_1 + h_2) < x_1 < -h_1$ :

$$\Delta u_2 = \frac{1}{S_2^2} \frac{\partial^2 u_2}{\partial t^2} \quad (4)$$

2. Граничные условия:

на границе  $x_1 = 0$ :

$$u = u_1, \quad \bar{e}u + \varphi' = 0, \quad \bar{c} \frac{\partial u}{\partial x_1} + e \frac{\partial \varphi'}{\partial x_1} - d \frac{\partial \varphi'}{\partial x_2} - d\bar{e} \frac{\partial u}{\partial x_2} = c_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \quad (5)$$

на границе  $x_1 = -h_1$ :

$$u_1 = u_2, \quad c_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} = c_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} \quad (6)$$

на границе  $x_1 = -(h_1 + h_2)$ :

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_1} = 0 \quad (7)$$

3. Условия затухания:

$$u \rightarrow 0, \quad \varphi' \rightarrow 0, \quad x_1 \rightarrow +\infty \quad (8)$$

Здесь  $u, u_1, u_2$  – перемещения в подложке и в слоях,  $c = c_{44}, c_1 = c_{44}^{(1)}, c_2 = c_{44}^{(2)}$  – упругие постоянные,  $\rho, \rho_1, \rho_2$  – плотности,  $e = e_{15}, d = e_{14}, \bar{e} = \epsilon_{11}$  – пьезоэлектрические постоянные и диэлектрическая проницаемость подложки,  $S, S_1, S_2$  – скорости сдвиговых объемных волн,  $h_1, h_2$  – толщины слоев,

$$\bar{c} = c(1 + \chi^2), \quad \chi^2 = \frac{e^2}{\epsilon c}, \quad \bar{e} = \frac{e}{\epsilon}$$

$$S^2 = \frac{\bar{c}}{\rho}, \quad S_1^2 = \frac{c_1}{\rho_1}, \quad S_2^2 = \frac{c_2}{\rho_2} \quad (9)$$

$$\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}, \quad \varphi' = \varphi - \bar{e}u$$

Решение задачи (2)–(8) будем искать в виде:

$$u = U(x_1) \exp i(px_2 - \omega t), \quad \varphi' = \Phi'(x_1) \exp i(px_2 - \omega t) \quad (10)$$

$$u_1 = U_1(x_1) \exp(px_2 - \omega t), \quad u_2 = U_2(x_1) \exp i(px_2 - \omega t)$$

Поставляя (10) в уравнения (2)–(4) и удовлетворяя условию затухания (8), получим следующие решения:

1. в области  $x_1 > 0$ :

$$u = U_0 e^{-p\beta(V)x_1} e^{i(px_2 - \omega t)} \quad (11)$$

$$\varphi' = \Phi_0 e^{-px_1} e^{i(px_2 - \omega t)}$$

2. в области  $-h_1 < x_1 < 0$ :

$$U_1 = (U_{10}^+ e^{i\beta_1(V)x_1} + U_{10}^- e^{-i\beta_1(V)x_1}) e^{i(px_2 - \omega t)} \quad (12)$$

3. в области  $-(h_1 + h_2) < x_1 < -h_1$ :

$$U_2 = (U_{20}^+ e^{i\beta_2(V)x_1} + U_{20}^- e^{-i\beta_2(V)x_1}) e^{i(px_2 - \omega t)} \quad (13)$$

2) необходимое условие существования поверхностной волны:

$$0 < V < S \quad (14)$$

здесь:  $U_0, \Phi_0, U_{10}^+, U_{10}^-, U_{20}^+, U_{20}^-$  – произвольные постоянные,  $V$  – скорость поверхностной волны,  $P$  – волновое число,  $\omega$  – частота,  $\beta, \beta_1, \beta_2$  – коэффициенты затухания, причем

$$\beta(V) = \sqrt{1 - \frac{V^2}{S^2}}, \quad \beta_1(V) = \sqrt{\frac{V^2}{S_1^2} - 1}, \quad \beta_2(V) = \sqrt{\frac{V^2}{S_2^2} - 1}, \quad V = \frac{\omega}{p}, \quad \omega > 0, \quad p > 0 \quad (15)$$

Подставляя решения (11)–(13) в граничные условия (5)–(7), получим однородные уравнения относительно амплитуд  $U_0, \Phi_0, U_{10}^+, U_{10}^-, U_{20}^+, U_{20}^-$ . Условие совместности этих уравнений дает дисперсионное уравнение поверхностной волны, которое в неявном виде определяет зависимость фазовой скорости волны  $V$  от относительных толщин слоев  $k_1$  и  $k_2$ :

$$\beta(V) = \tilde{c}_1 \beta_1(V) \frac{\tilde{c}_1 \beta_1(V) \operatorname{tg}(\beta_1 k_1) + \tilde{c}_2 \beta_2(V) \operatorname{tg}(\beta_2 k_2)}{\tilde{c}_1 \beta_1(V) - \tilde{c}_2 \beta_2(V) \operatorname{tg}(\beta_1 k_1) \operatorname{tg}(\beta_2 k_2)} + R \quad (16)$$

Здесь:

$$\tilde{c}_1 = \frac{c_1}{\bar{c}}, \quad \tilde{c}_2 = \frac{c_2}{\bar{c}}, \quad k_1 = ph_1, \quad k_2 = ph_2, \quad R = \frac{\bar{e}\bar{e}}{\bar{c}} \quad (17)$$

Величина  $R$  называется коэффициентом электротехнической связи для поверхностной волны [4, 5]:

Анализ дисперсионного уравнения проведем в следующей работе.

При  $\chi = 0$  (т.е. при отсутствии пьезоэффекта) из (16) получаем уравнение работы [1]. При  $h_2 = 0$  ( $k_2 = 0$ ) из (16) получаем уравнение

$$\beta(V) = \tilde{\epsilon}_1 \beta_1(V) \operatorname{tg}(\beta_1 k_1) + R \quad (18)$$

которое получено и исследовано в работах [6-7].

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Кессених Г.Г. Поверхностные волны Лява для двух изотропных слоев на изотропной подложке // Акустический журнал. 1984. Т. 30. Вып. 1. С. 74-78.
2. Асимова В.Д., Филиппов В.В. Волны Лява в системе двух изотропных слоев на подложке // Акустический журнал. 1984. Т. 30. Вып. 4. С. 424-427.
3. Белубекян М.В. О поверхностных волнах Лява в случае композиционного слоя. В сб.: Актуальные проблемы неоднородной механики. Материалы Всесоюзного семинара. Ереван, 1991. С. 66-71.
4. Кессених Г.Г., Любимов В.Н., Шувалов Л.А. О поверхностных волнах Лява в пьезоэлектриках // Кристаллография. 1982. Т. 27. Вып. 3. С. 437-443.
5. Багдасарян Г.Е., Даноян З.Н., Манукян Г.А. Поведение мод сдвиговых поверхностных электроупругих волн Лява в пьезоэлектрических подложках с диэлектрическим слоем. В сб.: Актуальные проблемы неоднородной механики. Материалы Всесоюзного семинара. Ереван, 1991. С. 49-54.
6. Curtis R. G., Redwood M. Transverse surface waves on a piezoelectric material carrying a metal layer of finite thickness. J. Appl. Phys. 1973, 44, 5. P. 2002-2007.
7. Манукян Г.А. Поведение мод сдвиговых поверхностных электроупругих волн Лява в пьезоэлектрических подложках с проводящим слоем. Материалы конференции молодых ученых. Механика. Дилижан, 9-11 октября 1998. С. 49-53.

Институт механики  
НАН Армении

Поступила в редакцию  
22.11.2001